

ПРИНЦИПЫ КОМПЛЕКСНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ СТАНКОВ С ЧПУ И ИХ АНАЛИЗ

Арынов А. Т.,

School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Шанхай 200030, Китай

Аннотация. Произведен детальный анализ погрешностей движения кинематической пары станка, с использованием метода, основанного на преобразовании однородных координат, выполнен анализ и предложена комплексная математическая модель четырехосного станка с ЧПУ, имеющего как подвижную пару, так и вращательную пару. Данная модель включает в себя не только геометрические погрешности, но также и температурные, всего 46 элементов погрешностей. К данному методу создания математической модели можно прибегать при анализе комплексного моделирования погрешностей и их компенсации для четырехосных станков с ЧПУ других типов и разных видов пятиосных станков.

Ключевые слова: станок с ЧПУ, температурная и геометрическая погрешность, преобразование однородных координат, комплексная математическая модель погрешности.

PRINCIPLES OF INTEGRATED MODELING ERRORS CNC MACHINES AND ANALYSIS

Арынов А. Т.

School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China

Abstract. Made a detailed analysis of the errors of the motion of the kinematic pairs of the machine, using a method based on the transformation of the homogeneous coordinates, the analysis and proposed a complex mathematical model chetyrehosnogo CNC machine having a pair of movable as well as turning pair. This model includes not only the geometric error, but also the temperature, only 46 elements errors. By this method of creating a mathematical model may be resorted to in the analysis of complex modeling errors and their compensation for the four-CNC machines and other types of five-axis machine tools of various kinds.

Keywords: CNC, the temperature and the geometric error, transformation of homogeneous coordinates, complex mathematical model error.

1. Общие сведения

Точные и сверхточные технологии обработки стали самой важной составной частью и самым важным направлением развития в современном машиностроении, а также они являются ключевыми технологиями для повышения международной конкурентоспособности. В процессе механической обработки точность обработки на станке, в итоге, определяется относительным смещением между резцом станка и деталью. Для характеристики погрешности между ними (включая положение и направление) может использоваться комплексная математическая модель погрешностей. Поскольку среди источников различных видов погрешностей станков температурные и геометрические погрешности занимают подавляющее большинство, опора лишь на повышение точности станкостроения и монтажа имеет слишком большую ограниченность, даже если

в экономическом плане цена очень высокая. Путем расчетов погрешности между лезвием и деталью по комплексной модели погрешностей и за счет компенсации, выполненной по методу компенсации погрешностей, можно сравнительно экономично и эффективно достичь задачи сокращения погрешностей обработки и повысить точность обработки деталей. Метод компенсации погрешностей может применяться как для новых станков, так и для реконструкции уже имеющихся.

В данном материале, используя аналитический метод, основанный на преобразовании однородных координат, создана комплексная математическая модель погрешностей для четырехосного станка с ЧПУ, включающего в себя как подвижную пару, так и вращательную, вместе с тем в данной модели учтены элементы геометрической и температурной погрешностей.

2. Кинематические принципы погрешности кинематической пары станка

В конструкцию станка обычно включено соединение серии кинематических пар, предназначенных для реализации относительного движения между резцом и изделием. В идеальных условиях должна быть только одна степень свободы, касающаяся каждой кинематической пары станка: для подвижной пары 1 степень свободы поступательного движения, для вращательной пары 1 степень свободы вращения. Однако в реальных условиях из-за погрешностей станкостроения и их сборки у каждой кинематической пары существует 6 погрешностей степени свободы движений.

2.1. Кинематические принципы погрешностей подвижной пары

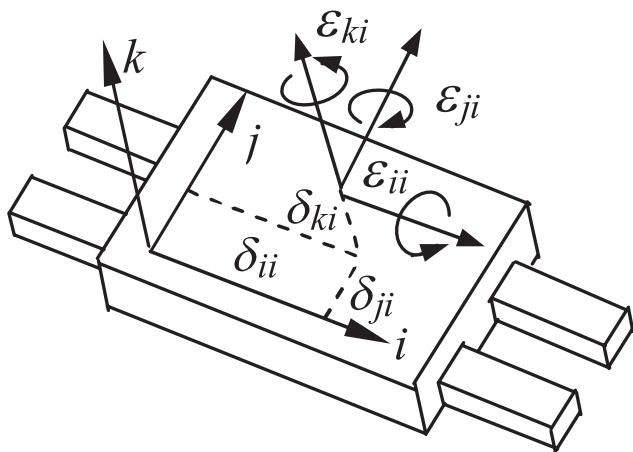


Рис. 1. Подвижная пара каретки станка

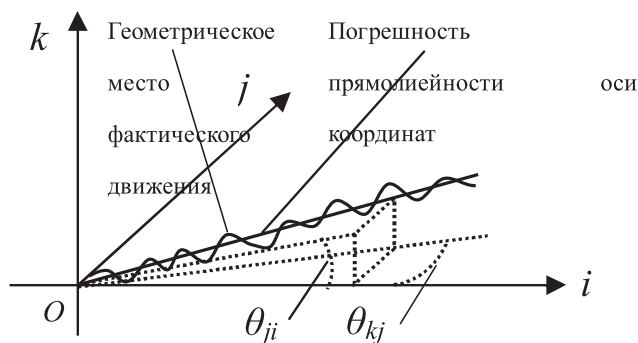


Рис. 2. Погрешность прямолинейности подвижной пары

Как показано на рис. 1, передвижная каретка, движущаяся в направлении оси i вдоль системы координат, имеет 3 составляющих погрешности поступательного движения, т.е. погрешность линейного перемещения в направлении номинального движения δ_{ii} и погрешности прямолинейности δ_{ji} , δ_{ki} , перпендикулярно направлению номинального движения в направлениях j и k . Первая буква нижнего индекса обозначает направление погрешности, вторая буква – направление движения. Также есть 3 компонента ϵ_{ii} , ϵ_{ji} , ϵ_{ki} погрешности угла дифференцированного вращения осей i , j , k вокруг системы координат. Первая буква нижнего индекса обозначает ось вращения, вторая буква – направление движения, они являются функцией длины перемещения. Фактически, из-за погрешности прямолинейности затруднительно проведение прямых измерений, поэтому обычно для характеристики погрешности прямолинейности используется сочетание совпадения линейности кривых ошибок и их остаточных погрешностей. Эталонная ось с совпавшими погрешностями прямолинейности в проекции на координатных плоскостях ij и ik вместе с осью i по отдельности образуют небольшой угол θ_{ki} и θ_{ji} . Как показано на рис. 2, первая буква нижнего индекса обозначает ось вращения, проектируемую эталонной осью. Вторая буква обозначает направление движения. Как правило, остаточная погрешность (горизонтальные движения относительно эталонной оси) определяется как погрешность прямолинейности.

Допустим, что при небольшой погрешности для характеристики движения передвижной каретки в направлении i используется следующая матрица преобразований однородных координат:

$$T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

P – часть преобразования поступательного движения;

$$P = \bar{O}_V^U + \bar{x}_i + \bar{\theta}_i \times \bar{x}_i + \bar{\delta}_i \quad (2)$$

R – часть преобразования вращения;

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{ki} & \varepsilon_{ji} \\ \varepsilon_{ki} & 1 & -\varepsilon_{ii} \\ -\varepsilon_{ji} & \varepsilon_{ii} & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Константа \bar{O}_V^U – это векторная величина смещения подвижной пары на системе координат U относительно предыдущей кинематической пары на системе координат V; \bar{x}_i – это векторная величина, характеризующая номинальное перемещение подвижной пары; $\bar{\theta}_i$ – это вектор вращения эталонной оси подвижной пары относительно оси i, т.е. $\bar{\theta}_i = [0 \ \theta_{ji} \ \theta_{ki}]^T$, $\bar{\theta}_i \times \bar{x}_i$ – это векторное произведение $\bar{\theta}_i$ и \bar{x}_i ; $\bar{\delta}_i$ – это вектор погрешности поступательного движения.

2.2. Кинематические принципы погрешности вращательной пары

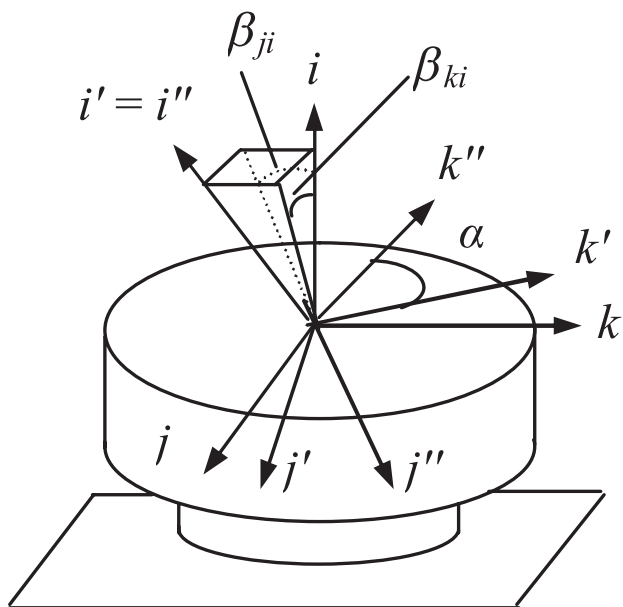


Рис. 3. Погрешность движения вращательной пары

Погрешность движения вращательной пары изображена на рис.3, ось номинального вращения – это ось i, поскольку существует производственная погрешность и погрешность монтажа, ось фактического вращения i' и ось номинального вращения образуют углы β_{ji} и β_{ki} . Система координат i' после номинального угла вращения α преобразуется в систему

координат i''. 6 погрешностей вращательной пары показывают погрешность поступательного движения в трех направлениях исходной точки системы координат i'' и 3 погрешности вращения вокруг оси i'' системы координат. Поэтому для характеристики движения номинального угла α вращения вращательной пары используется следующая матрица преобразований однородных координат:

$$T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

P – часть преобразования поступательного движения;

$$P = \bar{O}_V^U + \bar{\delta}_i \quad (5)$$

R – часть преобразования вращения;

$$R = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \quad (6)$$

Здесь значение \bar{O}_V^U аналогично предыдущему, $\bar{\delta}_i$ – это векторная величина погрешности поступательного движения исходной точки системы координат i''. R1 – это матрица преобразований вращения β_{ji} вокруг оси j и вращения β_{ki} вокруг оси k. R2 – это матрица преобразования вращения угла α вокруг оси i'. R3 – это матрица преобразований погрешностей угла вращения ε_{ii} вокруг оси i'', ε_{ji} вокруг оси j'' и ε_{ki} вокруг оси k''.

Что касается главной оси, т.к. ее точность сама по себе достаточно высокая, часть погрешности очень мала, то ею можно пренебречь. Однако, поскольку уклон центральной линии главной оси, вызванный тепловым расширением, и погрешность вследствие ухода исходной точки очень важны, то необходимо учесть это.

2.3. Определение направления базовой системы координат

Базовая система координат, как правило, эталонная система координат, заданная на фиксированной части станка, с ее помощью можно установить вза-

имосвязь между кинематическими парами станка. В условиях отсутствия погрешностей направления системы координат Декарта, базовой системы координат и системы координат станка, сформированные системой каретки станка, одинаковые. Однако с учетом погрешностей, направления базовой системы координат и системы координат станка совершенно разные, поэтому необходимо снова выполнить тщательное определение направления базовой системы координат. Взаимозависимость направлений между базовой системой координат и эталонными осями подвижных пар трех кареток станка см. на рис. 4.

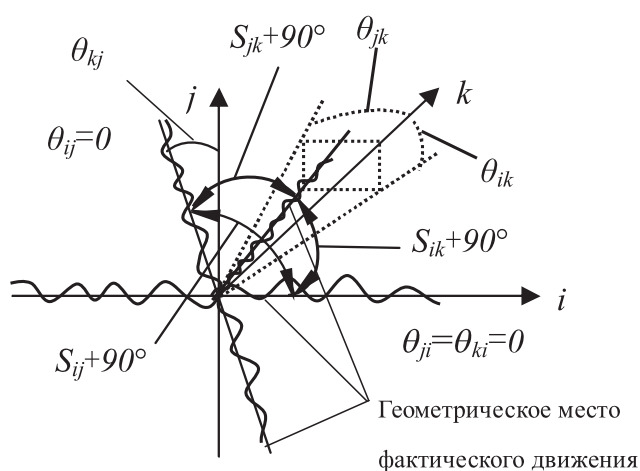


Рис. 4. Определение направления базовой системы координат

(1) Выбрать ось i первичного вала базовой системы координат так, чтобы она была параллельна эталонной оси подвижной пары, движущейся в направлении i вдоль станка. Очевидно, что согласно п. 2.1, можно получить: $\theta_{ji} = \theta_{ki} = 0$;

(2) Выбрать ось j вторичного вала базовой системы координат так, чтобы она находилась на плоскости, образованной эталонной осью подвижной пары, движущейся вдоль направления j , и первичным валом базовой системы координат, к тому же вторичный вал базовой системы координат перпендикулярен первичному валу. Очевидно, что согласно п. 2.1, можно получить: $\theta_{ij} = 0$, $S_{ij} = \theta_{kj}$ (S_{ij} – это погрешность перпендикулярности между эталонными осями подвижных пар, движущихся вдоль направлений i и j).

(3) Определить ось k третичного вала базовой системы координат так, чтобы она вместе с первичным и вторичным валами базовой системы координат образовывала систему координат Декарта с двусторонней спиралью, откуда можно получить тщательное определение базовой системы координат.

На рис.4 S_{ik} – это погрешность перпендикулярности между эталонными осями подвижных пар, движущихся вдоль направлений i и k ; S_{jk} – это погрешность перпендикулярности между эталонными осями подвижных пар, движущихся вдоль направлений j и k . θ_{ik} и θ_{jk} – это углы, образованные между эталонной осью подвижной пары, движущейся вдоль направления k , на эталонных осях погрешности прямолинейности в направлениях j и i базовой системы координат и осью k . Фактически, элементы всех этих погрешностей являются небольшими величинами, поэтому, исходя из рисунка, можно получить: $\theta_{ik} \approx S_{jk}$, $\theta_{jk} \approx S_{ik}$.

3. Анализ комплексной математической модели погрешностей четырехосного станка

Четырехосный станок одновременно обладает способностью даталей перемещаться и вращаться, а следовательно обладает достаточно высокой маневренностью. Вместе с постоянным ростом требований к геометрической степени сложности деталей и точности, также постоянно растут и требования к четырехосным станкам с ЧПУ. На рис. 5 изображена схема конструкции четырехосного станка модели 3T1R (3 подвижных пары и 1 вращательная пара). Данный станок имеет подвижные пары трех кареток. Каретка оси Z может заставить рабочую поверхность выполнять перемещения изнутри наружу вдоль основной оси. Каретка оси X может заставить рабочую поверхность выполнять перемещения слева направо. Каретка оси Y может заставить главную ось перемещаться сверху вниз. В условиях отсутствия погрешностей взаимная перпендикулярность кареток осей X , Y и Z образуют систему координат Декарта. Вращательная пара b на рабочей поверхности вращается вокруг вертикальной оси, перпендикулярной каретке оси Y .

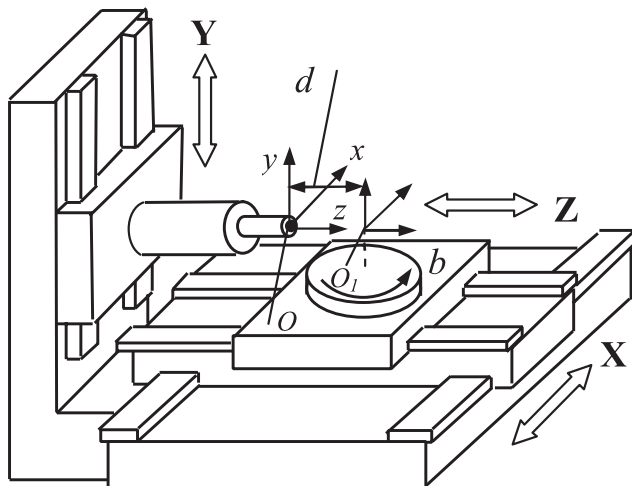


Рис. 5. Схема конструкции четырехосного станка

3.1. Выбор базовой системы координат и установка системы координат

Согласно анализу в п.2.3 сначала задается первичная ось системы координат W так, чтобы она была параллельна эталонной оси подвижной пары каретки оси Z . Затем задается вторичная ось системы координат W так, чтобы она находилась на плоскости, образованной первичной осью базовой системы координат и эталонной осью подвижной пары каретки оси Y , к тому же она должна быть перпендикулярна первичной оси. В самом конце устанавливается третичная ось системы координат W так, чтобы она вместе с первичной и вторичной осями образовывала систему координат Декарта с правосторонней спиралью, вместе с тем устанавливается исходная точка базовой системы координат W , находящаяся в центре O передней плоскости главной оси. Заданные местные системы координат X, Y, Z, B, S по отдельности соединяются с подвижной парой каретки, вращательной парой b и основной осью. Для удобства измерения погрешностей, устранения эффекта Аббе и устранения смещений в модели пространственных погрешностей для снижения степени сложности модели установленные в исходном состоянии исходные точки систем координат X, Y, Z, S совмещаются в O , направление должно совпадать с базовой системой координат. Поскольку в системе координат вращательной пары обязательно должна быть одна ось, находящаяся на линии оси

вращения, то в $O1$ задается исходная точка системы координат B вращательной пары b , направление также должно совпадать с базовой системой координат, заданное смещение направления оси Z базовой системы координат между O и $O1$ – это d , очевидно, что смещение между остальными системами координат равно нулю. Допустим, что смещение вершины резца в направлении осей x и y системы координат S основной оси равно нулю, смещение в направлении оси z – это L (на рисунке не изображено), L для разных резцов отличается. На вершине резца задается система координат вершины резца t , в желаемой точке среза (т.е. точка положительного среза на детали в условиях отсутствия погрешностей) задается система координат детали p с направлением, совпадающим с системой координат основного вала S . Поскольку в процессе обработки вершина резца совпадает в пространстве с точкой положительного среза на детали, поэтому в условиях отсутствия погрешностей система координат вершины резца t и система координат детали p в пространстве совпадают. Однако в условиях наличия погрешностей система координат вершины резца t и система координат детали p в пространстве расходятся, к тому же t относительно матрицы однородных преобразований рассматривается как матрица погрешностей.

3.2. Элементы геометрической и температурной погрешностей четырехосного станка

Данный четырехосный станок всего имеет 46 геометрических и температурных погрешностей. 29 из них – это элементы погрешностей, связанных с геометрическим расположением и температурой:

(1) При перемещении каретки по оси X имеются: погрешность линейного перемещения δ_{xx} в направлении x оси координат X , погрешности прямолинейности δ_{yx} и δ_{zx} в направлениях y и z , погрешности угла вращения ε_{xx} , ε_{yx} и ε_{zx} вокруг трех направлений;

(2) При перемещении каретки по оси Y имеются: погрешность линейного перемещения δ_{yy} в направлении y системы координат Y , погрешности прямолинейности δ_{xy} и δ_{zy} , в направлениях x и z , погрешности угла вращения ε_{yy} , ε_{zy} , ε_{xy} вокруг трех направлений;

(3) При перемещении каретки по оси Z имеются: погрешность линейного перемещения δ_{zz} в направлении z системы координат Z , погрешности прямолинейности δ_{xz} и δ_{yz} в направлениях x и y , погрешности угла вращения ϵ_{zz} , ϵ_{yz} , ϵ_{xz} вокруг трех направлений;

(4) При движении вращательной пары b имеются: погрешности поступательного движения в трех направлениях исходной точки системы координат B δ_{xb} , δ_{yb} , δ_{zb} , погрешности угла вращения ϵ_{xb} , ϵ_{yb} и ϵ_{zb} вокруг трех направлений;

(5) Три погрешности перпендикулярности S_{xy} , S_{xz} , S_{yz} между эталонными осями подвижной пары кареток осей X и Y , X и Z , Y и Z ;

(6) Погрешности параллельности P_{xyb} и P_{yzb} плоскостей, образованных центральной осью вращательной пары b по отдельности с каретками осей X и Y и эталонными осями передвигательной пары кареток осей Y и Z .

17 элементов тепловых погрешностей, связанных только с температурой:

(1) Погрешности теплового сдвига δ_{xx0} , δ_{yy0} , δ_{zx0} по трем направлениям исходной точки системы координат X подвижной пары каретки оси X ;

(2) Погрешности теплового сдвига δ_{xy0} , δ_{yy0} , δ_{zy0} по трем направлениям исходной точки системы координат Y подвижной пары каретки оси Y ;

(3) Погрешности теплового сдвига δ_{xz0} , δ_{yz0} , δ_{zz0} по трем направлениям исходной точки системы координат Z подвижной пары каретки оси Z ;

(4) Погрешности теплового сдвига δ_{xb0} , δ_{yb0} , δ_{zb0} по трем направлениям исходной точки системы координат B вращательной пары b ;

(5) Погрешности теплового сдвига δ_{xs0} , δ_{ys0} , δ_{zs0} по трем направлениям исходной точки системы координат S основной оси, а также погрешности теплового уклона P_{xzs} и P_{yzs} отклонения вращения осей x и y по отдельности вокруг их систем координат, вызванные термическими причинами.

Значение символов δ , ϵ и их нижних индексов в вышеуказанных обозначениях такое же, как и в предыдущих. Плюс-минус погрешности угла вращения определяется методом правой руки. S обозначает погрешность перпендикулярности, нижний индекс

выражает символы двух кинематических пар, у которых имеется погрешность перпендикулярности, при этом установлено, что верным считается угол более 90° , образованный между положительными направлениями двух осей с погрешностями. P обозначает погрешность параллельности, первые две буквы нижнего индекса – символ двух кинематических пар, являющихся эталонными плоскостями параллельности, третья буква обозначает символ кинематической пары с существующей погрешностью, при этом установлено, что верным считается угол более 90° , образованный между положительным направлением нормали эталонной плоскости и положительным направлением оси кинематической пары с имеющейся погрешностью.

3.3. Анализ матрицы преобразований между кинематическими парами

3.3.1 Матрица преобразований в условиях отсутствия погрешностей

В условиях без учета погрешностей согласно анализу в п. 2.1 и 2.2 матрицы преобразований между всеми системами координат следующие:

При теоретическом расстоянии x перемещения каретки оси X матрица преобразований системы координат X относительно системы координат W :

$$T_{W0}^X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

(2) При теоретическом расстоянии y перемещения каретки оси Y матрица преобразований системы координат Y относительно системы координат W :

$$T_{W0}^Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

(3) При теоретическом расстоянии z перемещения каретки оси Z матрица преобразований системы координат Z относительно системы координат X :

$$T_{X0}^Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

(4) При угле вращения α вращательной пары b матрица преобразований системы координат B вращательной пары b относительно системы координат Z :

$$T_{Z0}^B = \begin{bmatrix} C_\alpha & 0 & S_\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_\alpha & 0 & C_\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Здесь: $C_\alpha = \cos\alpha$, $S_\alpha = \sin\alpha$.

Из-за отсутствия относительного движения между основной осью и кареткой оси Y матрица преобразований системы координат S относительно системы координат Y :

$$T_{Y0}^S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(6) Из-за отсутствия относительного движения между резцом и основной осью матрица преобразований системы координат τ вершины резца относительно системы координат основной оси S :

$$T_S^\tau = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

В вышеуказанных формулах вторая буква нижнего индекса 0 обозначает ситуацию без погрешностей.

3.3.2. Матрица преобразований с учетом суммарной погрешности

(1) При теоретическом расстоянии z перемещения каретки оси Z , согласно анализу в п.2.1, матрица преобразований системы координат Z относительно системы координат X :

$$T_X^Z = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

В том числе часть преобразований поступательного движения:

$$P = \vec{O}_X^Z + \vec{z} + \vec{\theta}_z \times \vec{z} + \vec{\delta}_z + \vec{\delta}_{z0} \quad (14)$$

Здесь $\vec{\delta}_{z0}$ – это вектор погрешности теплового сдвига.

Поскольку исходные точки систем координат Z и X совмещаются в O ,

$$\text{то } \vec{O}_X^Z = [0 \ 0 \ 0]^T.$$

$$\text{Тогда имеем: } \vec{z} = [0 \ 0 \ z]^T$$

$$\vec{\theta}_z = [\theta_{xz} \ \theta_{yz} \ 0]^T$$

$$\vec{\delta}_z = [\delta_{xz} \ \delta_{yz} \ \delta_{zz}]^T$$

$$\vec{\delta}_{z0} = [\delta_{xz0} \ \delta_{yz0} \ \delta_{zz0}]^T.$$

Так как эталонная ось подвижной пары оси Z – это первая выбранная ось при установке базовой системы координат, то $\theta_{xz} = \theta_{yz} = 0$.

В том числе часть преобразований вращения:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zz} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zz} & 1 & -\varepsilon_{xz} \\ -\varepsilon_{yz} & \varepsilon_{xz} & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

В итоге получаем:

$$T_X^Z = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zz} & \varepsilon_{yz} & \delta_{xz} + \delta_{xz0} \\ \varepsilon_{zz} & 1 & -\varepsilon_{xz} & \delta_{yz} + \delta_{yz0} \\ -\varepsilon_{yz} & \varepsilon_{xz} & 1 & z + \delta_{zz} + \delta_{zz0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

(2) При теоретическом расстоянии y перемещения каретки оси Y , аналогично получаем матрицу преобразований системы координат Y относительно системы координат W :

$$T_W^Y = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zy} & \varepsilon_{yy} & \delta_{xy} + \delta_{xy0} \\ \varepsilon_{zy} & 1 & -\varepsilon_{xy} & y + \delta_{yy} + \delta_{yy0} \\ -\varepsilon_{yy} & \varepsilon_{xy} & 1 & \delta_{zy} + \delta_{zy0} - z \cdot S_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Также аналогично можно получить $\vec{\theta}_y = [\theta_{xy} \ 0 \ \theta_{zy}]^T$, поскольку эталонная ось подвижной пары каретки оси Y – это вторая выбранная ось при установке базовой системы координат, то согласно п. 2.3 получаем: $\theta_{xy} = S_{yz}$, $\theta_{zx} = S_{xy}$.

(3) При теоретическом расстоянии x перемещения каретки оси X , аналогично получаем матрицу преобразований системы координат X относительно системы координат W :

$$T_W^X = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yx} & \delta_{xx} + \delta_{xx0} \\ \varepsilon_{zx} & 1 & -\varepsilon_{xx} & \delta_{yx} + \delta_{yx0} - x \cdot S_{xy} \\ -\varepsilon_{yx} & \varepsilon_{xx} & 1 & \delta_{zx} + \delta_{zx0} - x \cdot S_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Также аналогично получаем $\vec{\theta}_x = [0 \ \theta_{yx} \ \theta_{zx}]^T$, согласно п. 2.3 имеем: $\theta_{yx} = S_{xz}$, $\theta_{zx} = S_{xy}$.

При угле вращения α вращательной пары b аналогично имеем матрицу преобразований системы координат B вращательной пары b относительно системы координат Z :

$$T_Z^B = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

В том числе часть преобразований поступательного движения:

$$P = \vec{O}_Z^B + \vec{\delta}_b + \vec{\delta}_{b0} \quad (20)$$

$$\text{Здесь: } \vec{O}_Z^B = [0 \ 0 \ d]^T$$

$$\vec{\delta}_b = [\delta_{xb} \ \delta_{yb} \ \delta_{zb}]^T$$

$$\vec{\delta}_{b0} = [\delta_{xb0} \ \delta_{yb0} \ \delta_{zb0}]^T$$

В том числе: часть преобразований вращения:

$$R = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \quad (21)$$

Здесь:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_{zb} & 0 \\ \theta_{zb} & 1 & -\theta_{xb} \\ 0 & \theta_{xb} & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} C_\alpha & 0 & S_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\alpha & 0 & C_\alpha \end{bmatrix}$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zb} & \varepsilon_{yb} \\ \varepsilon_{zb} & 1 & -\varepsilon_{xb} \\ -\varepsilon_{yb} & \varepsilon_{xb} & 1 \end{bmatrix}$$

В том числе:

$$\theta_{xb} = -(P_{xyb} + S_{yz}), \quad \theta_{zb} = P_{yzb}, \quad C\alpha = \cos\alpha, \quad S\alpha = \sin\alpha.$$

В итоге, при допущении незначительных погрешностей, округляя небольшое значение на два и более разряда, можно получить матрицу преобразований T_Z^B системы координат B вращательной пары b относительно системы координат Z подвижной пары каретки оси Z .

(5) Учитывая погрешности теплового уклона и теплового отклонения основной оси, матрица преобразований системы координат основной оси S относительно системы координат Y:

$$T_Y^S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_{ys} & \delta_{xs0} \\ 0 & 1 & -\theta_{xs} & \delta_{ys0} \\ -\theta_{ys} & \theta_{xs} & 1 & \delta_{zs0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Здесь: $\theta_{ys} = -P_{yzs}$, $\theta_{xs} = P_{xzs}$.

3.4. Форма выражения комплексных связей погрешностей четырехосного станка

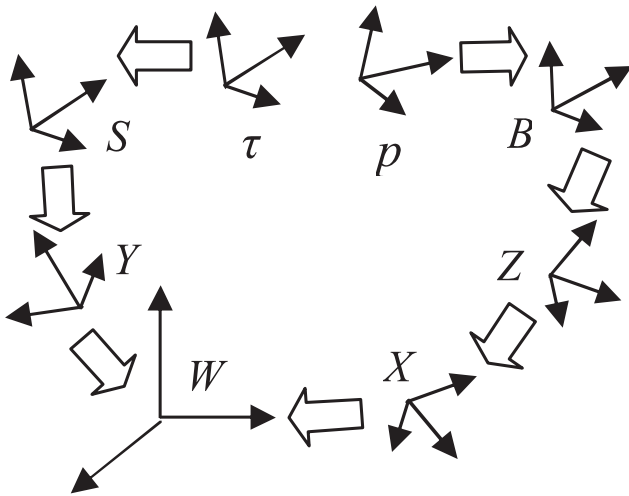


Рис. 6. Схема цепи систем координат четырехосного станка

В идеальных условиях (без погрешностей) система координат вершины резца τ совмещается в пространстве с системой координат детали p , поэтому преобразование однородных координат системы координат вершины резца τ относительно базовой системы координат W равно преобразованию однородных координат системы координат детали p относительно базовой системы координат, т.е. $T_{W0}^\tau = T_{W0}^p$. См. рис. 6, получаем:

$$T_{W0}^Y \cdot T_{Y0}^S \cdot T_S^\tau = T_{W0}^X \cdot T_{X0}^Z \cdot T_{Z0}^B \cdot T_B^p \quad (23)$$

Из формулы (23) можно получить матрицу преобразований T_p^B системы координат B вращательной пары b относительно системы координат детали:

$$T_p^B = T_\tau^S \cdot T_{S0}^Y \cdot T_{Y0}^W \cdot T_{W0}^X \cdot T_{X0}^Z \cdot T_{Z0}^B \quad (24)$$

Здесь использовано выражение отношений $(T_B^p)^{-1} = T_p^B \cdot (T_B^p)^{-1}$ обозначает обратное преобразование T_p^B , остальное аналогично.

В условиях наличия погрешностей, по сравнению с ситуацией с их отсутствием, в пространстве системы координат вершины резца τ и системы координат детали p возникает их разделение, к тому же в это время матрица однородного преобразования системы координат вершины резца τ относительно системы координат детали p рассматривается как матрица погрешностей:

$$E = T_p^\tau = T_p^W \cdot T_W^\tau \\ = T_p^B \cdot T_B^Z \cdot T_Z^X \cdot T_X^W \cdot T_W^Y \cdot T_Y^S \cdot T_S^\tau \quad (25)$$

(24) подставим вместо (25) и получим E.

(3) Основываясь на допущении незначительных погрешностей, матрица погрешностей E имеет следующий вид, т.е.:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\theta_z & \Delta\theta_y & \Delta\delta_x \\ \Delta\theta_z & 1 & -\Delta\theta_x & \Delta\delta_y \\ -\Delta\theta_y & \Delta\theta_x & 1 & \Delta\delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Это выражает пространственную погрешность станка или погрешность обработки на станке, в том числе $\Delta\delta_x$, $\Delta\delta_y$ и $\Delta\delta_z$ – это погрешности положения, $\Delta\theta_x$, $\Delta\theta_y$ и $\Delta\theta_z$ – это погрешности направления. Формула (25) раскрывает и округляет незначительные погрешности с двумя и более разрядами, т.е. можно получить 3 погрешности положения и 3 погрешности направления четырехосного станка.

Заключение

В данной статье подробно проанализированы кинематические принципы погрешностей кинематических пар станков. На данной базе для рассмотрения комплексной математической модели погрешностей четырехосного станка с ЧПУ, имеющего как подвижные, так и вращательные пары, используется метод анализа, основанный на преобразовании однородных координат. Данная модель охватывает не только элементы геометрических погрешностей, но

также и элементы тепловых погрешностей, всего 46 элементов (учитывая объем данной статьи, немного сжаты конкретные формы выражения пространственных погрешностей по многим пунктам исследований станков). К данному методу можно прибегать при анализе комплексного моделирования погрешностей для четырехосных станков с ЧПУ других типов и разных видов пятиосных станков, а также при подготовке компенсации погрешностей в реальном времени для многоосных станков с ЧПУ.

Список литературы:

1. Jun Ni. CNC Machine Accuracy Enhancement Through Real-Time Error Compensation. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering 119 (1997) 717-725
2. Bryan, J. B. International Status of Thermal Error Research. Annals of CIRP, 1990, 39 (2): 645~656
3. Ferreira, P. M., Liu, C. R. A method for Estimating and Compensating Quasistatic Errors of Machine Tools. Journal of Engineering for Industry, 1993, 115 (1): 149~159
4. Jianxia Yuan, Jun Ni. The real-time error compensation technique for CNC machining systems. Mechatronics 8 (1998) 359-380
5. Robert B. Aronson. War Against Thermal Expansion. Manufacturing Engineering, June 1996, 116 (6): 45~50