

ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

Нуякшин Михаил Геннадьевич

Аспирант, Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Университет «Дубна»
(государственный университет «Дубна»)
mihail.nuyakshin@mail.ru

ONTOLOGICAL MODEL OF PROBLEMS FOR PREPARATION FOR MATHEMATICAL OLYMPIADS

M. Nuyakshin

Summary. The article is devoted to the creation of an ontological model for systematization and classification of mathematical problems intended for preparing schoolchildren for Olympiads. The main goal of the work is to optimize the learning process and increase the efficiency of student training through a structured presentation of problems and their attributes. The article examines in detail the components of the ontological model, such as topics, types of problems, difficulty levels, and skills required to solve them. A description of the Olympiad problem is proposed as a vector of parameters, where each component corresponds to a specific characteristic of the problem. Particular attention is paid to the integration of ontology with a relational database, which allows for the implementation of an adaptive approach to learning and provides flexible query customization for selecting problems. The general architecture of the system is presented, including tools for extracting and transforming data, as well as loading it into the ontological model.

Keywords: ontological model, mathematical problems, classification of problems, preparation for olympiads, adaptive learning, semantic queries, relational database.

Аннотация. Статья посвящена созданию онтологической модели для систематизации и классификации математических задач, предназначенных для подготовки школьников к олимпиадам. Основная цель работы — оптимизация процесса обучения и повышение эффективности подготовки учащихся за счёт структурированного представления задач и их атрибутов. В статье подробно рассмотрены компоненты онтологической модели, такие как темы, типы задач, уровни сложности и навыки, необходимые для их решения. Предложено описание олимпиадной задачи в виде вектора параметров, где каждый компонент соответствует определенной характеристике задачи. Особое внимание уделено интеграции онтологии с реляционной базой данных, что позволяет реализовать адаптивный подход к обучению и обеспечить гибкую настройку запросов для подбора задач. Представлена общая архитектура системы, включающая инструменты для извлечения и преобразования данных, а также их загрузки в онтологическую модель.

Ключевые слова: онтологическая модель, математические задачи, классификация задач, подготовка к олимпиадам, адаптивное обучение, семантические запросы, реляционная база данных.

Введение

Математические олимпиады играют важную роль в развитии интеллектуальных способностей школьников, стимулируя их логическое мышление, творческий подход к решению сложных задач и глубокое понимание математических концепций. Участие в олимпиадах способствует не только повышению уровня знаний учащихся, но и формированию у них навыков анализа, синтеза и аргументации, которые необходимы в современной науке и технике [1,2]. Подготовка к таким соревнованиям требует систематического изучения широкого спектра математических тем и освоения разнообразных методов решения задач.

Существует много интернет-ресурсов дистанционной подготовки к олимпиадам, где собраны задачи по темам, уровням сложности и типам решения [3–6]. Несмотря на разнообразие этих платформ, они в основном рассчитаны на работу с преподавателем, который определяет программу, темп занятий и консультирует ученика. Большое разнообразие тем и задач затрудняет создание структурированной программы подготовки школьников

к олимпиадам. Это может привести к неравномерному охвату тем, повторению одних и тех же типов задач или, наоборот, пропуску важных тем. Поэтому в процессе подготовки к олимпиаде важными являются процессы систематизации и эффективного подбора задач.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью создания инструментов, позволяющих оптимизировать процесс подготовки к математическим олимпиадам. Систематизация задач и их классификация по различным параметрам помогут более эффективно планировать учебный процесс, обеспечивая последовательное и всестороннее развитие математических способностей учащихся.

Целью данной статьи является создание онтологической модели математических задач, предназначенной для подготовки к олимпиадам. Предложенная модель позволит структурировать знания в области математических задач, устанавливая четкие взаимосвязи между ключевыми понятиями и характеристиками задач, такими как тема, уровень сложности, необходимые навыки и методы решения.

Применение онтологии в образовании

Онтология — формализованное описание предметной области, включающее в себя понятия, их свойства и отношения между ними. Она служит инструментом для систематизации знаний, обеспечивая единое понимание терминологии и структуры данных в предметной области. Применение онтологии в образовательных системах позволяет создать структурированное представление учебного материала, методов обучения и оценки знаний, что способствует эффективному обмену информацией между различными компонентами образовательной среды, улучшает навигацию в условиях повышенного объема информации [7,8]. Внедрение онтологий в образовательный процесс позволяет реализовать более динамичные, интерактивные и персонализированные формы обучения. Интеграция онтологий в образовательные системы способствует повышению качества образования путем обеспечения точности, актуальности и полноты учебных материалов. Адаптивные обучающие системы, основанные на онтологиях, могут предоставлять материалы, максимально соответствующие текущим образовательным стандартам и требованиям [9,10].

1. Формализация параметров и онтологическая модель олимпиадных задач

1.1. Онтологическая модель олимпиадных задач

Математическую модель онтологии олимпиадных задач можно представить следующим образом:

$$M = \langle C, R, A, P, D \rangle.$$

Основными компонентами являются:

- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ — множество понятий (концептов), где $n \in \mathbb{N}$ — количество понятий. Для подготовки к математическим олимпиадам ключевыми концептами являются «задача», «тема», «уровень сложности», «метод решения», «тип задачи» и т. д. Эти понятия формируют основу онтологической модели и определяют структуру всех элементов системы.
- $R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ — множество отношений (связей) между понятиями, где $m \in \mathbb{M}$ — количество отношений. Отношения определяют, как различные концепты взаимодействуют друг с другом. Например, отношения могут описывать связь «задача принадлежит теме» или «задача решается определенным методом». Отношения между концептами нужны для понимания структуры знаний и логики взаимодействия элементов в системе.
- $A = \{a_1, a_2, \dots, a_w\}$ — множество атрибутов (свойств), которые уточняют характеристики понятий, где $w \in \mathbb{W}$ — количество атрибутов. Например, у задачи могут быть такие свойства, как

«уровень сложности», «автор», «год создания», «количество баллов» и т. д.

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_t\}$ — множество конкретных значений атрибутов, где $t \in \mathbb{T}$ — количество свойств. Например, у атрибута «количество баллов» может быть множество значений целых чисел от 1 до 10 баллов, а у атрибута «уровень сложности» — от 1 до 3 (низкий, средний и высокий уровни). Множество P определяет все допустимые значения для атрибутов, что позволяет описывать конкретные экземпляры концептов (понятий).
- $D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ — множество типов отношений, где $k \in \mathbb{K}$ — количество типов отношений. Типы отношений определяют шаблоны возможных связей между концептами. Например, для задач по алгебре могут быть виды отношений: «Задача является подзадачей», «Задача требует использования», «Задачи эквивалентны» и т. д. Это позволяет структурировать и классифицировать возможные типы взаимодействий в системе.

1.2. Вектор параметров олимпиадной задачи

Любая олимпиадная задача может быть описана в виде вектора параметров P , где каждый компонент соответствует определенной характеристике задачи: $P = \{C_1, C_2, \dots, C_n, A_1, A_2, \dots, A_w\}$. Здесь C_i — концепты, описывающие основные категории задачи, такие как «тема задачи» или «тип задачи»; A_i — атрибуты, уточняющие конкретные свойства задачи, такие как «уровень сложности» или «количество баллов».

Пример вектора параметров для конкретной задачи: $P = \{C_1, C_2, C_3, A_1, A_3, A_5\}$. Здесь $C_1 =$ геометрия, $C_2 =$ доказательство, $C_3 =$ графическое, $A_1 = 3$ (высокий уровень сложности), $A_3 = 8$ (баллов), $A_5 =$ Иванов И.И. (автор).

Таким образом, вектор параметров задачи представляет собой набор конкретных значений, описывающих ключевые характеристики задачи в рамках онтологической модели. Онтологическая модель M определяет общую структуру и связи между концептами, атрибутами и их значениями, что позволяет использовать её для систематического описания и анализа задач, а также для автоматизации процесса подготовки к олимпиадам.

2. Обоснование выбора редактора онтологий

Для разработки онтологии задач по математике, включая олимпиады, необходимо выбрать инструмент, обеспечивающий достаточную гибкость и функциональность. Рассмотрим два наиболее распространенных редактора онтологий Protégé (<https://protege.stanford.edu/>) и Fluent Editor (<https://www.cognitum.eu/semantics/>)

fluenteditor/). Сравним их по основным характеристикам, представленным в таблице 1.

Таблица 1.

Сравнение редакторов онтологий

Редактор	Достоинства	Недостатки
Protégé	<ul style="list-style-type: none"> — Поддержка стандартов OWL, RDF, RDFS, XML Schema. — Кроссплатформенность и наличие веб-версии. — Расширяемость за счет плагинов. — Визуальная среда для работы с онтологиями. — Поддержка сложных логических выражений и ограничений. 	<ul style="list-style-type: none"> — Сложный интерфейс для начинающих пользователей. — Требуется знание формальных языков онтологий (OWL).
Fluent Editor	<ul style="list-style-type: none"> — Использование контролируемого естественного языка для моделирования онтологий. — Удобный редактор Predictive Editor. — Возможность создания активных правил на C#. — Интеграция с другими инструментами, включая Protégé. 	<ul style="list-style-type: none"> — Ограниченная платформа (только Windows). — Меньше визуальных инструментов для работы с онтологиями. — Нет веб-версии.

В результате сравнения редактор Protégé был выбран в качестве основного инструмента для разработки онтологии олимпиадных задач. Protégé поддерживает ключевые стандарты для описания ресурсов в веб-пространстве: OWL (Web Ontology Language) [11] и RDF (Resource Description Framework) [12], необходимых для создания сложных логических структур. Это решающий фактор для точного представления и классификации математических задач. Кроме того, Protégé обладает расширяемой архитектурой благодаря системе плагинов, что позволяет добавлять новые функции и осуществлять интеграцию с другими программными продуктами. Protégé способствует более эффективной совместной работе над онтологиями в рамках больших проектов благодаря наличию веб-версии.

Несмотря на то, что Fluent Editor также имеет определенные преимущества (удобство использования и поддержку контролируемого естественного языка), его функциональные возможности и поддержка различных платформ ограничены по сравнению с Protégé.

3. Фрагмент онтологической модели олимпиадных задач: структура тем и уровней сложности

Рассмотрим фрагмент онтологической модели, описывающей структуру олимпиадных задач по математике (рис. 1). Онтология систематизирует задачи по таким параметрам, как тема, тип задачи, метод решения, необхо-

димые навыки для решения задачи и уровень сложности. Такой подход обеспечивает создание структурированной базы данных задач, упрощает их выбор и классификацию для эффективной подготовки учащихся.

На онтологической модели олимпиадных задач (иерархическая структура), показанной на рис. 1 можно выделить следующие концепты:

- «Тема задачи» включает подкатегории «Алгебра и анализ» и «Алгебраические уравнения». В свою очередь, «Алгебра и анализ» охватывает задачи, связанные с темами «Анализ функций», «Алгебраические преобразования», «Доказательство неравенств» и другие, а «Алгебраические уравнения» содержит подкатегории «Квадратные уравнения», «Системы уравнений», «Минимальные задачи» и т. д. Эти концепты определяют основное содержание задач и являются отправной точкой для классификации задач в онтологии.
- Для быстрого определения метода решения задачи введен концепт «Тип задачи», который указывает на формат или структуру задачи и включает подконцепты «Построение», «Доказательство», «Вычисление», «Анализ данных».
- Концепт «Тип решения задачи» описывает, каким способом решается задача, и включает подкатегории «Аналитический», «Графический», «Комбинаторный», «Метод перебора» и другие. Связь задачи с определенным типом решения позволяет классифицировать ее по подходам и методам, используемым при решении.
- Концепт «Уровень сложности» определяет степень сложности («Начальный», «Средний», «Высокий»), что позволяет подобрать задачи, соответствующие подготовке учащегося и требуемым навыкам.
- Концепт «Навыки» включает «Геометрические построения», «Знание теорем», «Комбинаторное мышление», «Системный анализ» и другие и позволяет определить какой подготовки требует решение задачи и на какие аспекты следует обратить внимание при обучении.

Между концептами онтологии установлены отношения, которые отображают логику взаимодействия и иерархию знаний. Например, между концептами «Тип задачи» и «Тип решения»: для каждой категории задачи определены подходящие методы решения, что позволяет оптимизировать выбор задач для тренировки определенных навыков.

На рис. 2 показан онтологический граф, отображающий структуру взаимосвязей между различными концептами и атрибутами, описывающими конкретную задачу («Задача_1») в контексте онтологии олимпиадных задач.



Рис. 1. Фрагмент дерева олимпиадных задач (Protégé)

Представленный фрагмент онтологической модели демонстрирует, как конкретная «Задача_1» интегрируется в общую систему знаний и какие характеристики ей присущи.

Разработанная онтологическая модель обеспечивает эффективную структуру для описания, классификации и выбора задач по различным критериям. Это позволяет систематизировать процесс подготовки учащихся к математическим олимпиадам, улучшая качество обучения и облегчая процесс подбора задач для различных уровней и тем.

В настоящее время продолжается работа по развитию и наполнению онтологии олимпиадных математических задач.

4. Взаимодействие онтологии с реляционной базой данных задач

Для эффективной подготовки школьников к олимпиадам необходимо использовать интеграцию онтологической модели, формализующей знания, и реляционной базы данных (БД), в которой хранятся конкретные экземпляры задач с их условиями, решениями и характеристиками, а также информация о ходе подготовки каждого ученика, включая его сильные и слабые стороны. Такая система поддерживает адаптивное обучение, автоматически подбирая задачи в зависимости от текущих знаний и навыков ученика, помогая сфокусироваться на пробелах и развивать сильные стороны. Это позволяет создавать индивидуализированные программы подготовки, обеспечивая оптимальный темп и содержание учебного процесса для достижения высоких результатов на олимпиадах. Для автоматического связывания свойств задачи из реляционной БД с онтологией используются специальные инструменты и процессы маппинга, преобразо-

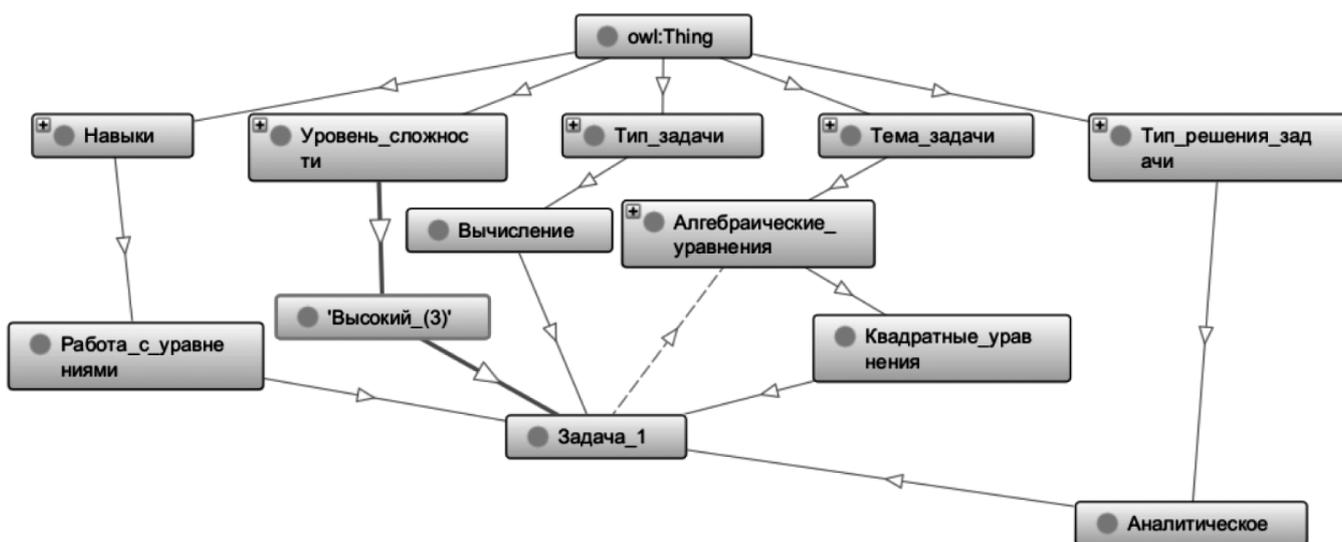


Рис. 2. Фрагмент онтологической модели (онтограф Задача_1)

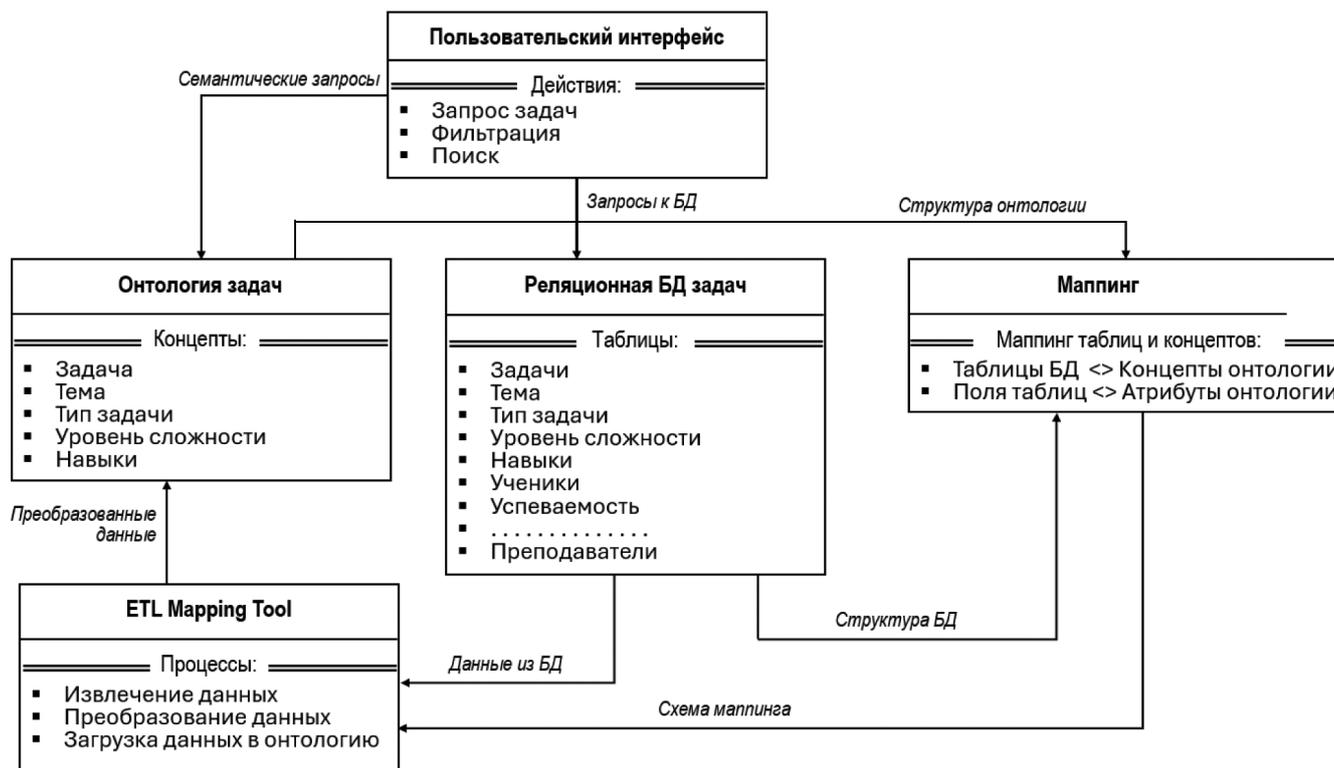


Рис. 3. Структурная схема взаимодействия реляционной базы данных и онтологии, отображающая процесс синхронизации и преобразования данных

вания и синхронизации данных (рис. 3). Это позволяет обеспечить согласованность данных между БД и онтологией, а также использовать семантические возможности онтологии для расширенного поиска и анализа задач [13].

Для создания маппинга между реляционной базой данных и онтологией используется инструмент Ontop, который позволяет выполнять виртуализацию данных реляционной базы данных в виде триплетов RDF без необходимости их предварительной конвертации [14]. С помощью Ontop можно создавать виртуальные триплеты, используя существующую реляционную базу данных и маппинг между её таблицами и онтологией. Запросы к базе данных можно выполнять с помощью SPARQL, как если бы данные уже были в формате RDF.

Выводы

1. Разработанная онтологическая модель, дополненная представлением олимпиадной за-

дачи в виде вектора параметров, где каждый компонент отражает определённую характеристику задачи, обеспечивает чёткую структуру для классификации и подбора математических задач. Внедрение этой модели в образовательные системы упростит процесс подбора задач по различным уровням и темам, что в свою очередь повысит качество подготовки школьников к олимпиадам.

2. Интеграция онтологии с реляционной базой данных позволяет автоматизировать и адаптировать процесс обучения под потребности конкретных учеников, обеспечивая индивидуальный подход к каждому.
3. Использование таких инструментов, как Protégé и Ontop, делает возможным не только создание, но и эффективное использование онтологий для выполнения сложных запросов и анализа данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панишева О.В., Логинов А.В. Открытая олимпиада как средство математического просвещения школьников // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. 2019. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otkrytaya-olimpiada-kak-sredstvo-matematicheskogo-prosvescheniya-shkolnikov> (дата обращения: 24.09.2024).
2. Агаханов Н.Х., Марчукова О.Г., Подлипский О.К. О современных тенденциях в подготовке школьников к математическим олимпиадам // Вопросы образования. 2021. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-sovremennyh-tendentsiyah-v-podgotovke-shkolnikov-k-matematicheskim-olimpiadam> (дата обращения: 24.09.2024).
3. Интернет-проект «Задачи», URL: https://www.problems.ru/about_system.php, (дата обращения 25.09.2024)

4. Яковлев И.В., Math US, URL: <https://mathus.ru/index.php>, (дата обращения 25.09.2024)
5. Олимпиадный фундамент по Математике для 8–11 классов, URL: https://umschool.net/olimpiady/math-11-class-sergey-lepikhov-6684/?utm_source=sravni&utm_medium=sra&utm_campaign=sravni&utm_term=sravni, (дата обращения 25.09.2024)
6. Попов С.В. Информационная система «Живая математика» как среда развития математических компетенций. Вестник МГПУ. Серия «Современный колледж». 2022. № 2 (2). С. 28–37.
7. Gina George and Anisha M. Lal. 2019. Review of ontology-based recommender systems in e-learning. Comput. Educ. 142, C (Dec 2019). <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103642>
8. Невзорова О.А., Невзоров В.Н., Шакирова Л.Р., Фалилеева М.В. Исследование структуры онтологии OntoMathEdu: первые результаты // Труды международной конференции по компьютерной и когнитивной лингвистике TEL-2018. В 2-х томах. Т. 1. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2018. С. 240–250. 438 с. ISBN 978-5-9690-0477-1.
9. Токтарова В.И. Адаптивная система математической подготовки студентов вуза: учет стиливых типологий обучающихся // Вестник ЮУрГГПУ. 2017. №6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/adaptivnaya-sistema-matematicheskoy-podgotovki-studentov-vuza-uchet-stilevyh-tipologiy-obuchayuschih-sya> (дата обращения: 26.09.2024).
10. Jing, Y.; Zhao, L.; Zhu, K.; Wang, H.; Wang, C.; Xia, Q. Research Landscape of Adaptive Learning in Education: A Bibliometric Study on Research Publications from 2000 to 2022. Sustainability 2023, 15, 3115. <https://doi.org/10.3390/su15043115>
11. OWL 2 Web Ontology Language Document Overview, URL: <https://www.w3.org/TR/owl2-overview/>, (дата обращения: 24.09.2024).
12. RDF 1.1 Concepts and Abstract Syntax, URL: <https://www.w3.org/TR/rdf11-concepts/>, (дата обращения: 24.09.2024).
13. Ломов П.А., Олейник А.Г. Технология применения паттернов онтологического проектирования для оптимизации выполнения запросов в системах обеспечения доступа к данным на основе онтологий // Онтология проектирования. 2017. №4 (26). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tehnologiya-primeneniya-patternov-ontologicheskogo-proektirovaniya-dlya-optimizatsii-vypolneniya-zaprosov-v-sistemah-obespecheniya> (дата обращения: 26.09.2024).
14. Волков, А.А. Инструменты автоматического получения онтологии из реляционных баз данных / А.А. Волков // Альманах научных работ молодых ученых Университета ИТМО, Санкт-Петербург, 02–05 февраля 2022 года. Том 2. — Санкт-Петербург: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО», 2022. — С. 221–224. — EDN LLBFHA.

© Нуякшин Михаил Геннадьевич (mihail.nuyakshin@mail.ru)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»