

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ПРОШИВКИ ПАЗОВ

Миназетдинов Н. М.,

Канд. физ.-мат. наук, доцент,

Набережночелнинский институт

Казанского (Приволжского) федерального университета

nminazetdinov@yandex.ru

Аннотация. Цель работы – определение формы границы анода-детали и ширины паза при электрохимической прошивке детали полигональным электродом-инструментом с изолированным участком границы. Исходная задача сводится к задаче о плоскопараллельном потенциальном течении идеальной жидкости с нелинейным условием на ее поверхности. Представлены результаты расчетов для частных случаев.

Ключевые слова: электрохимическая обработка металлов, потенциал, гидродинамическая аналогия, свободная поверхность.

MODELING OF ELECTROCHEMICAL GROOVE MACHINING

Minazetdinov N. M.,

Branch of Kazan Federal University in Naberezhnye Chelny

Abstract. Objective of the work – definition of the anode detail border form and width of a groove at an electrochemical machining with a polygonal electrode - tool with the isolated border site. The initial problem is reduced to a problem of plane-parallel potential flow of an ideal liquid with non-linear conditions on its surface. In conclusion the constructed analytical solution of the problem is illustrated by the results of calculations for particular cases.

Keywords: electrochemical machining of metals, potential, hydrodynamic analogy, free surface.

Электрохимическая обработка (ЭХО) металлов и сплавов основана на принципе их локального анодного растворения в электрохимической ячейке. При этом форма электрода-инструмента (катода) копируется на заготовке детали (аноде). Удаление продуктов реакций осуществляется за счет прокачки под большим давлением раствора электролита через межэлектродный промежуток. Одним из видов ЭХО металлов является электрохимическое прошивание, при котором катод, углубляясь в анод, образует отверстия или узкие пазы постоянного сечения [1].

Ниже в рамках модели идеального процесса [2] находится численно-аналитическое решение двумерной задачи, связанное с определением ширины паза и формы анодной границы при стационарной электрохимической прошивке детали трехгранным катодом симметричной формы. В отличие от схемы, рассмотренной в работе [3], катод содержит электроизолированный участок границы. Изоляция нерабочей части катода позволяет уменьшить наклон боковой стенки обрабатываемой поверхности.

Схема сечения межэлектродного промежутка представлена на рис. 1. Сечение катода – равнобедренный треугольник с углом при основании α п. В силу симметрии межэлектродного промежутка ограничимся рассмотрением левой его части, ограниченной границей CDE катода, состоящей из рабочей (токопроводящей) части CD и электроизолированного участка DE , линиями симметрии BC , EF .

При соблюдении необходимых условий после длительного времени обработки граница FAB анода принимает определенную, постоянную во времени форму, которую называют установившейся или стационарной [2].

Введем систему декартовых координат (x_1, y_1) , связанную с катодом, который движется в направлении оси ординат, и комплексный потенциал электростатического поля $W_1(z_1) = v(x_1, y_1) + iu(x_1, y_1)$, $z_1 = x_1 + iy_1$ ($u(x_1, y_1)$ – потенциал поля, $v(x_1, y_1)$ – функция тока) [4]. Потенциал поля в межэлектродном промежутке удовлетворяет уравнению Лапласа. При допущении равномерной поляризации [1, 2] электро-

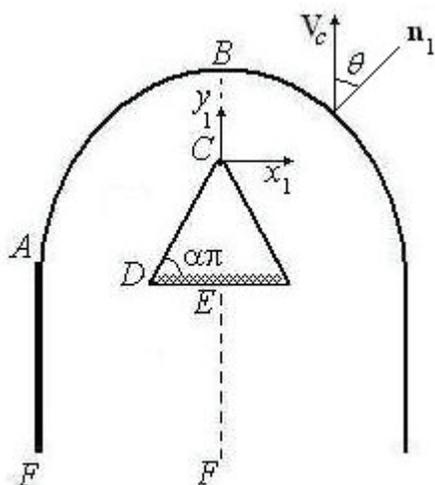


Рисунок 1. Геометрия межэлектродного промежутка

дов на границах FAB анода и CD катода потенциал поля принимает постоянные значения: $u|_{FAB} = u_a$, $u|_{CD} = u_c$.

На границе изоляции DE и линиях симметрии BC , EF выполняется условие: $\partial u / \partial n_1 = 0$.

При обработке сталей в водных растворах нитрата или хлората натрия, зависимость выхода по току η (доля электрического заряда, затраченной на растворение металла), от анодной плотности тока j_a можно представить в виде

$$\eta(j_a) = 0 \text{ при } j_a \leq j_{cr};$$

$$\eta(j_a) = a_0 + a_1/j_a \quad (1)$$

при $j_a > j_{cr}$,

где $a_0 > 0$, $a_1 < 0$, $j_{cr} = -a_1/a_0$ – постоянные [5].

В модели, согласно условию (1) искомую анодную границу разделим на две области. В области AB происходит растворение металла. Распределение нормальной производной потенциала на этом участке стационарной анодной границе имеет вид [5]

$$\frac{\partial u}{\partial n_1} = \frac{1}{\kappa a_0} \left(-a_1 + \frac{\rho V_c}{\varepsilon} \cos\theta \right),$$

где κ – удельная электропроводность среды, ε – электрохимический эквивалент металла, ρ – плотность материала анода, θ – угол между вектором V_c скорости подачи катода и вектором n_1 нормали (рис. 1) в данной точке анодной границы.

В области, которая моделируется вертикальным прямолинейным участком AF , выход по току η равен нулю и растворение металла не происходит. Плотность тока на участке AF изменяется от значения j_{cr} в точке A до нуля в бесконечно удаленной точке F .

Введем безразмерные переменные $x = x_1/H$, $y = y_1/H$, $n = n_1/H$, где $H = \kappa(u_a - u_c)/j_0$ – характерная длина, $j_0 = \rho V_c/\varepsilon$ – характерная плотность тока, и представим комплексный потенциал в безразмерном виде $W(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, $z = x + iy$ с помощью преобразования

$$W(z) = (W_1(z) - iu_{c1}) / (u_a - u_{c1}) \quad [6].$$

Функция ψ удовлетворяет уравнению Лапласа в межэлектродном промежутке с условиями на границах

$$\psi|_{FAB} = 1, \quad \psi|_{CD} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{BC} = \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{DE} = \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{EF} = 0.$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{AB} = a + b \cos\theta, \quad (3)$$

$$a = -\frac{a_1}{a_0 j_0}, \quad b = \frac{1}{a_0}.$$

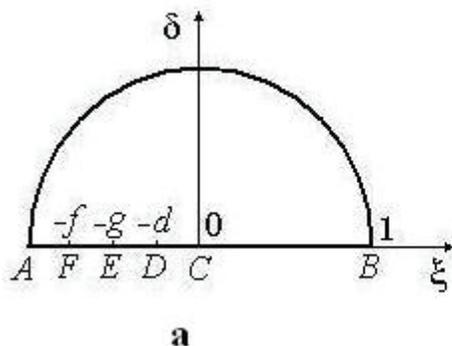
В гидродинамической интерпретации [4] модели электрического поля условие (3) определяет годограф скорости V фиктивного течения идеальной несжимаемой жидкости [7] на анодной границе

$$V = a + b \cos\theta, \quad (4)$$

где θ – аргумент вектора скорости.

Гидродинамическим аналогом исходной задачи является задача теории струй идеальной жидкости [7] об определении свободной границы AB с заданным на ней условием (4). Точке A анодной границы соответствует точка отрыва струи, с полубесконечной пластины AF , скорость течения на которой изменяется от значения $V = a$ в точке отрыва, до нуля в бесконечно удаленной точке F .

Для решения задачи введем вспомогательную комплексную переменную $t = \xi + i\delta$, изменяющуюся в области G_t ($|t| < 1, \delta > 0$) (рис. 2а), и найдем функцию $z(t)$, конформно отображающую область G_t на область течения. Соответствующие точки на рис. 1 и рис. 2а обозначены одинаковыми буквами.



Параметр Φ_0 определяет величину электрического тока, протекающего через анодную границу. Область изменения комплексного потенциала представлена на рис. 2б.

Используя метод конформных отображений [4], найдем функцию dW/dt и параметр Φ_0 :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{i}{I_0} \tau(t), \quad I_0 = \int_0^1 \tau(x) dx,$$

$$\tau(t) = \frac{1+t}{\sqrt{t(t+d)(1+td)(t+f)(1+tf)}},$$

$$\Phi_0 = \frac{1}{I_0} \int_0^d \frac{(1-x) dx}{\sqrt{x(d-x)(1-xd)(f-x)(1-xf)}}.$$

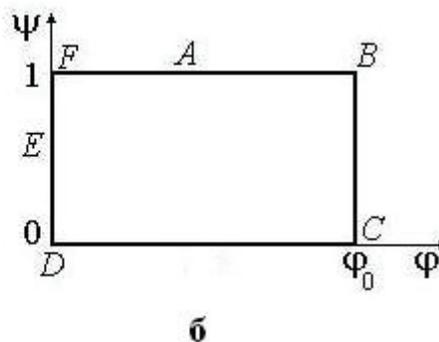


Рисунок 2. а – плоскость параметрической переменной t ; б – область изменения комплексного потенциала W

Комплексный потенциал $W(t) = \varphi(t) + i \psi(t)$, удовлетворяет граничным условиям

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & t = \exp(i\sigma), \quad \sigma \in [0, \pi]; \quad t = \xi \quad \xi \in [-1, -f], \\ 0, & t = \xi, \quad \xi \in [-d, 0]. \end{cases}$$

На линиях симметрии CB , FF и электроизолированном участке DE функция $\varphi(t)$ принимает постоянные значения. Не нарушая общности, будем считать, что

$$\varphi(\xi) = 0, \quad \xi \in [-f, -d]; \quad \varphi(\xi) = \Phi_0, \quad \xi \in [0, 1].$$

Введем функцию Жуковского [7]

$$\chi(t) = \ln \left(\frac{1}{V_0} \frac{dW}{dz} \right) = r - i\theta,$$

$$r = \ln \frac{V}{V_0},$$

где $V_0 = a + b$ – значение скорости фиктивно-го течения в точке $B(t = 1)$ и представим ее в виде суммы [7]:

$$\chi(t) = \chi_*(t) + \omega(t).$$

Функция Жуковского $\chi_*(t) = r_* - i\theta_*(t)$, $r_* = \ln(V_*/V_0)$ соответствует течению по заданной схеме с условием $V_* = V_0$ на границе AB анода, а функция $\omega(t)$, аналитическая в области G_t и непрерывна вплоть до ее границ. На границе области G_t функции $\chi(t)$ и $\chi_*(t)$ удовлетворяют граничным условиям

$$a + b \cos \theta(t) = V_0 \exp(r(t)),$$

$$t = e^{i\sigma}, \sigma \in [0, \pi]; \quad r(1) = 0,$$

$$\operatorname{Re} \chi_*(t) = 0, \quad t = e^{i\sigma}, \quad \sigma \in [0, \pi],$$

$$\operatorname{Im} \chi(\xi) = \operatorname{Im} \chi_*(\xi) = \begin{cases} -\pi/2, & \xi \in [-1, -f) \\ -\pi, & \xi \in (-f, -g), \\ \pi/2, & \xi \in (-g, -d), \\ -\alpha \pi, & \xi \in (-d, 0), \\ 0, & \xi \in (0, 1]. \end{cases}$$

В точке A выполняется условие гладкого отрыва [3, 7]

$$\theta'(\delta) = 0 \quad \text{при} \quad \delta = 0. \quad (5)$$

Используя метод особых точек Чаплыгина [7], получим

$$\chi_*(t) = \frac{1}{2} \ln \frac{(t+f)(t+\varepsilon)}{(1+tf)(1+t\varepsilon)} - \left(\frac{3}{2} - \alpha\right) \ln \frac{t+d}{1+td} - \alpha \ln t.$$

Из сравнения граничных условий функции $\chi(t)$ и $\chi_*(t)$ для функции $\omega(t)$ получим нелинейную краевую задачу

$$a + b \cos(T + \mu) = V_0 \exp(\lambda), \quad (6)$$

$$\operatorname{Im} \omega(\xi) = 0, \quad \xi \in [-1, 1], \quad \operatorname{Re} \omega(1) = 0, \quad (7)$$

где

$$T = \operatorname{Im} \chi_*(\exp(i\sigma)),$$

$$\mu = \operatorname{Im} \omega(\exp(i\sigma)),$$

$$\lambda = \operatorname{Re} \omega(\exp(i\sigma)),$$

$$\sigma \in [0, \pi].$$

Функция $\omega(t)$ в силу условия (7) разлагается в степенной ряд с вещественными коэффициентами

$$\omega(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k t^k, \quad c_0 = -\sum_{k=1}^{\infty} c_k. \quad (8)$$

Геометрические характеристики течения определяются из параметрической зависимости

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\exp(-\chi(t))}{V_0} \frac{dW}{dt} =$$

$$= i M t^{\alpha-0.5} \left(\frac{1+t}{t+f}\right) \frac{(t+d)^{1-\alpha}}{(1+td)^{2-\alpha}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{1+tg}{t+g}} \exp\left(-\sum_{k=1}^{\infty} c_k t^k\right), \quad (9)$$

$$\text{где } M = (V_0 I_0 e^{c_0})^{-1}.$$

Интегрированием выражения (9) по полуокружности бесконечно малого радиуса с центром в точке $t = -f$, с помощью теории вычетов, найдем расстояние h между линиями AF и EF , соответствующее половине безразмерной ширины паза

$$h = \pi M \frac{f^{\alpha-0.5} (1-f)(f-d)^{1-\alpha}}{(1-fd)^{2-\alpha}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{1-fg}{f-g}} \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} c_k f^k\right).$$

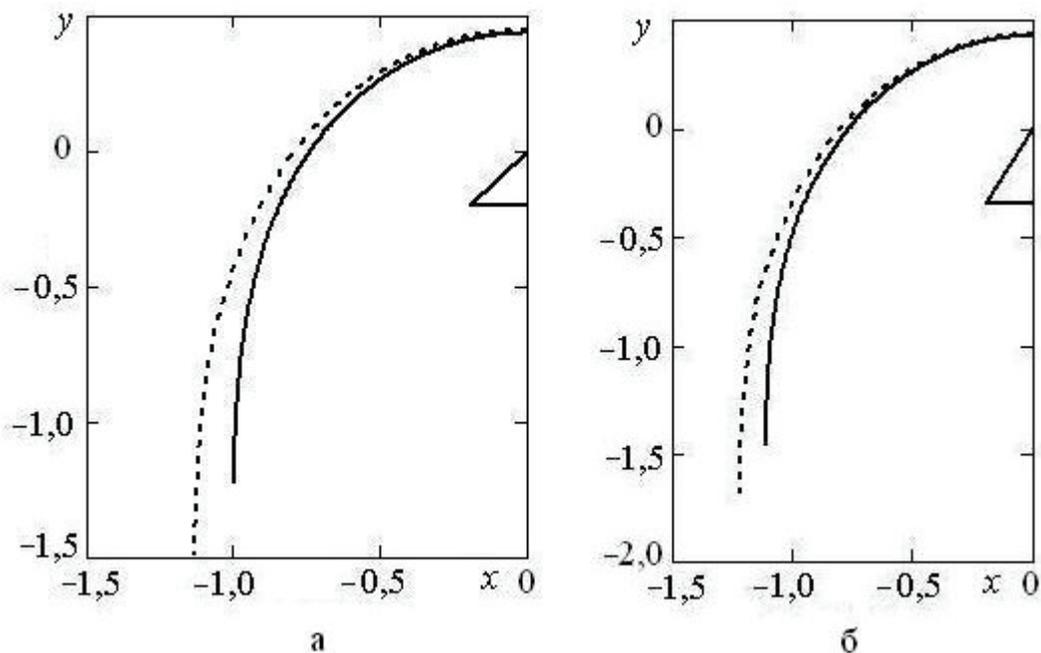


Рисунок 3. Результаты расчета анодных границ:
а – $\alpha = 0,25$; б – $\alpha = 1/3$.

Интегрируя выражение (9) на отрезках $[-g, -d]$ и $[-d, 0]$, найдем безразмерные длины L_1 и L_2 отрезков DE и CD , соответственно

$$\begin{aligned}
 L_1 &= M \int_d^{\varepsilon} F_1(x)(x-d)^{1-\alpha} dx, \\
 L_2 &= M \int_0^d F_1(x)(d-x)^{1-\alpha} dx, \\
 L_1 &= L_2 \cos \alpha \pi,
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
 F_1(x) &= \frac{1-x}{x^{0,5-\alpha} (1-xd)^{2-\alpha} (f-x)} \times \\
 &\times \sqrt{\frac{1-xd}{g-x}} \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} c_k x^k\right).
 \end{aligned}$$

Для численного решения задачи задаются геометрические величины L_1, α , коэффициенты a_0, a_1 и характерная плотность тока j_0 . Коэффициенты разложения (8) определяются таким образом, чтобы на искомой анодной границе удовлетворялось условие (6). Численно задача решается методом коллокаций. [8]. Система уравнений для вычисления коэффициентов разложения (8) решается совместно с уравнениями (5), (10), предназначенных для определения параметров d, g, f .

Расчеты выполнены при следующих значениях задаваемых параметров:

$$\begin{aligned}
 L &= 0,2, \quad a_0 = 0,906, \quad a_1 = -12,818, \\
 j_0 &= 100 \text{ А/см}^2
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

(значения a_0, a_1 соответствуют процессу электрохимической обработки стали 5ХНМ в растворе нитрата натрия с концентрацией 15% [5]).

При $\alpha = 0,25$ значение h половины безразмерной ширины паза равно 0,997. На рис. 3а сплошной линией представлены результаты расчета анодной границы для указанного частного случая. Для сравнения, на этом же рисунке, пунктирной линией обозначены результаты расчета анодной границы, для

электрохимической обработки трехгранным катодом без изоляции [3].

При тех же значениях параметров (11) и $\alpha = 1/3$ получается $h = 1,111$. На рис. 3б, аналогичным образом, представлены результаты расчета анодной границы с изоляцией и без изоляции на границе катода.

Список литературы

1. Щербак М.В. Толстая М.А., Анисимов А.П., Постановов В.Х. Основы теории и практики электрохимической обработки металлов и сплавов. – М.: Машиностроение, 1981. – 413 с.
2. Давыдов А.Д., Козак Е. Высокоскоростное электрохимическое формообразование. – М.: Наука, 1990. – 272 с.
3. Миназетдинов Н.М. Гидродинамическая интерпретация одной задачи теории размерной электрохимической обработки металлов // ПММ – 2009. – Т. 73, Вып. 1. – С. 60–68.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987. – 688 с.
5. Котляр Л.М., Миназетдинов Н.М. Определение формы анода с учетом свойств электролита в задачах электрохимической размерной обработки металлов // ПМТФ. 2003. Т.44. №3. С. 179–184.
6. Каримов А.Х., Клоков В.В., Филатов Е.И. Методы расчета электрохимического формообразования. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. – 388 с.
7. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости – М.:Наука, 1979. – 536 с.
8. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 2008. – 480 с.