

ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РАЗРАБОТКИ НЕФТЕГАЗОВОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ ПО ДАННЫМ ЭКСПЛУАТАЦИИ СКВАЖИН

**ITERATIVE ALGORITHM FOR SOLVING
THE MODEL FOR FORECASTING
DYNAMICS OF OIL AND GAS FIELD
DEVELOPMENT BASED ON WELL
OPERATION DATA**

**V. Kuntsev
P. Kozhevnikova
A. Dorogobed**

Summary. The article is dedicated to the development of an iterative method for solving a mathematical model of the hydrodynamic connection of an oil and gas field according to the history of well operation. After selection of the parameter vector, the model will be used for tomographic calculations and monitoring of the spatial distribution of the filtration resistance of the permeable formation. A computational scheme, a formula for calculating the relaxation parameter, residual control, and rules for stopping the iterative process are described. A software implementation of all computational schemes was completed, on which testing was carried out to verify the adequacy of the algorithm according to the experimental field data.

Keywords: mathematical model, iterative process, partial derivative, optimization parameters, oil and gas field, well flow rate.

Кунцев Виталий Евгеньевич

К.т.н

Ухтинский государственный технический
университет
vkuntsev@ugtu.net

Кожевникова Полина Валерьевна

К.т.н

Ухтинский государственный технический
университет
aira_dark@list.ru

Дорогобед Алена Николаевна

К.т.н

Ухтинский государственный технический
университет
ahudozhilova@ugtu.net

Аннотация. Работа посвящена разработке итерационного метода для решения математической модели гидродинамической связи нефтегазового месторождения по истории эксплуатации скважин. После подбора вектора параметров, модель будет применяться для томографических вычислений и мониторинге пространственного распределения фильтрационного сопротивления проницаемого пласта. Описана вычислительная схема, формула расчета параметра релаксации, контроль невязки и правила остановки итерационного процесса. Выполнена программная реализация всех вычислительных схем, на которой было проведено тестирование для проверки адекватности работы алгоритма по данным экспериментально-го месторождения.

Ключевые слова: математическая модель, итерационный процесс, частная производная, параметры оптимизации, нефтегазовое месторождение, дебит скважины

Введение

При мониторинге и планировании эксплуатации нефтегазовых месторождений, особенно на поздних стадиях разработки, возникает задача поиска пространственного распределения коэффициента фильтрационного сопротивления (пьезопроницаемости) движению флюидов, характеризующего пропускную способность продуктивного пласта [1]. Решение этой задачи может обеспечить метод гидродинамической томографии, основанный на гидродинамическом прослушивании скважин месторождения [2, 3]. Практическая реализация метода гидродинамической томографии основана на косвенных измерениях време-

ни распространения характерных точек кривых восстановления давления между парами скважин по анализу их истории разработки. Синтез необходимых томографических данных реализуется вычислительным экспериментом над построенной математической моделью эксплуатации месторождения в рамках гипотезы о характере ее основных компонентов.

Построение математической модели эксплуатации скважин нефтегазового месторождения основано на технологии емкостного моделирования [4, 5]. Технология емкостного моделирования позволяет определить свойства продуктивного пласта, используя такие данные из истории эксплуатации месторождения, как скорости

нагнетания и добычи жидкости по скважинам. Выполненные построения позволяют моделировать закачку жидкости по нагнетательным скважинам и регистрировать времена извлечения жидкости. Для моделирования используется многоскважинная система, в которой дебит скважины на рассматриваемом временном интервале рассчитывается на основе принципа суперпозиции нескольких отдельных физических факторов [6].

Цель исследования

Целью исследования является разработка алгоритма поиска оптимального вектора параметров для математической модели эксплуатации нефтегазового месторождения для последующего использования в методе гидродинамической томографии.

Алгоритм поиска оптимального вектора параметров

По имеющимся данным из истории эксплуатации месторождения, представляющей собой временной поток данных (дебитов: положительных — работа добывающих скважин, отрицательных — работа нагнетательных скважин) системы из N скважин, необходимо обеспечить возможность прогнозировать объемы дебита по математической модели (1). Подробное описание построения математической модели представлено в следующей работе [6, 7].

$$F[\bar{X}, \bar{\rho}] = \bar{Y}, \quad (1)$$

где F — оператор прогноза по математической модели эксплуатации месторождения и \bar{Y} — наблюдаемые данные из истории.

В качестве входных данных для модели прогноза служат и:

- ◆ \bar{X} — история штатной эксплуатации месторождения,
- ◆ $\bar{\rho}$ — вектор параметров, по которому осуществляется оптимизация (начальное приближение параметров модели).

На временном ряде t заданы значения дебитов работы скважин в виде временного ряда: $\bar{X} = \{G_i(t), W_j(t)\}, i = 1 \dots N_{int}, j = 1 \dots N_{out}, t = t_0 \dots t_n$. Здесь n — количество временных интервалов, на которые разделена история разработки. $G(t)$ и $W_j(t)$ — объемы работы (добыча и нагнетание) скважин в момент времени t . N_{out} и N_{int} — количество нагнетательных и добывающих скважин соответственно.

Количество параметров модели $\bar{\rho} = \{\alpha_{int}, \alpha_{out}, \lambda, \beta, \gamma, V\}$ зависит от числа скважин,

для которых рассчитывается модель. Смысл каждого параметра описан в работе [6].

Решение задачи состоит в подборе такого вектора параметров модели $\bar{\rho}^k$ при построении оператора F по выборке из всех, либо части предыдущих элементов из временного ряда данных истории разработки: $\{G_i(t), W_j(t)\}_z$, которые играют роль входного вектора параметров $\bar{X}(k)$. k — количество временных интервалов используемых в прогнозе ($k = 1 \div n$). Данные по интервалам, которые не были использованы, будут задействованы для проверки адекватности построенного решения.

Процесс оптимизации модели состоит в подборе параметра $\bar{\rho}^k$ для минимизации невязки:

$$\|\bar{Y} - F[\bar{X}(k), \bar{\rho}^k]\| \rightarrow \min \quad (2)$$

Оператор прогноза:

$$F[\bar{X}(k), \bar{\rho}^k] = \bar{Q}(t, k) \quad (3)$$

Уравнение (3) — результат реального вычисления по (1) с подобранными, исходя из (2), оптимизационными параметрами $\bar{\rho}^k$ для выборки из истории разработки $\bar{X} = \{G(t, k), W(t, k)\}$. $\bar{Q}^\delta(t, k)$. соответствует с уровнем $y(t)$ погрешности $\delta(k)$:

$$\delta(k) = \|\bar{Q}(t, k) - \bar{Y}(t)\|_{R^N}$$

Величина $\delta(k)$ характеризует предельно достигаемую динамику ошибки при уменьшении или наращивании временного интервала данных t по глубине одновременно используемых временных данных при прогнозе очередного шага временной последовательности k .

Следует построить и адаптировать модель (подобрать параметры $\bar{\rho}^k$) к реальным данным истории эксплуатации месторождения.

Итерационный метод построения решения для задачи:

$$\begin{cases} F[\bar{X}(k), \bar{\rho}^k] = \bar{Q}(t, k) \\ \|\bar{Q}(t, k) - \bar{Y}(t)\|_{R^N} \rightarrow \min \end{cases}$$

состоит в нахождении на очередной итерации z вектора приращения по параметрам и проверки погрешности модели с новым вектором параметров:

$$\rho^{z+1} = \rho^z + \alpha^z F'^*[\bar{X}, \rho^z] \varphi^z,$$

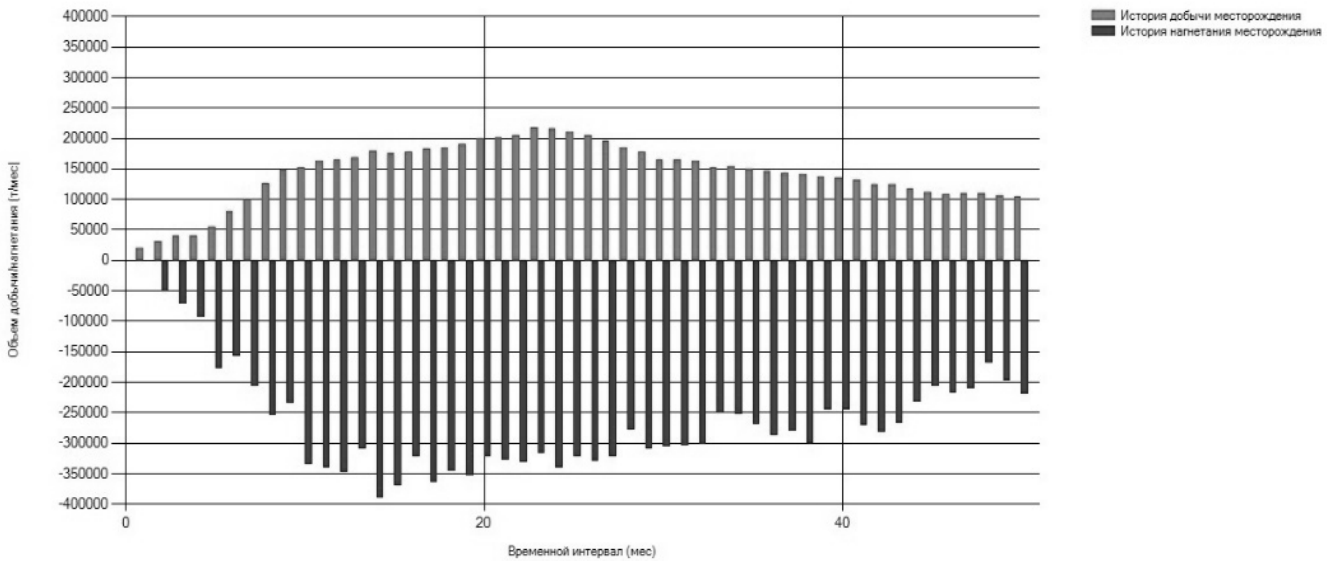


Рис. 1. История эксплуатации месторождения (красный график — добыча, синий — нагнетание)

где φ^z — разница между модельными (рассчитанными) дебитами и данными из истории штатной эксплуатации скважин (месторождения):

$$\varphi^z = F[X, \rho^z] - Y.$$

Коэффициент α^z — параметр релаксации, подбираемый на каждом шаге расчетов так, чтобы итерационный процесс сходился [8]:

$$\alpha^z = \frac{\|F'^*[X, \xi^z]\varphi^z\|^2}{\|F'[X, \rho^z]F'^*[X, \rho^z]\varphi^z\|^2}$$

$$F'[X, \rho^z] = \begin{pmatrix} \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \rho_1^z} & \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \rho_2^z} & \dots & \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \rho_K^z} \\ \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \rho_1^z} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \rho_2^z} & \dots & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \rho_K^z} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F^M[X, \rho^z]}{\partial \rho_1^z} & \frac{\partial F^M[X, \rho^z]}{\partial \rho_2^z} & \dots & \frac{\partial F^M[X, \rho^z]}{\partial \rho_K^z} \end{pmatrix}$$

Здесь:

- ♦ $F'[X, \rho^z]$ — матрица $\{M \times K\}$ обратного оператора A в частных производных по параметрам ρ ;
- ♦ $F'^*[X, \rho^z]$ — сопряженная к матрице обратного оператора $\{K \times M\}$.

Для математической модели, описывающей характер разработки месторождения, состоящего из 4 скважин (по 2-е добывающие и нагнетательные), F^* представляет собой матрицу размерностью (16×2) , где количество столбцов ($M = 2$) — количество добываю-

щих скважин и количество строк матрицы ($K = 16$) — количество параметров модели:

$$F'^*[X, \xi^z] = \begin{pmatrix} \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \alpha_{int}} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \alpha_{int}} \\ \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \alpha_{out}} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \alpha_{out}} \\ \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \lambda_2} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \beta_{13}} & 0 \\ \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \beta_{14}} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \beta_{23}} \\ 0 & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \beta_{24}} \\ \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial \gamma_{12}} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial \gamma_{21}} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial A^1[X, \rho^z]}{\partial V_{13}} & 0 \\ \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial V_{14}} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial V_{23}} \\ 0 & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial V_{24}} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial F^1[X, \rho^z]}{\partial V_{12}} & \frac{\partial F^2[X, \rho^z]}{\partial V_{21}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Процесс заканчивается, когда разница между реальным и модельным дебитами φ^z принимает удовлетворительно малое значение, либо не удалось получить новый вектор ρ^z .

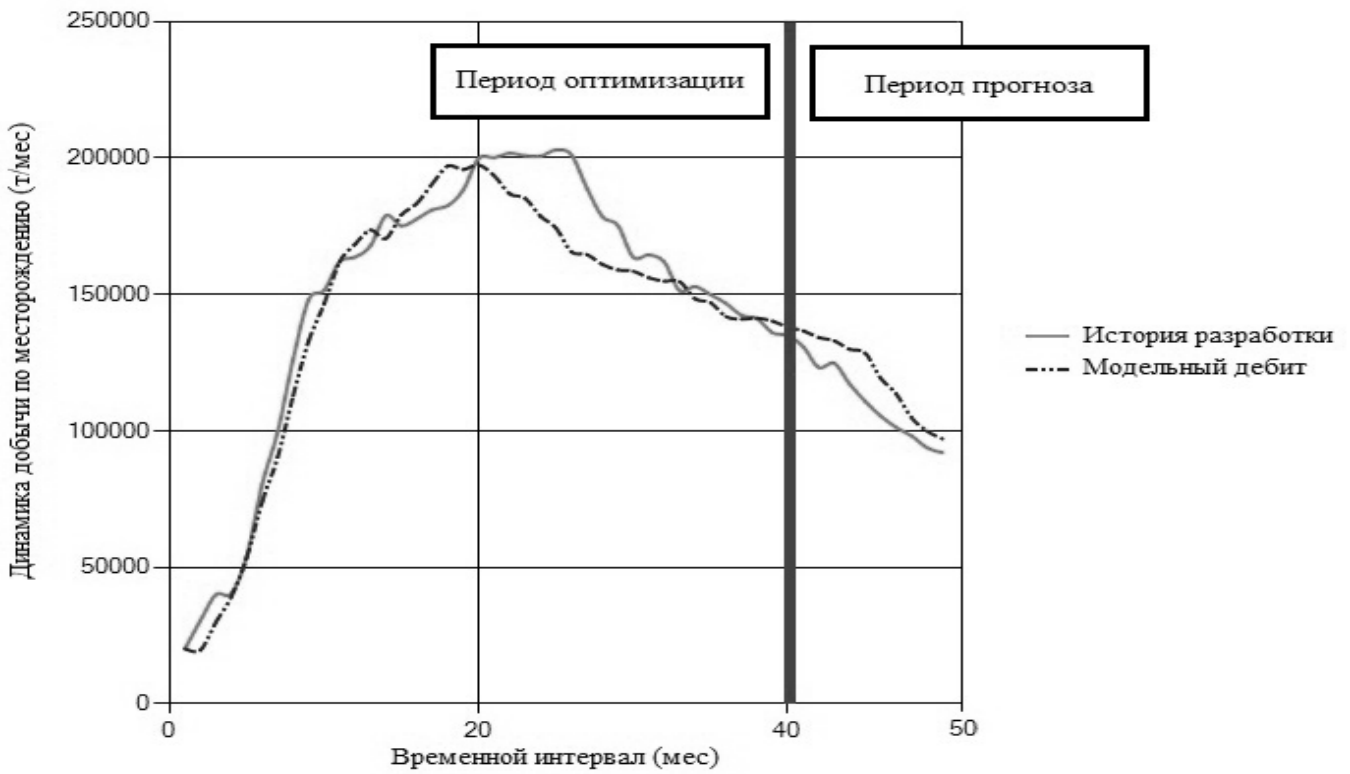
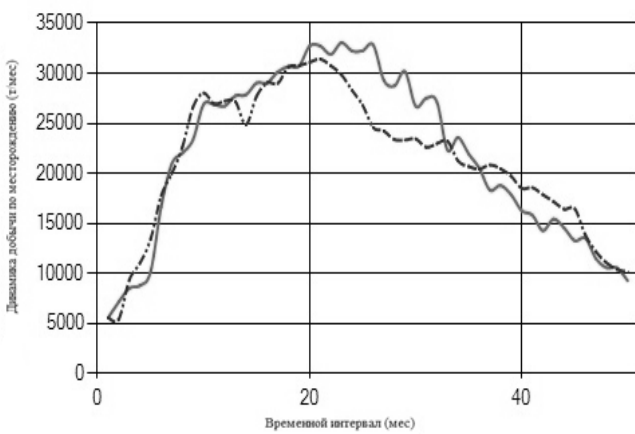
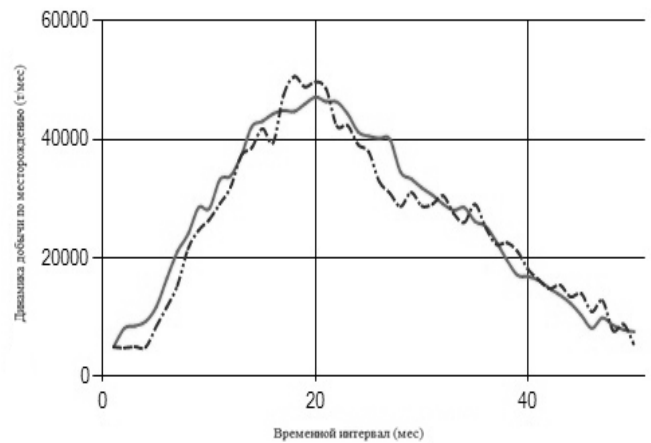


Рис. 2. Сравнение результатов оптимизации модели с данными по экспериментальному месторождению



а) скважина № 1



б) скважина № 4

Рис. 3. Сравнение результатов оптимизации модели с данными по отдельным скважинам

Результаты исследования и их обсуждение

В качестве примера для проверки адекватности поведения модели были использованы данные по эксплуатации экспериментального месторождения, состоящего из 12 скважин, среди которых 7 добывающих и 5 нагнетательных. По каждой скважине была история эксплуатации (рисунок 1), выраженная в скорости добычи и закачки жидкости (т/мес) на рассматриваемом интервале времени ($t = 50$).

Все расчеты производились в программе, разработанной авторами на языке программирования C#. По результатам решения оптимизационной задачи для экспериментального месторождения модельные дебиты приблизились к дебитам из истории с относительной погрешностью 11,1%. Временной интервал разработки был разделен на две части. 40 месяцев было выделено на настройку модели, поэтому период прогноза составил 10 оставшихся месяцев. На основе рассчитанных модельных параметров был определен дебит по скважинам на определенный период прогноза. На графиках

представлены результаты расчетов итерационного процесса для математической модели в целом по всему месторождению (рисунок 2), так и в отдельности по двум добывающим скважинам (рисунок 3).

Заключение

Относительная погрешность прогноза по двум представленным скважинами составила 10,7% и 11,6% соответственно. Погрешность в расчетах по остальным пяти добывающим скважинам находилась в диапазоне между 9,8% и 12,1%. Такие результаты расчетов показывают, что предложенный итерационный алгоритм может быть использован для подбора вектора параметров для математической модели, которая в свою очередь будет применяться для томографических вычислений путем моделирования депрессии в нагнетательных скважинах и регистрации отклика на эту депрессию в добывающих скважинах. В следующих работах будет необходимо внимательно исследовать динамику погрешности при различных временных интервалах разработки на основе, которых будут подбираться параметры модели с целью выбора оптимального временного окна для оптимизации модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щелкачев В.Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации: Ч. 1, 2. М.: Нефть и газ, 1995. 586 с.
2. Кобрунов А.И. Математическая модель томографии на давлениях при контроле за разработкой нефтяных месторождений // Известия Коми научного центра Уро РАН. 2012. Выпуск 4(12). С. 8286.
3. Кобрунов А.И. Теоретические основы гидродинамической томографии // Геофизический журнал. — 2015. Выпуск 2. — С. 2734
4. Краснов В.А., Иванов В.А., Хасанов М.М. Помехоустойчивый метод оценки связности пласта по данным эксплуатации месторождений // Российская техническая нефтегазовая конференция и выставка SPE по разведке и добыче (Москва, 16–18 октября 2012 года). — SPE. — 162053.
5. Jong S. Kim, Larry W. Lake, Thomas F. Edgar. Integrated Capacitance-Resistance Model for Characterizing Waterflooded Reservoirs // Proceedings of the 2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production (May 31/June 1, 2012). Norwegian University of Science and Technology, Trondheim. 2012. P. 1924.
6. Кобрунов А.И., Кунцев В.Е., Мотрюк Е.Н. Технология оценки связности скважин на основе модели эксплуатации месторождения // Фундаментальные исследования. — 2015. — № 6–3. — С. 452–456.
7. Кунцев В.Е., Кожевникова П.В., Дорогобед А.Н. Математическая модель гидродинамической томографии // Современные наукоемкие технологии. — 2021. — № 4. — С. 64–69.
8. Кобрунов А.И. Математические основы теории интерпретации геофизических данных: учебное пособие. — Ухта: УГТУ, 2007. — 286 с.: ил

© Кунцев Виталий Евгеньевич (vkuntsev@ugtu.net),

Кожевникова Полина Валерьевна (aira_dark@list.ru), Дорогобед Алена Николаевна (ahudozhilova@ugtu.net).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»