ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ И ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГИОНАЛЬНЫХ ЗАИМСТВОВАНИЙ ПРИ ПОМОЩИ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Райкова Наталия Анатольевна
Преподаватель, Сибирский федеральный университет
amo.x@mail.ru

Аннотация. В настоящее время государственный долг рассматривается как возможный инструмент эффективной экономической политики, направленной на развитие экономики государства, поддержания уровня спроса и предложения, привлечения инвесторов и обеспечения занятости в государстве.

В условиях современной смешанной экономической системы Российской Федерации, в условиях бюджетного дефицита на региональном уровне можно применить позитивный опыт реализации государственных займов.

Путям определения объемов и эффективности региональных заимствований при помощи экономико–математических моделей посвящена данная статья.

Ключевые слова: облигации, государственные облигации, государственный займ, региональные облигации, инновации, финансы, математические модели, экономико–математические модели, экономика, модель Марковица

DEFINITION OF VOLUMES AND EFFICIENCY OF REGIONAL BORROWINGS BY MEANS OF ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELS

N. Raikova

Summary. At present, the state debt is considered as a possible instrument of effective economic policy aimed at the development of the state economy, maintaining the level of supply and demand, attracting investors and providing employment in the state.

In the conditions of modern mixed economic system of the Russian Federation in the conditions of budget deficit at the regional level it is possible to apply positive experience of realization of the state loans.

This article is devoted to the ways of determining the volume and efficiency of regional borrowings using economic and mathematical models.

Keywords: bonds, government bonds, government loan, regional bonds, innovation, Finance, mathematical models, economic and mathematical models, Economics, Markowitz model

Эффективность приобретения ценных бумаг позволяет инвестору определить целесообразность вложения средств в эти бумаги по сравнению с другими вариантами, например с банковским депозитом.

Выгода облигаций регионального займа перед банковским депозитом заключается в:

- Объеме и гибкости рынка. Рынок облигаций регионального займа очень большой и позволяет вложить как очень крупные суммы, так и очень небольшие.
- Ставках доходности. В отличие от банковского депозита, для которого чаще всего характерна прогрессивная шкала в зависимости от объема вложений, доходность на региональные облигации одинакова при любых вложениях. При этом нижний ограничитель вложений — стоимость 1 облигации, в то время как в банках минимальный объем вложений может также различаться.
- Доходность облигаций может быть выше доходности банков.
- Ликвидность облигаций. Облигации легко торгуются на рынке, инвестор в любой момент может вывести деньги, в то время как для досрочного закрытия банковского депозита чаще всего приходится терять проценты, либо доходность вклада «до востребования» крайне низкая.
- Удобство. Для приобретения облигаций не нужно лично приходить, все операции производятся из любого места, требуется только компьютер. Покупателю облигации не нужно возвращаться из-за рубежа для продажи или покупки облигаций. А в случае, если житель региона живет в отдалении от регионального центра, и не имеет возможности выбора ни банков, ни банковских

продуктов, то облигации регионального займа — достойная возможность выгодных вложений.

Если объем продаж ценных бумаг составил N бумаг, номиналом $C(t_2)$, а доход региона — эмитента — $C(t_1, N)\cdot N$, то экономическая эффективность такого варианта составит Э(N).

$$Э(N) = C(t_{1-n-1}, N) * N - C(t_n) * N$$

Предположим, что номинал $C(t_4)$ региональной облигации равен 1000 рублей, общий объем продаж облигаций составил 1000000 облигаций, и они были реализованы:

в момент t_1 по цене C = 995 N = 100000;
в момент t_2 по цене C = 1025 N = 800000;
в момент t_3 по цене C = 1045 N = 100000;

то

Э(N) = (995 * 100000 + 1025 * 800000 + 1045*100000) – – 1000 * 1000000 = 99 500 000+820 000 000+104 500 000 – –1 000 000 000 = 24 000 000 руб.

В случае, когда суммарный объем обязательств региона — эмитента ограничен определенной суммой, наибольшая экономическая эффективность заимствования на рынке ценных бумаг может быть получена при выборе наилучшей комбинации типов ценных бумаг и объемов их размещения.

С целью этого решается оптимизационная задача, в которой автор предлагает найти такую комбинацию переменных переменных xi, i = 1-m, при которой максимизируется величина целевой функции — объем привлеченных на рынке ценных бумаг денежных средств.

$$Э = \sum_{i=1}^{m} C(t_{1i}, x_i)\, x_i \to \max$$

При выполнении следующих ограничений:

$$\sum_{i=1}^{m} C(t_{2i})\, x_i \le K$$
$$x_i \ge 0,$$

где

x_i — объем эмиссии ЦБ, который принимает целочисленные значения;
i — индекс типа ценных бумаг, $i = 1\text{-}m$;
t_{1i} — момент размещения ценных бумаг i-го типа;
t_{2i} — момент погашения ценных бумаг i-го типа;
$C(t_{1i}, x_i)$ — функция, описывающая зависимость цены размещения ценных бумаг i-го типа;
$C(t_{2i})$ — номинал ценных бумаг i-го типа;
K — предельный объем обязательств региона — эмитента, обусловленный необходимостью погашения ценных бумаг.

Помимо максимизации доходов инвесторов (в т.ч. население) может интересовать и вопрос рискованности таких вложений.

Предположим, что рассматриваемые в примере облигации не могут быть убыточными. Однако получаемые при различных вариантах размещения средств портфели будут иметь разную дисперсию (или же разное среднее квадратичное отклонение — понятия взаимозаменяемы), поскольку ценные бумаги портфеля имеют разную волатильность (мерой которой является дисперсия).

Уравновесить максимальную доходность при минимизации риска помогает модель Марковица. Суть модели сводится к применению формул статистики и теории вероятностей (частично — теории игр) к рынку ценных бумаг. Дисперсия (или среднее квадратичное отклонение как квадратный корень из дисперсии случайной величины $\sigma = \sqrt{D[X]}$) является статистическим показателем, который показывает, насколько сильно доходность ценных бумаг колеблется вокруг своего среднего значения.

Целью модели Марковица является решение следующей задачи:

Максимизация доходности при установленном заданном уровне риска;

Минимизация риска при значении доходности с минимально — допустимым значением.

Для реализации это задачи устанавливается, что доходность портфеля понимается как средневзвешенная сумма доходностей бумаг, входящих в портфель ценных бумаг:

$$r_п = \sum_{i=1}^{n} r_i * w_i,$$

где

$r_п$ — доходность портфеля п;
n — количество ценных бумаг в портфеле;
r_i — доходность i — ценной бумаги, входящей в портфель, $i = 1..n$;
w_i — доля i — ценной бумаги, входящей в портфель.

В свою очередь, уровень риска отдельной ценной бумаги, входящей в портфель рассчитывается как среднеквадратичное (стандартное) отклонение доходности этой ценной бумаги. Для общего расчета риска портфеля ценных бумаг следует определить как совокупное изменение риска отдельной ценной бумаги, так и определить взаимное влияние рисков ценных бумаг портфеля друг на друга через меры взаимосвязи — коэффициенты корреляции и ковариации.

$$\sigma_п = \sqrt{w_i * w_j * V_{ij}} =$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 * w_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} w_i * w_j * k_{ij} * \sigma_i * \sigma_j} \ ,$$

где

$\sigma_п$ — риск портфеля п;

σ_i — стандартное отклонение доходности i — ценной бумаги портфеля п;

σ_j — стандартное отклонение доходности j — ценной бумаги портфеля п;

k_{ij} — коэффициент корреляции между i, j — ценной бумагой, входящей в портфель, $i, j = 1..n$;

V_{ij} — коэффициент ковариации доходностей i, j — ценной бумаги, входящей в портфель, $i, j = 1..n$;

n — количество ценных бумаг в портфеле;

w_i — доля i — ценной бумаги, входящей в портфель;

w_j — доля j — ценной бумаги, входящей в портфель;

Благодаря учету доходностей ценных бумаг портфеля и рисков, им сопутствующих, риски в рамках оптимально подобранного портфеля снижаются за счет обратной корреляции ценных бумаг портфеля. Таким образом происходит устранение не только специфических рисков, присущих ценной бумаге, но и снижается рыночный (систематический) риск.

Далее, имея возможность инвестирования в ряд ценных бумаг, инвестором решается оптимизационная задача, в рамках которой презюмируется для базового варианта, что использование заемных средств не предполагается, т.е. сумма долей активов равна единице, а эти доли положительны.

Тогда:

Максимизация доходности при установленном заданном уровне риска:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} r_i * w_i \to \max \\ \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 * w_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} w_i * w_j * k_{ij} * \sigma_i * \sigma_j} < \sigma_п \\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{cases}$$

Минимизация риска при значении доходности с минимально — допустимым значением:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} r_i * w_i > r_п \\ \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 * w_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} w_i * w_j * k_{ij} * \sigma_i * \sigma_j} \to \min \\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{cases}$$

Поскольку накопление статистического массива — генеральной совокупности данных — для модели Марковица является чуть ли не самой важной предпосылкой применение этой модели, то отметим, что для использования на практике модели Марковица следует оперировать значительными данными с рынка ценных бумаг об изменении цен на ценные бумаги, желательно за длительный период не менее года.

Важным условием применимости модели Марковица является допущение о том, что существуют открытые и достоверные данные о доходности ценных бумаг, которые позволяют инвестору провести анализ средних доходностей и их попарных ковариаций.

Данной модели помимо требований к наличию массива данных с рынка для анализа, присущ еще один серьезный недостаток. Исключение из рассмотрения какой-либо ценной бумаги, по причине того, что она показывал отрицательную ожидаемую доходность, с точки зрения инвестора не всегда правильно решение, поскольку ценная бумага в любой момент времени может «развернуться», начать показывать положительную ожидаемую доходность, а модель не учитывает эту возможность. Конечно, сказанное в большей степени относится к акциям, нежели к ценным бумагам федерального или регионального займа, но, тем не менее, это показывает слабость модели.

Также модель предполагает поведение на рынке рационального инвестора, который будет делать выбор либо в пользу максимальной доходности ценной бумаги, допуская при этом определенный уровень риска, либо довольствоваться определенной доходностью, но при минимальном уровне риска.

Однако, когда речь идет об облигациях федерального или регионального займа и когда одним из инвесторов выступает обычный гражданин без соответствующих навыков и знаний о рынке ценных бумаг, становится сложно говорить о рациональности в принятии решений. Принятие решения об инвестировании в ценные бумаги федерального или регионального займа со стороны граждан будет часто сопровождаться не рациональным, а эмоциональным мышлением, а потому проверка по модели Марковица может даже при наличии соответствующего массива данных для анализа показать неверные для будущего прогноза результаты.

Также модель Марковица исходит из того, что если математически доходность бумаги долго падала и показывает (или показывала) отрицательную доходность, то и прогноз о будущей доходности будет неблагоприятным — она тоже будет отрицательной. Несмотря на то, что математически такой посыл верен, на практике часто происходит иное: если ценная бумага долго падает, в какой-то момент она может перестать падать, начать расти и ее доходность станет положительной.

Еще один вариант постановки задачи — минимизация возникающих в связи с изначально определенным объемом привлеченных средств суммарных обязательств региона — эмитента. Для этого в первой модели следует поменять местами целевую функцию и ограничения.

Критерием оптимальности будет выступать тогда минимум величины суммарного объема обязательств региона — эмитента, а сама формула примет следующий вид:

$$R = \sum_{i=1}^{m} x_i * C_{2i}(t_{1i}, t_{2i}) \to \min$$

Ограничениями для функции является то, что объем привлеченных средств не должен быть меньше заданной величины (D):

$$\sum_{i=1}^{m} x_1 * C_{1i}(t_{1i}, t_{2i}, x_i) \geq D$$

Искомые переменные — неотрицательные целые числа:

$0 \leq x_i$,

x_i — целое.

Оптимальное решение задачи может быть получено на основе оптимального решения задачи о максимизации привлеченных средств.

Пусть, например, ценные бумаги всех типов имеют равный номинал. Рассмотрим ряд значений величины N_{max}. Построим функцию $F_0(N_{max})$ на основе решения задачи.

Ближайшее значение справа N_{max} будет оптимальным решением задачи.

Для доказательства этого утверждения рассмотрим следующую лемму.

Функция $F_m(N_{max})$ является выпуклой монотонной строго возрастающей от величины N_{max}.

В качестве доказательства построим функцию

$F_1(N_{max}) * C_1(t_{11}, N_{max}) * N_{max}$.

По своему экономическому содержанию приведенная функция является выпуклой монотонной строго возрастающей от величины N_{max}.

Рассмотрим функцию $F_2(N_{max})$.

$$F_2(N_{max}) = \max_{0 \leq x_2 \leq N_{max}} \{F_1(N_{max} - x_2) + f_2(x_2)\}$$

Для любых значений N_{max} справедливо:

$F_2(N_{max}) \geq F_1(N_{max})$.

Следовательно, если $F_1(N_{max})$ — выпуклая монотонная строго возрастающая функция, то $F_2(N_{max})$ также является таковой от величины N_{max}.

В соответствии с правилом математической индукции, если из монотонности функции $F_r(N_{max})$ следует монотонность функции $F_{r+1}(N_{max})$, то функция $F_m(N_{max})$ является выпуклой монотонной строго возрастающей от величины N_{max}.

Если найдена функция $F^0(N_{max})$ в результате решения задачи о максимизации привлеченных средств, то ближайшее к N_{max} справа целое значение аргумента этой функции является оптимальным решением задачи о минимуме величины суммарного объема обязательств региона — эмитента, при условии, что

$F^0 (N_{max}) = D$.

В качестве доказательства предположим, что N_{max} не является оптимальным решением задачи о минимуме величины суммарного объема обязательств региона — эмитента, а существует $N < N_{max}$ такое, что $F^0(N) > D$. В силу того, что $F^0 (N_{max})$ монотонная строго возрастающая выпуклая функция, $\Delta F^0 = F^0 (N_{max}) — F^0 (N) > 0$, что противоречит выдвинутому выше предположению.

С целью анализа различных шоков и введения их в приведенную выше экономическую модель возможно использование модели векторной авторегрессии (VAR), байесовский метод оценки моделей с большим числом переменных (BVAR)_ методом выделения основных факторов (FAVAR) [1], [2].

Ответом на вопрос, сколько независимых правил монетарной политики необходимо для описания динамики макроэкономических переменных, служит байесовская оценка DSGE модели. Также доказана возможность использования правила Тейлора с правилом корректировки валютного курса [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Исаков А. В. Сигнальная модель для внутреннего денежного рынка. // Прикладная эконометрика. № 30 (2). 2013. — с. 77–92
2. Ломиворотов Р. В. Использование байесовских методов для анализа денежно — кредитной политики в России. // Прикладная эконометрика. № 38 (2). 2015. — с. 41–63
3. Шульгин А. Г. Сколько правил монетарной политики необходимо при оценке DSGE модели для России. // Прикладная эконометрика. № 36 (4). 2014. — с. 3–31

Сибирский федеральный университет