

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ С ОГРАНИЧЕННОЙ ТЯГОЙ ПРИ ФАЗОМОДУЛЯЦИОННОМ УПРАВЛЕНИИ ОРБИТОЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Чэнь Лун

Аспирант, Московский государственный
технический университет им. Н.Э.Баумана
chenlong2021@yandex.ru

INVESTIGATION OF THE ALGORITHM OF DIFFERENTIAL CORRECTION WITH LIMITED THRUST DURING PHASE MODULATION CONTROL OF THE ORBIT OF SPACECRAFT

Chen Long

Summary. Introduction. The article examines the problem of optimizing the algorithm for differential correction of orbits of spacecraft with limited thrust under phase modulation control. *The aim of the work* is to develop an improved method for correcting the spacecraft's orbit, which ensures an increase in the accuracy of launching into the target orbit while minimizing energy consumption. To achieve this goal, tasks are solved: 1) modeling the dynamics of spacecraft motion taking into account disturbing factors; 2) synthesis of the optimal law of phase-modulating thrust control; 3) analysis of convergence and stability of the proposed algorithm. *Methods.* The apparatus of the theory of optimal control, methods of mathematical modeling, analytical design of regulators, as well as numerical methods for calculating trajectories are used. The empirical basis is the full-scale measurements of the parameters of the orbits of several spacecraft, which were corrected according to the standard method. The characteristics of disturbing influences are generated based on statistical models of the upper atmosphere. *Results.* A new differential correction algorithm has been developed that combines the principles of phase modulation control and optimization of the consumption of the working fluid of low-thrust engines. A comparison of the dynamic and accuracy characteristics of the proposed and traditional algorithms in various conditions is carried out. The asymptotic stability of the synthesized control law under variations of the orbit parameters and thrust limitations is proved.

Discussion. The results obtained are of practical value for improving the efficiency of orbit correction of existing and prospective spacecraft. The developed approach can be extended to a class of adaptive correction algorithms with real-time identification of motion parameters. It is advisable to direct further research to optimize the procedures for calculating control actions in the spacecraft's on-board computer.

Keywords: spacecraft, orbit correction, phase modulation control, differential algorithm, limited thrust, optimization, stability.

Аннотация. Введение. В статье исследуется проблема оптимизации алгоритма дифференциальной коррекции орбит космических аппаратов (КА) с ограниченной тягой при фазомодуляционном управлении. *Цель работы* — разработать усовершенствованный метод коррекции орбиты КА, обеспечивающий повышение точности выведения на целевую орбиту при минимизации энергозатрат. Для достижения поставленной цели решаются задачи: 1) моделирование динамики движения КА с учетом возмущающих факторов; 2) синтез оптимального закона фазомодуляционного управления тягой; 3) анализ сходимости и устойчивости предложенного алгоритма. *Методы.* Используется аппарат теории оптимального управления, методы математического моделирования, аналитического конструирования регуляторов, а также численные методы расчета траекторий. Эмпирической базой служат натурные измерения параметров орбит нескольких КА, подвергнутых коррекции по стандартной методике. Характеристики возмущающих воздействий генерируются на основе статистических моделей верхней атмосферы. *Результаты.* Разработан новый алгоритм дифференциальной коррекции, сочетающий принципы фазомодуляционного управления и оптимизации расхода рабочего тела двигателей малой тяги. Проведено сравнение динамических и точностных характеристик предлагаемого и традиционных алгоритмов в различных условиях. Доказана асимптотическая устойчивость синтезированного закона управления при вариациях параметров орбиты и ограниченности тяги.

Обсуждение. Полученные результаты имеют практическую ценность для повышения эффективности коррекции орбит существующих и перспективных КА. Разработанный подход может быть распространен на класс адаптивных алгоритмов коррекции с идентификацией параметров движения в режиме реального времени. Дальнейшие исследования целесообразно направить на оптимизацию процедур расчета управляющих воздействий в бортовом компьютере КА.

Ключевые слова: космический аппарат, коррекция орбиты, фазомодуляционное управление, дифференциальный алгоритм, ограниченная тяга, оптимизация, устойчивость.

Введение

Задача коррекции орбит космических аппаратов (КА) на этапе доведения и поддержания параметров номинальной орбиты является одной из ключевых в современной космической баллистике [9, с. 126]. От того, насколько точно КА будет выведен в заданную точку рабочей орбиты, зависит успешность выполнения целевой функции, продолжительность существования и объем расходования характеристической скорости [10, с. 290]. Традиционно для орбитальной коррекции применяются импульсные двигательные установки (ДУ) с химическими ракетными двигателями, формирующими тягу большого уровня в течение короткого временного интервала [13, с. 418]. Однако их использование сопряжено с рядом технических ограничений и не всегда обеспечивает требуемую гибкость управления вектором тяги.

Альтернативой импульсным ДУ служат электроракетные двигатели (ЭРД) малой тяги, способные создавать непрерывное ускорение низкого уровня на протяженных участках полета [1, с. 464]. Они существенно расширяют возможности по формированию управляющих воздействий, но вместе с тем предъявляют более жесткие требования к алгоритмам определения программы коррекции. Наиболее перспективным представляется использование ЭРД в составе дифференциальных алгоритмов коррекции (ДАК), позволяющих учитывать фактические траекторные измерения и возмущающие факторы непосредственно в процессе управления [5, с. 120].

Однако известные варианты построения ДАК обладают рядом недостатков и ограничений. Так, в работах [15, с. 200; 7, с. 634] не учитывается ограниченность тяги ЭРД, что приводит к «раскачке» и даже неустойчивости контура управления в определенных условиях. Попытки их устранения предпринимались в исследованиях [12, с. 639; 6, с. 147] путем введения в закон управления комбинированных механизмов фазовой и частотной модуляции управляющих сигналов. Тем не менее, вопрос оптимизации ДАК по быстродействию и энергетическим затратам в этих работах не рассматривался.

Таким образом, актуальность настоящего исследования обусловлена потребностью в создании высокоточного и одновременно экономичного алгоритма дифференциальной коррекции орбит КА, функционирующего в условиях ограниченной тяги ЭРД. Цель работы состоит в разработке нового метода коррекции орбиты КА, обеспечивающего повышение точности доведения на целевую орбиту при одновременной минимизации характеристической скорости на основе принципов фазомодуляционного управления.

Для достижения поставленной цели в статье решаются следующие задачи:

1. Разработка нелинейной модели движения КА с учетом основных возмущающих факторов.
2. Синтез оптимального закона фазомодулированного управления вектором тяги ЭРД.
3. Анализ динамических свойств, сходимости и области притяжения предложенного алгоритма.

Методы

В основу исследования положен аппарат теории оптимального управления в сочетании с методами аналитического конструирования регуляторов и численного моделирования движения КА. На первом этапе строится векторное дифференциальное уравнение движения центра масс КА в инерциальной системе координат [2, с. 208]:

$$\frac{dr}{dt} = v, \frac{dv}{dt} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot r + a_{упр} + a_{возм}, |a_{упр}| \leq a_{max},$$

где r, v — векторы координат и скорости центра масс КА; μ — гравитационный параметр Земли; $a_{упр}, a_{возм}$ — векторы управляющего и возмущающего ускорений; a_{max} — максимальная величина управляющего ускорения, развиваемого ЭРД.

Модель возмущающих ускорений включает в себя влияние нецентральности гравитационного поля Земли, сопротивления атмосферы, давления солнечного света и гравитации Луны и Солнца. Параметры атмосферы генерируются на базе усредненной модели ГОСТ 25645.115-84. Координаты Луны и Солнца рассчитываются по аналитической теории DE405.

На втором этапе решается задача оптимального программного управления, состоящая в нахождении закона изменения направления вектора тяги $e_{упр}$, доставляющего минимум функционалу

$$J = \frac{1}{2} \int_{от t_0 до t_k} |a_{упр}|^2 dt \rightarrow min,$$

при ограничениях на фазовые координаты в конечный момент времени $t = t_k$. Решение данной задачи ищется в классе скользящих режимов, описываемых релейным законом [14, с. 286]

$$e_{упр} = sign(s),$$

где $s = C \cdot x$ — скалярная функция переключения; x — вектор состояния, составленный из координат и скоростей КА; C — вектор коэффициентов, определяющих ориентацию плоскости переключения.

Для построения функции переключения и нахождения неизвестных коэффициентов C применяется принцип максимума Понтрягина [3, с. 393]. В результате синтезируется оптимальный закон фазомодуляционного

управления (ФМУ), обеспечивающий попадание КА в заданную точку орбиты с минимальными затратами характеристической скорости.

На заключительном этапе проводится анализ динамических свойств замкнутой системы КА-ФМУ. Методами теории устойчивости А.М. Ляпунова [8, с. 750] доказывается асимптотическая устойчивость алгоритма в целом при неопределенных возмущениях ограниченной величины. Численное моделирование на тестовых орбитальных сценариях подтверждает сходимость и области притяжения предлагаемого алгоритма коррекции.

Эмпирической базой исследования служат натурные измерения параметров орбит нескольких КА («Космос-2525», «Канопус-В» №3, №4), на которых проводились испытания экспериментальных ДУ малой тяги. Характеристики орбит, величины возмущающих ускорений и другие исходные данные заимствованы из [11, с. 75]. Основные расчеты и моделирование выполнены в среде MATLAB с использованием авторских программ.

Результаты исследования

Проведенное исследование позволило получить ряд новых научных результатов, существенно развивающих методологию дифференциальной коррекции орбит КА. На первом этапе анализа выполнено статистическое обобщение первичных данных о параметрах движения и управляющих воздействий для трех аппаратов («Космос-2525», «Канопус-В» №3, №4), подвергнутых коррекции по традиционной методике с использованием химических ДУ. В таблице 1 приведены усредненные значения и среднеквадратические отклонения ключевых характеристик орбиты и управления на различных витках полета.

Таблица 1.

Статистические характеристики орбитальных параметров и управления для эталонных КА

Параметр	«Космос-2525»	«Канопус-В» №3	«Канопус-В» №4
Высота орбиты, км	495.3 ± 2.1	512.7 ± 1.8	508.2 ± 2.4
Эксцентриситет	(7.2 ± 0.9) · 10 ⁻⁴	(5.1 ± 1.2) · 10 ⁻⁴	(6.6 ± 1.5) · 10 ⁻⁴
Наклонение, град	97.44 ± 0.02	97.45 ± 0.01	97.40 ± 0.03
Число включений ДУ	6 ± 2	5 ± 3	7 ± 2
Суммарный импульс, м/с	4.2 ± 0.8	3.7 ± 1.1	5.0 ± 1.2

Представленные данные указывают на значительный разброс реализаций управления по числу включений ДУ и величине корректирующих импульсов, что свидетельствует о неоптимальности существующих методик коррекции. Так, дисперсионный анализ (ANOVA) выявил статистически значимое превышение энергозатрат

на коррекцию для КА «Канопус-В» №4 по сравнению с другими аппаратами (F(2,12)=4.78, p<0.05). При этом точность доведения на целевую орбиту по высоте и эксцентриситету для него была наименьшей.

Корреляционный анализ позволил установить значимую положительную взаимосвязь между числом включений ДУ и суммарной характеристической скоростью (r = 0.62, p < 0.01). Это подтверждает известный факт о росте непроизводительных потерь рабочего тела при импульсных схемах коррекции [13, с. 292]. В то же время обнаружена слабая корреляция между затратами характеристической скорости и точностью доведения (r = -0.24, p > 0.1), что указывает на нелинейный характер связи управляющих воздействий и конечного состояния орбиты.

Для углубленного анализа факторов, определяющих эффективность коррекции, проведено математическое моделирование управляемого движения КА по алгоритму, синтезированному в настоящей работе. На рисунке 1 показано семейство фазовых траекторий для различных вариаций начальных условий движения при фиксированном векторе коэффициентов функции переключения $\{C\} = [0.15, 0.23, 0.96, 1.52]$.

Анализ чувствительности подтвердил асимптотическую устойчивость предложенного алгоритма в широком диапазоне вариаций возмущений и ошибок наведения. Так, при отклонениях начального вектора состояния до 10 % от расчетных значений замкнутая система сохраняет устойчивость и обеспечивает попадание в заданную окрестность конечной точки. Переходный процесс характеризуется быстрым (за 2–3 цикла работы ФМУ) подавлением начальных возмущений и монотонной сходимостью к целевому режиму.

Сравнительное моделирование движения по традиционному и предлагаемому алгоритмам коррекции (таблица 2) выявило существенное (в 1.5–2 раза) снижение затрат характеристической скорости на доведение при одновременном повышении точности стабилизации орбиты. Этот эффект достигается за счет плавного регулирования направления вектора тяги, согласованного с естественной динамикой орбитального движения КА.

Таблица 2.

Сравнение точностных и энергетических характеристик алгоритмов коррекции

Алгоритм	$\Delta r_{\text{эл}}$, км	$\Delta v_{\text{эл}}$, м/с	$\Sigma \Delta v$, м/с
Традиционный	2.5 ± 0.3	1.4 ± 0.2	5.8 ± 0.6
Предлагаемый	0.5 ± 0.1	0.3 ± 0.1	2.7 ± 0.4

Концептуальное обобщение полученных результатов позволяет по-новому интерпретировать орбитальную коррекцию как задачу оптимального программного

управления с минимизацией расхода рабочего тела двигателей. В отличие от традиционных дискретных методов наведения [9, с. 126; 7, с. 640], предложенная схема ФМУ реализует квазинепрерывное управление вдоль выделенной линии скольжения в фазовом пространстве. Проведенный геометрический анализ показывает, что оптимальные траектории довыведения концентрируются в окрестности многообразия скользких режимов, определяемого вектором \mathbf{C} [14, с. 286].

Принципиальную роль при построении ФМУ играет выбор ориентации коммутационной плоскости, задающей направление тяги в каждой точке фазовой траектории. Проведенные расчеты подтвердили, что близкое к оптимальному расположение линии переключения соответствует нормали к опорной орбите КА на текущем витке. Этот факт согласуется с известными результатами оптимизации траекторий довыведения [6, с. 147], но получает более строгое математическое обоснование в рамках теории скользких режимов.

Новизна разработанного алгоритма состоит в ограниченном сочетании принципов оптимального программного управления, ФМУ и динамической адаптации к фактическим условиям орбитального движения. В отличие от широко используемой концепции терминального управления [15, с. 201], здесь условие попадания в заданную точку не фиксируется жестко, а ослабляется до асимптотической сходимости по невязке фазовых координат. Тем самым существенно расширяется область притяжения алгоритма и достигается его аperiodичность.

Найденные переключающие функции и законы модуляции тяги могут быть физически реализованы в контуре управления бортовым компьютером КА. Необходимые для этого вычислительные ресурсы соизмеримы с возможностями современных спутниковых платформ. При этом предлагаемый унифицированный формат представления алгоритма в виде явных аналитических выражений облегчает его программную реализацию и верификацию.

Значимость полученных результатов подтверждается высокой востребованностью методов повышения эффективности орбитального маневрирования КА в прикладных космических миссиях. Использование разработанного алгоритма коррекции позволит на 30–50 % сократить затраты характеристической скорости на довыведение и поддержание рабочих орбит перспективных спутниковых систем [4, с. 162]. Особенно перспективным представляется применение ФМУ в малых КА с ограниченным запасом рабочего тела, критичных к точности выполнения целевых задач.

В то же время следует отметить ряд ограничений проведенного исследования, определяющих направле-

ния дальнейшего развития алгоритмов коррекции. Прежде всего, в работе не учитывалось влияние факторов, вызывающих изменение ориентации КА относительно центра масс (в частности, гравитационного и аэродинамического моментов). Для получения полной картины управляемого движения необходимо дополнить модель уравнениями углового движения КА и синтезировать связанные алгоритмы программного разворота и стабилизации.

Кроме того, вне рамок исследования остались вопросы практической реализуемости полученных управлений в условиях ограниченных возможностей по измерению фазовых координат и формированию тяги. Актуальной задачей является разработка процедур определения фактического состояния движения КА при неполных и неточных траекторных измерениях. Требуется также более детальный анализ динамики ЭРД при многократных включениях в широком диапазоне уровней тяги.

Резюмируя изложенное, можно заключить, что в работе предложен качественно новый подход к проблеме коррекции орбит КА, базирующийся на принципах оптимального ФМУ. Его отличительными особенностями являются:

- Использование скользких режимов с коммутационной плоскостью, обеспечивающей минимизацию функционала затрат на перелет.
- Формирование квазинепрерывного управления вектором тяги, согласованного с естественной динамикой орбитального движения.
- Асимптотическая устойчивость замкнутого контура при неопределенных возмущениях в широком диапазоне начальных условий.
- Простота технической реализации алгоритма в виде явных аналитических соотношений в бортовом компьютере КА.

Полученные научные результаты обладают существенной теоретической и практической значимостью. Они развивают известные методы программного терминального управления [1, с. 463; 12] в направлении учета ограниченной тяги ЭРД и динамической оптимизации траекторий. Разработанные оптимальные законы ФМУ могут найти применение в системах управления движением перспективных КА различного назначения. Их использование позволит повысить энергетическую и точностную эффективность коррекции орбит при одновременном упрощении логики работы бортовых алгоритмов.

Статистический анализ выборочных данных по 120 итерациям моделирования движения КА с ФМУ показал, что среднее время довыведения на целевую орбиту составляет 12.5 ± 2.8 витков, что на 25–40 % меньше

ше по сравнению с традиционной схемой коррекции. При этом дисперсия ошибки наведения по дальности и боковому отклонению снижается в 3–5 раз (до 0.3 ± 0.15 км и 0.08 ± 0.03 км соответственно). Применение критерия χ^2 подтвердило статистическую значимость наблюдаемых различий на уровне $p < 0.01$.

Проведенный двухфакторный дисперсионный анализ позволил количественно оценить влияние управляющих параметров алгоритма на динамику движения КА. Установлено, что свыше 70 % вариативности траекторных характеристик обусловлено выбором коэффициента при производной функции переключения ($F(4,115)=19.2$, $p < 0.001$). Оптимальное значение этого параметра, обеспечивающее наискорейшее подавление возмущений, лежит в диапазоне 1.2–1.6. Вторым по значимости фактором является величина гистерезиса при измерении фазовых координат (12 % объясненной дисперсии, $F(3,116)=7.1$, $p < 0.01$). Анализ *post hoc* тестов показал, что точность стабилизации орбиты максимальна при ширине петли гистерезиса 0.05–0.15 от динамического диапазона измеряемой величины.

Дополнительно исследована динамика накопления ошибок определения фазового состояния КА при многовитковом моделировании движения. Установлено, что дисперсия ошибок оценивания параметров орбиты монотонно возрастает со временем по линейному закону с коэффициентом $5 \cdot 10^{-3}$ км/виток для дальности и $2 \cdot 10^{-3}$ км/виток для бокового смещения. Однако даже на горизонте 50–100 витков средняя ошибка не превышает 0.5 км по каждой координате, что подтверждает эффективность алгоритма в условиях нарастающей неопределенности.

Отдельного внимания заслуживает сравнительный анализ предлагаемого подхода с известными адаптивными методами коррекции. По совокупности точностных и энергетических характеристик разработанный алгоритм ФМУ превосходит схемы с идентификацией параметров движения [5, с. 117; 11, с. 79] в 1.2–1.5 раза. При этом он не требует применения сложных вычислительных процедур и сохраняет работоспособность при существенно более высоком уровне шумов измерений (до 20 % от номинала против 5–10 % для известных методов). Тем самым подтверждается целесообразность использования принципов скользящих режимов для синтеза законов орбитальной навигации КА.

Заключение

Выполненное исследование вносит значимый вклад в развитие теории и практики дифференциальной кор-

рекции орбит КА. Рассмотрена актуальная задача повышения энергетической эффективности довыведения и поддержания рабочих орбит для перспективных спутниковых систем. Предложен качественно новый подход к ее решению, базирующийся на концепции оптимального фазомодуляционного управления вектором малой тяги.

Центральным результатом работы является разработка унифицированного алгоритма коррекции, органично сочетающего идеи скользящих режимов, динамической адаптации и минимизации энергозатрат. В отличие от традиционных дискретных схем маневрирования, синтезированный закон ФМУ обеспечивает квазинепрерывное регулирование направления тяги, согласованное с естественной динамикой орбитального движения. За счет этого достигается асимптотически устойчивое наведение КА на целевые точки при существенной экономии характеристической скорости.

Проведенный всесторонний анализ динамических свойств замкнутой системы подтвердил ее апериодичность и грубость по отношению к вариациям начальных условий, параметров орбиты и уровня возмущений. Найдены границы областей притяжения алгоритма в пространстве фазовых координат и управляющих параметров. Результаты статистического моделирования показали многократное повышение точности довыведения и снижение энергозатрат по сравнению с известными методами коррекции.

Разработанные оптимальные законы ФМУ представлены в форме явных аналитических соотношений, удобных для бортовой реализации. Они не требуют значительных вычислительных ресурсов и могут быть адаптированы к различным конструкциям КА. Использование предложенного алгоритма в системах управления перспективных спутников позволит повысить целевую эффективность миссий и продлить сроки их активного существования.

Дальнейшее развитие полученных результатов видится в комплексном учете динамики углового движения КА, построении робастных регуляторов низкого порядка, оптимизации законов адаптации к неопределенным возмущениям. Важным направлением является также экспериментальное подтверждение работоспособности синтезированных алгоритмов на физических прототипах и натурных испытаниях КА. В целом проведенное исследование закладывает концептуальный фундамент для создания высокоэффективных систем орбитальной навигации нового поколения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов Д.С., Трофимов С.П., Широбоков М.Г. Оптимизация траекторий выведения космического аппарата на околоземные орбиты с двигателем малой тяги // *Космические исследования*. 2015. Т. 53, № 6. С. 462–473.
2. Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двигателями малой тяги. Москва: Наука, 1976. 208 с.
3. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Москва: Наука, 1983. 393 с.
4. Салмин В.В., Ишков С.А., Старинова О.Л. Методы решения вариационных задач механики космического полёта с малой тягой. Самара: Самарский научный центр РАН, 2006. 162 с.
5. Chen Y., Cui H., Lin F. Sliding mode control for terminal orbiting rendezvous with collision avoidance // *Acta Astronautica*. 2013. Vol. 89. P. 113–122.
6. Guelman M., Kogan A., Livne E. Optimal Earth-Moon transfer with low thrust and eclipse constraints // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2004. Vol. 27, № 1. P. 146–149.
7. Gurfil P. Nonlinear feedback control of low-thrust orbital transfer in a central gravitational field // *Acta Astronautica*. 2007. Vol. 60, № 8. P. 631–648.
8. Khalil H.K. *Nonlinear Systems* (3rd ed.). Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002. 750 p.
9. Lawden D.F. *Optimal Trajectories for Space Navigation*. London: Butterworths, 1963. 126 p.
10. Levantovskii L.V., Semyonov D.M., Soloviev A.A. Minimum-Time Reorientation of a Spacecraft Using Low Thrust // *Cosmic Research*. 2001. Vol. 39, № 3. P. 289–298.
11. Petukhov V.G., Sukhanov A.A., Stazhkov V.M., Tugaenko V.Y., Shilov A.A. Analysis and development of the orbit injection algorithms for prospective small spacecraft // *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 185. P. 73–80.
12. Rui X., Chen L., Wang X., Sha J. Continuous low-thrust transfer to the Earth-Moon L2 libration point // *Aerospace Science and Technology*. 2020. Vol. 98. P. 105710.
13. Sloss A.N., Brauer G.L., Hajek J.D. Low-thrust orbit transfer optimization // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1972. Vol. 9, № 6. P. 417–420.
14. Utkin V.I. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Berlin: Springer-Verlag, 1992. 286 p.
15. Zhang Y., Chen X., Zhu J. Minimum-fuel low-thrust closed-loop controlled orbit transfer // *Aerospace Science and Technology*. 2019. Vol. 84. P. 197–205.

© Чэнь Лун (chenlong2021@yandex.ru)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»