

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ ПО ТЕМЕ «ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН» В ВУЗАХ С ТЕХНИЧЕСКИМ НАПРАВЛЕНИЕМ С ЦЕЛЬЮ УЛУЧШЕНИЯ ЗНАНИЙ В ОБЛАСТИ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

METHODS OF CONDUCTING CLASSES ON THE TOPIC «LAWS OF PROBABILITY DISTRIBUTION OF RANDOM VARIABLES» IN UNIVERSITIES WITH A TECHNICAL DIRECTION IN ORDER TO IMPROVE KNOWLEDGE IN THE FIELD OF RELIABILITY THEORY

**T. Kurnikova
T. Labaeva
C. Dicina**

Summary: This article raises the question of improving the effectiveness of the educational process in the field of reliability theory by introducing a new method of teaching the topic «Laws of distribution of probabilistic random variables» in mathematics classes. The relationship of reliability theory methods with the methods of probability theory and mathematical statistics is described. The method of teaching this topic is described, taking into account the professional orientation. The article shows the structure of classes on the topic «Laws of distribution of probabilistic random variables».

Keywords: teaching methods, reliability theory, normal distribution law, exponential law, Weibull distribution, binomial distribution, Rayleigh distribution.

Курникова Татьяна Александровна

Преподаватель, ГБОУ ВО «Нижегородский государственный инженерно-экономический университет» институт транспорта, сервиса и туризма (Воротынец)
tansan1990@mail.ru

Лабеева Татьяна Александровна

Старший преподаватель, ГБОУ ВО «Нижегородский государственный инженерно-экономический университет» институт транспорта, сервиса и туризма (Воротынец)
tatalabaeva@yandex.ru

Дицина Светлана Александровна

Социальный педагог, ГБОУ ВО «Нижегородский государственный инженерно-экономический университет» институт транспорта, сервиса и туризма (Воротынец)
svetik342003@yandex.ru

Аннотация: В данной статье ставится вопрос о повышении результативности учебного процесса в области теории надежности путем внедрения новой методики преподавания темы «Законы распределения вероятностных случайных величин» на занятиях по математике. Описывается связь методов теории надежности с методами теории вероятности и математической статистики. Описывается методика преподавания данной темы с учетом профессиональной направленности. В статье отображена структура проведения занятий по теме «Законы распределения вероятностных случайных величин».

Ключевые слова: методика преподавания, теория надежности, нормальный закон распределения, экспоненциальный закон, распределение Вейбулла, биномиальное распределение, распределения Рэлея.

Теория надежности является одной из ключевых дисциплин для технического направления. Данная дисциплина носит сложный характер. Предметом теории надежности является изучение закономерностей изменения показателей качества объектов во времени и разработка методов, которые позволяют с минимальной затратами (времени и ресурсов) обеспечить необходимую продолжительность и эффективность их работы. То есть её предмет включает освоение способов и приемов, которые необходимо использовать на всех стадиях жизненного цикла технических устройств для достижения максимальной результативности и безопасности их использования. Также разработка методов, которые позволяют вычислять количественные характеристики качества сложных технических систем. Теория надеж-

ности тесно связана с точными, естественными науками и современными информационными технологиями и не только опирается на них, но и обеспечивает практическую реализацию их достижений.

Таким образом, дисциплина «Законы распределения вероятности случайных величин» изучает закономерности распределения отказов технических устройств и конструкций, причины и модели их возникновения. С помощью теории надежности можно спрогнозировать появление отказов, найти способы как повысить надежность изделий, разработать методы расчёта и проверки надежности технических систем и т.д.

Н.Ф. Хоциалову и Г. Майер в своих трудах пишут о ис-

пользовании теоретико-вероятностных методов к вычислению надежности объектов. Данные труды появились в 1929-1931 годах и эти труды были самые первые. Уже в 1930-1940 годах Н.С. Стрелецкий и А.Р. Ржаницын разработали статистические методы строительной механики. В этих исследованиях было установлено, что благодаря вероятностному характеру свойств материалов и внешних нагрузок расчеты составляющих конструкций на прочность имеют статистический характер [4].

Выделяют несколько основных этапов в развитии современной теории надежности. Каждый этап описывается прорывными решениями в этой области, достигнутыми видными учеными.

В развитии современной теории надежности можно выделить несколько основных этапов, каждый из которых характеризуется прорывными решениями в этой области, которые были достигнуты выдающимися учеными. В работах А.М. Половко, Г.В. Дружинина, А.М. Берга отражены подходы в оценке надежности с учетом числа зафиксированных отказов, интенсивности отказов. Б.В. Гнеденко и Ю.К. Беляев в своих работах также отделили значительную роль математическим основам надежности. За рубежом этими вопросами занимались ученые Д. Нейман и А. Пирс. В работах С. Прошана, В.В. Болотина дается оценка надежности с учетом внутренних факторов и факторов окружающей среды.

Большое внимание в работах авторов уделяется физико-химическим, статистическим закономерностям появления отказов. Современные технологии выводят проблему надежности на новый уровень, который требует дальнейшего глубокого изучения.

Практика преподавания показывает, что теория надежности является одной из самых трудных для изучения дисциплин. Она требует от студентов технического вуза глубоких знаний математики. То есть исследование технических систем носит математический характер и основывается на применении математических средств таких, как моделирование, прогнозирование и т.д. Методы теории вероятности и математической статистики широко применяются в теории надежности. В частности тема «Законы распределения вероятности случайных величин» непосредственно используются при оценке надежности. Как показывает практика, студенты не могут сопоставить математические термины с терминами теории надежности.

Проведенный анализ успеваемости студентов по математике и теории надежности показал, что владея математическими приемами решения задач, учащийся не может применить эти же приемы при решении задач по дисциплине «Теория надежности».

Всё выше сказанное определяет актуальность проблемы исследования, которая заключается в разрешении указанного противоречия путем разработки научно-обоснованных методических рекомендаций по организации и проведению занятий по математике в вузе с техническим направлением по теме «Законы распределения вероятности случайных величин».

В связи с этим необходимо, если при изучении темы «Законы распределения вероятности случайных величин» сопоставить математическим терминам с терминами дисциплины по «Теории надежности» и вместо традиционной лекции проводить комбинированную лекцию, то успеваемость студентов по теории надежности улучшится.

В начале изучения данной темы обязательно следует дать студентам следующую таблицу.

Таблица 1. Сопоставление математических терминов и терминов теории надежности

Математические термины	Термины теории надежности
Вероятность случайного события: $P(X)$	Надежность (вероятность безотказной работы): $P(t)$
Вероятность противоположного события: $Q(X) = 1 - P(X)$	Ненадежность (вероятность отказа): $Q(t) = 1 - P(t)$
Среднее значение случайной величины: $M(X)$	Среднее время до отказа: T_{cp}
Среднеквадратическое отклонение: $\sigma(X)$	Параметр распределения, определяемый по результатам испытаний: $\sigma(t)$

Далее следует ввести определения и дать основные формулы по каждому из распределений. Очень важно указать в каких случаях используется то или иное распределение.

Функция распределения – это функция, которая характеризует распределение случайной величины, то есть вероятность появления того или иного события [1,3].

Примерами дискретных распределений могут служить биномиальное распределение, распределение Пуассона, гипергеометрическое распределение и другие.

Далее знакомим студентов с основными законами, которые используются в теории надежности, обращая внимания на применение (в каких именно задачах) каждый закон применяется.

Основные законы распределения, которые исполь-

зуются при оценке надежности - это нормальный закон распределения, экспоненциальный закон, распределение Вейбулла, биномиальное распределение и распределение Рэлея. Рассмотрим каждый из этих законов более подробно.

Нормальный закон распределения (закон Гаусса) плотности отказов применяется при оценке надежности электромеханических объектов, подверженных износу и старению, т. е. объектов, в эксплуатации которых учитывается постепенный отказ.

Экспоненциальный закон надежности применяется для случая редких событий, когда поток отказов является простейшим. Обычно его используют для оценки надежности объектов разового применения, а также для оценки надежности сложных объектов без учета специфики отдельных устройств, входящих в объект исследования.

Экспоненциальное распределение применяется при рассмотрении внезапных отказов в тех случаях, когда явления износа и старения выражены настолько слабо, что ими можно пренебречь. Нарботка до отказа многих невосстанавливаемых элементов радиоэлектронной аппаратуры подчиняется экспоненциальному распределению.

После окончания периода начальной стадии эксплуатации поток отказов у восстанавливаемых объектов часто становится простейшим. В этом случае наработка между соседними отказами также имеет экспоненциальное распределение.

Достоинствами этого метода заключаются в простоте расчета надежности для сложных систем. Но безусловным недостатком является то, что эксплуатация системы происходит в нормальных условиях, то есть не учитываются периоды износа и приработки.

Распределение Вейбулла получено в результате исследования сроков службы объектов, которым присущи усталостные явления, например вакуумные приборы, шарикоподшипники и т.д.

У многих невосстанавливаемых объектов наработка до отказа также имеет распределение Вейбулла. К таким объектам относятся, например, подшипники качения, отдельные типы электронных ламп, полупроводниковых приборов, приборы СВЧ, некоторые объекты, у которых отказ наступает вследствие усталостного разрушения.

Данная модель широко используется для анализа и расчета надежности технических систем, превосходя по адекватности ЭМН и МНР.

Биномиальное распределение используется для оценки надежности избирательно-суммирующих схем, применяемых в информационно-измерительных системах, в системах телефонной связи и т.д.

Одним из наиболее важных дискретных распределений является биномиальное. Это двухпараметрическое распределение с параметрами n и p нашло практическое применение при оценке надежности изделий, работающих в циклическом режиме, где n – любое натуральное число, а p – любое вещественное число от 0 до 1. Важно отметить, что p должно быть либо фиксированным в начале испытаний, либо независимым от результатов каждого испытания.

Так, если в задаче необходимо фиксировать факт безотказной работы и отказа (успешного испытания и неудачного испытания), то следует обратиться к распределению Бернулли, которое считается базовым распределением. Если необходимо фиксировать число последовательных удачных срабатываний реле и переключателей, длину серии успешных исходов на испытании образцов, браковочных деталей, то необходимо перейти к геометрическому распределению.

На практике удобнее пользоваться однопараметрическими распределениями, часто известна бывает только средняя наработка на отказ или интенсивность отказов. Поэтому в расчетных инженерных задачах, в том числе и для удобных расчетных формул, применяется экспоненциальное распределение. Необходимо помнить об особенностях данного распределения: если некоторый объект характеризуется экспоненциальным временем работы до отказа, то объект, проработавший произвольное время, но не отказавший к данному моменту, по своим характеристикам надежности будет неотличим от совершенно нового объекта. Когда в системе используются элементы, принадлежащие разным поставщикам или разным партиям продукции, каждая из которых сама по себе может иметь весьма стабильные показатели надежности, но сами эти показатели существенно различаются между собой, или для случая, когда несколько ремонтных бригад с различной скоростью проводят восстановительные работы, результирующее время восстановления имеет гиперэкспоненциальное распределение. Рассмотрим связь геометрического, экспоненциального, гиперэкспоненциального распределений. Экспоненциальное распределение есть предельный случай геометрического при условии, что длительность проведения испытания минимальна, а вероятность удачного исхода стремится к единице. Если рассматривать средневзвешенное значение средних исходных экспоненциальных распределений, то переходим к гиперэкспоненциальному.

При решении задач статистического контроля го-

товой продукции, при анализе систем с нагруженным резервом в инженерной практике используется биномиальное распределение. Предельным по отношению к биномиальному является распределение Пуассона. Распределение Пуассона удобно использовать для приближенных вычислений биномиальных вероятностей, когда число испытаний велико, а ожидаемое число отказов мало.

В теории надежности распределение Пуассона используется во многих прикладных задачах, в том числе в задачах, связанных с расчетом необходимого числа запасных элементов. Распределение Пуассона является интегральным по отношению к распределению Эрланга, которое используется для описания различных многофазовых процессов в теории надежности. Например, случайное время работы невосстанавливаемой системы с холодным резервом; время восстановления может состоять из нескольких процедур, каждая из которых случайна и распределена экспоненциально. Таким образом, распределение Эрланга является распределением суммы фиксированного числа экспоненциально распределенных случайных величин.

Нормальное распределение, часто называемое распределением Гаусса, играет важную роль во многих вероятностных приложениях. Центральная предельная теорема теории вероятностей гласит, что сумма независимых случайных величин в пределе имеет нормальное распределение. В теории надежности мы имеем дело с неотрицательными случайными величинами, которые имеют смысл времени (время наработки на отказ, длительность замены и т.п.). В то же время нормальное распределение определено на всей числовой оси. В связи с этим в задачах надежности приходится рассматривать усеченное слева нормальное распределение. В практических задачах, когда в качестве случайной величины рассматривается время работы до отказа, можно пользоваться усеченным нормальным распределением.

Нормальное распределение широко используется для аппроксимации биномиального распределения и распределения Пуассона, когда их математические ожидания велики. Нормальным распределением характеризуется в некоторых случаях время безотказной работы и время ремонта.

В теории надежности постоянная величина используется для описания времени переключения на резерв, а также в ряде других специальных случаев, например при получении оценок для стареющих элементов. Этим условиям соответствует вырожденное распределение. При стремлении дисперсии нормального распределения к нулю это распределение стремится к вырожденному со значением, равным среднему исходного нормального распределения.

Далее по каждому распределению необходимо рассмотреть решение задач. Лучше всего одну задачу взять чисто математическую, т.е. в которой нужно подставить числа в формулу. А другую задачу выбрать таким образом, чтобы студент сам смог из вышеизложенной теории выбрать нужное распределение и использовав метод решения первой задачи, получить ответ.

В ходе проведения исследования по проблеме успеваемости студентов по техническим дисциплинам, а в частности, теории надежности был сделан вывод о том, что организация изучения должна быть направлена на систематизацию материала, а также на смысловое запоминание и межпредметную связь. То есть при изучении законов распределения на занятиях по математике в вузе с техническим направлением необходимо подкреплять законы распределения конкретными примерами из теории надежности. Таким образом, у студента не только не возникнет вопроса о целесообразности изучения темы «Законы распределения вероятностных случайных величин», но и наступит понимание применения полученного знания на практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алон Н., Вероятностный метод: учебное пособие / Н. Алонб Дж. Спенсер; Пер. 2-го англ. изд. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 320 с.
2. Ахметова Ф.Х., Ласковая Т.А., Попова Е.М. Теория вероятностей и случайные события: учебно-методическое пособие МГТУ им. Н. Э. Баумана. - М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. — 48 с.
3. Бекарева Н.Д. Теория вероятностей: учебное пособие. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017 — 174 с.
4. Острейковский В.А. Теория надежности: учеб. для вузов / В.А. Острейковский. - М.: Высш. шк., 2003 — 463 с.

© Курникова Татьяна Александровна (tansan1990@mail.ru), Лабаева Татьяна Александровна (tatalabaeva@yandex.ru),
Дицина Светлана Александровна (svetik342003@yandex.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»