

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДЗЕМНОГО ХРАНЕНИЯ ГАЗА В ВОДОНОСНОМ КУПОЛЬНОМ ПЛАСТЕ

MATHEMATICAL MODELING OF UNDERGROUND GAS STORAGE IN AQUARIUS DOME PLATE

M. Akhanova
S. Ovchinnikova
D. Platonov

Summary. the article considers a mathematical model of control over the operation of an underground gas storage facility, taking into account changes in the GVK boundary, pressure and gas mass in a gas storage facility, proposed and implemented an algorithm for solving the problem using the Runge-Kutta method in the Mathcad 15 package, taking into account the change in the gas super-compressibility coefficient depending on from reservoir conditions

Keywords: mathematical modeling, numerical methods, underground gas storage, aquifer dome.

Аханова Марина Анатольевна

К.с.н., доцент, ФГБОУ ВО «Тюменский
индустриальный университет»
ahanovama@tyuiu.ru

Овчинникова Светлана Валерьевна

К.с.н., доцент, ФГБОУ ВО «Тюменский
индустриальный университет»

Платонов Дмитрий Витальевич

В.с., ООО «Газпромнефть-НТЦ», г. Тюмень

Аннотация. в статье рассмотрена математическая модель контроля над работой подземного хранилища газа с учетом изменения во времени границы ГVK, давления и массы газа в газохранилище, предложен и реализован алгоритм решения задачи методом Рунге-Кутты в пакете Mathcad 15 с учетом изменения коэффициента сверхсжимаемости газа в зависимости от пластовых условий.

Ключевые слова: математическое моделирование, численные методы, подземное хранилище газа, водоносный купольный пласт.

Подземное хранилище газа (ПХГ) — техническое сооружение, предназначенное для контроля неравномерности потребления газа. Объемы потребляемого газа могут изменяться в течение часов, суток и сезонов. ПХГ создаются в пористых пластах горных пород, водоносных пластах, истощенных газовых, газоконденсатных и нефтяных месторождениях, в горных выработках соляных отложений, отработанных пространствах горных шахт.

В настоящее время на территории Российской Федерации эксплуатируется 23 ПХГ в 27 объектах хранения газа. Из них 17 — в истощенных газовых месторождениях, 8 в водоносных структурах и 2 объекта в соляных кавернах [1]. Подземное газовое хранилище в водоносном пласте представляет собой искусственную газовую залежь, созданную в пласте, поровое пространство которого было полностью заполнено водой. Для создания ПХГ в водоносном пласте антиклинальной структуры необходим природный резервуар, состоящий из пласта-коллектора с высокими ФЕС и надежной покрышки, способной длительное время герметизировать искусственную газовую залежь.

Рассмотрим купольный пласт симметричный относительно вертикальной оси z . Закачка и отбор газа производится через группу скважин, размещенных в купольной части залежи. В круг радиуса $\alpha(t)$, контур которого

является границей газовой контактной, проецируется часть пласта, занятая газом. Круговое кольцо, удовлетворяющее условию $\alpha(t) \leq r \leq R_k$, занято водой [2].

Расход жидкости через сечение цилиндрической формы выражается в виде формулы:

$$Q(t) = 2\pi r h v_r \quad (1)$$

Подставляем выражение для расхода в закон Дарси, откуда выражаем фильтрационный потенциал:

$$\Phi(r, t) = -\frac{Q(t) \cdot \mu_B}{2\pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln\left(\frac{r}{R_k}\right) + \Phi_k \quad (2)$$

Приняв, что $\Phi_k = p_k + \rho_B \cdot g \cdot z_k$, получим:

$$p(t) = -\frac{Q(t) \cdot \mu_B}{2\pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln\left(\frac{\alpha(t)}{R_k}\right) + \rho_B \cdot g \cdot (z_k - z_a) + p_k \quad (3)$$

Дополним данное равенство условием Кельвина на границе ГVK, согласно которому скорость перемещения ГVK в каждой точке должна равняться нормальной скорости составляющих ее частиц воды.

$$m \frac{da}{dt} = \frac{Q(t)}{2\pi \cdot h \cdot a(t)} \quad (4)$$

В результате получим следующую зависимость:

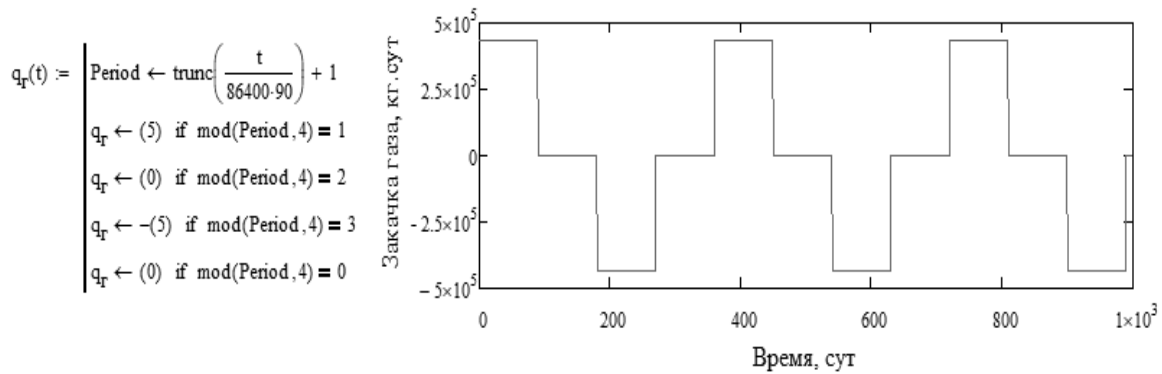


Рис. 1. Блок изменения массы газа в газовой полости

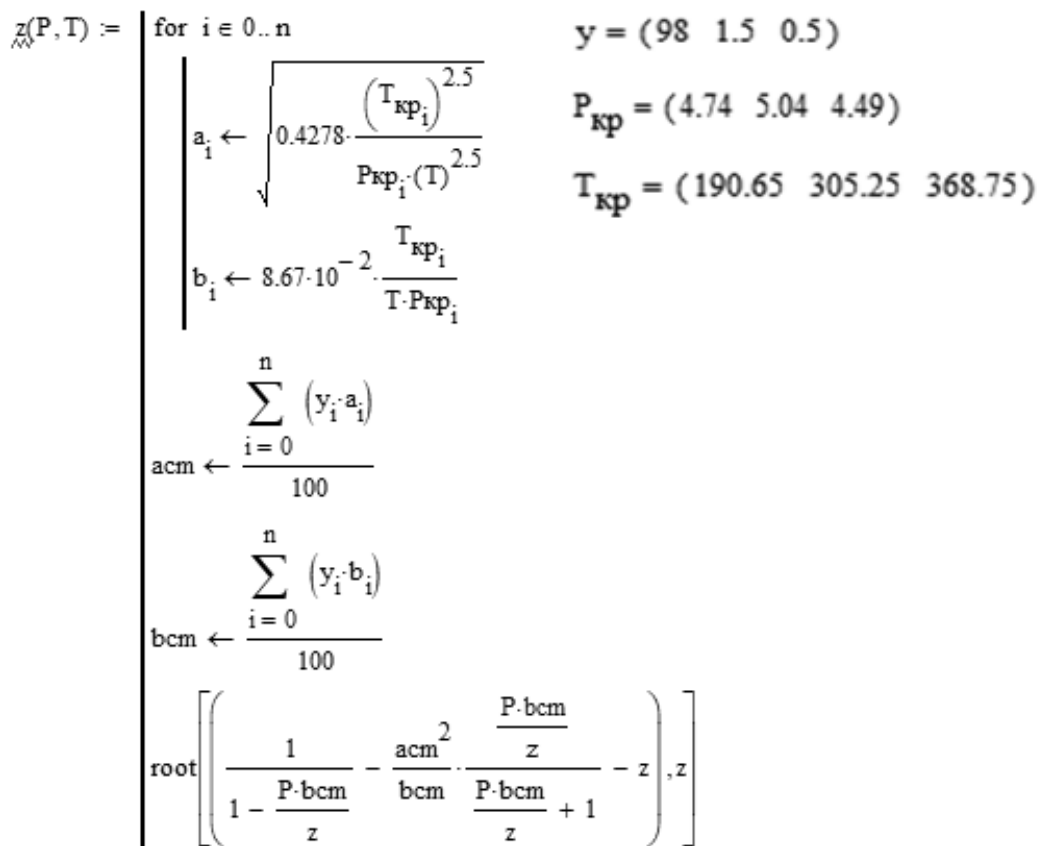


Рис. 2. Алгоритм определения коэффициента сверхсжимаемости газа

$$\frac{p(t)}{p_k} = -\frac{\mu_B \cdot m}{2 \cdot p_k \cdot k} \cdot \frac{d}{dt} (a^2(t)) \cdot \ln\left(\frac{a(t)}{R_k}\right) + \frac{\rho_B \cdot g \cdot R_k}{p_k} \cdot \left(\frac{z_k - z_a}{R_k}\right) \quad (5)$$

Далее выделим производную от положения ГВК:

$$\frac{d}{dt} a(t) = \frac{k}{\mu_B \cdot \gamma \cdot m \cdot a(t) \cdot \ln\left(\frac{a(t)}{R_k}\right)} \cdot \left[-g \cdot \rho_B \cdot \Delta z \cdot \left(1 - \frac{a(t)^2}{R_k^2}\right) + p_k - p(t) \right] \quad (6)$$

В данном равенстве присутствуют неизвестные $a(t)$ и $p(t)$. Поэтому для решения поставленной задачи необходимо использовать дополнительное условие. Второе соотношение получим из уравнения массового баланса газа:

$$M(t) = \frac{\pi h m}{RT} \cdot a^2(t) \cdot \frac{p(t)}{z(p, T)} \quad (7)$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{\pi h m}{RT} \cdot \frac{d}{dt} \left(a^2(t) \cdot \frac{p(t)}{z(p, T)} \right) = q_r(t) \quad (8)$$

$$a(0) = 300 \quad p(0) = 4.2 \cdot (10)^6$$

$$1. \quad \frac{d}{dt} a(t) = \frac{k}{\mu_B \cdot \chi \cdot m \cdot a(t) \cdot \ln\left(\frac{a(t)}{Rk}\right)} \cdot \left[-g \cdot \rho_B \cdot \Delta Z \cdot \left(1 - \frac{a(t)^2}{Rk^2} \right) + p_K - p(t) \right]$$

$$2. \quad \frac{d}{dt} p(t) = \frac{R \cdot T \cdot q_r(t) \cdot z(p(t), T) - p(t) \cdot 2 \cdot a(t) \cdot \left(\frac{d}{dt} a(t) \right) \cdot (h \cdot m \cdot \pi)}{h \cdot m \cdot \pi \cdot a(t)^2 \cdot \left(1 - \frac{p(t) \cdot dz(p(t), T)}{z(p(t), T)} \right)}$$

Рис. 3. Блок решения системы ДУ

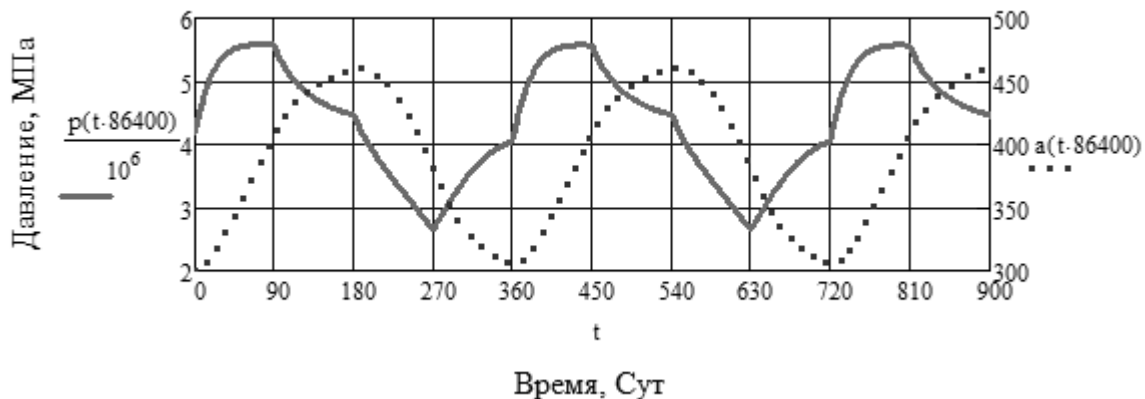


Рис. 4. Колебания давления и изменение границы ГВК

Выражая производную давления, получаем систему однородных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d}{dt} p(t) = \frac{R \cdot T \cdot q_r(t) \cdot z(p(t), T) - p(t) \cdot 2 \cdot a(t) \cdot \left(\frac{d}{dt} a(t) \right) \cdot h \cdot m \cdot \pi}{h \cdot m \cdot \pi \cdot a^2(t) \cdot \left(1 - \frac{p(t) \cdot dz(p(t), T)}{z(p(t), T)} \right)} \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} a(t) = \frac{k}{\mu_B \cdot \chi \cdot m \cdot a(t) \cdot \ln\left(\frac{a(t)}{Rk}\right)} \cdot \left[-g \cdot \rho_B \cdot \Delta Z \cdot \left(1 - \frac{a^2(t)}{Rk^2} \right) + p_K - p(t) \right] \quad (10)$$

Пусть задано ПХГ, созданное в купольном пласте со следующими параметрами: $h=10\text{м}$, $Rk=1500\text{м}$, $m=0.3$, $k=0,5\text{Д}$, $\Delta Z=80\text{м}$.

Давление на контуре питания $p_k=5\text{МПа}$, массовые расходы газа ($q_c(t)$) равны расходам отбора и составляют $\pm 5\text{кг/с}$; температура T природного газа ($R=500\text{Дж/кгК}$) в хранилище равна 300К . Закачка и отбора газа характеризуются одинаковой продолжительностью в 90 суток и цикличной работой. Между закачкой и отбором хранилище простаивает так же 90 суток. Начальное положение ГВК $a(0)=300\text{м}$ при $p(0)=4,2\text{МПа}$.

Расчеты производились с использованием математического программного обеспечения Mathcad15 [3]. Решение системы дифференциальных уравнений получаем с использованием метода Рунге-Кутты.

Для характеристики изменения массы газа в хранилище от времени, т.е. $q_c(t)$, был составлен алгоритм, представленный на рисунке 1.

Коэффициент сверхсжимаемости вычисляется по алгоритму, представленному на рисунке 2. При этом учитываем, что закачиваемый газ на 98% состоит из метана, 1,5% — из этана и на 0,5% — из пропана:

Блок решения системы дифференциальных уравнений в пакете Mathcad15 при заданных начальных значениях $a(0)$ и $p(0)$ представлен на рисунке 3.

На рисунке 4 представлено графическое решение системы дифференциальных уравнений, где сплошная линия отображает колебания давления в газовой полости, а пунктирная представляет закон движения границы ГВК.

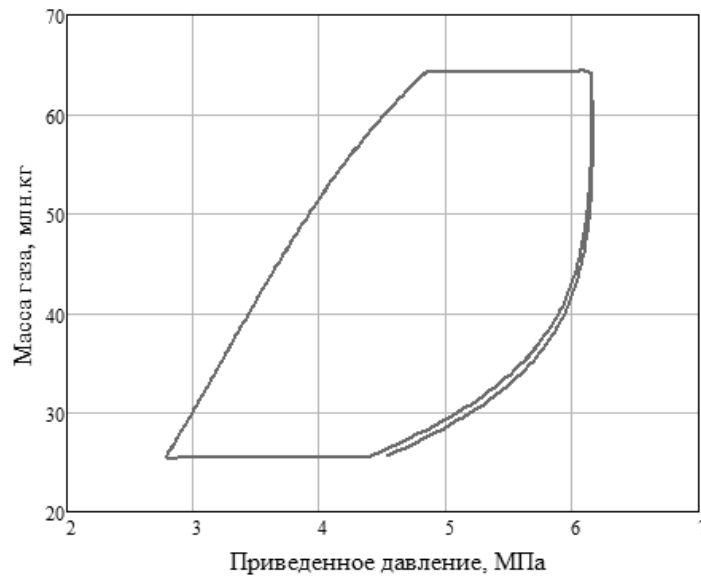


Рис. 5. Гистерезисная диаграмма купольного ПХГ

Изменение границы ГВК принимает положительное значение при закачке газа и последующем простое, при отборе и эквивалентного по времени простоя изменение носит отрицательный характер. Изменение границы ГВК при простоях, хоть и с меньшей скоростью, продолжается. При первом цикле работы граница ГВК колеблется от начального положения равного 300 м до отметки в 460 м. В последующих циклах, ввиду непродолжительного простоя граница находится выше отметки 300 м.

Колебания давления имеют пределы 2,6–5,6 МПа. На первой стадии закачки давление в газовой части повышается с отметки в 4,2 МПа до 5,6 МПа. При последующем простое хранилища в отсутствии внешнего воздействия давление понижается. При отборе газа происходит резкое падение давления, которое к концу последующего простоя восстанавливается до 4 МПа.

Зная динамику изменения давления и положения ГВК, можно контролировать массу газу в хранилище. Для этого была построена гистерезисная диаграмма по уравнению массового баланса газа (рисунок 5). Если

петля гистерезисной диаграммы представляет собой незамкнутую линию, то это может свидетельствовать об утечке газа. При этом необходимо изменить технологический режим работы хранилища. Если же изменение массы газа от цикла к циклу носит схожий характер (как в данном случае), то ПХГ работает в предельном режиме.

Предлагаемая модель ПХГ дает лишь качественную картину изменения параметров его работы, но она может быть адаптирована к реальным условиям. Для этого на основе ретроспективных данных, полученных в результате наблюдений за работой ПХГ, производится адаптация модели к реальным условиям работы путем варьирования констант математической модели (радиус контура питания, давление на нем, средняя мощность пласта, средняя пористость и проницаемость и т.п.) до совпадения гистерезисных диаграмм расчетной модели с действительной. В соответствующие расчеты закладываются значения расходов закачек и отборов газа, имевшие место в течение адаптационного периода, а также среднепластовые давления $p(t)$ в хранилище.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подземное хранение газа [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gazprom.ru/about/production/underground-storage/>
2. Лурье, М. В. Механика подземного хранения газа в водоносных пластах / М. В. Лурье. — М.: ГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2001. — 350 с.
3. Кирьянов, Д. В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. — СПб.: БХВ-Петербург, 2012. — 432 с