

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ГАЗОПОТРЕБЛЕНИЯ В РЕГИОНЕ

DEVELOPMENT OF DATA PROCESSING METHOD FOR MODELING AND FORECASTING GAS CONSUMPTION IN THE REGION

R. Guriev
A. Dzgoev
S. Karatsev

Summary. Development of methods for forecasting the aggregate monthly demand for consumer gas in the region. Modeling and forecasting of future gas consumption using the method of least squares and classical correlation and regression analysis is carried out. In the course of the study, factors affecting the monthly demand for natural gas were identified. Eight regression models have been developed: linear and nonlinear equations of the second degree. The analysis of independent variables for intercorrelation and the analysis of the dependent variable for autocorrelation is carried out. The criteria of adequacy and quality of models are calculated. An assessment of adequacy by Fischer's F-criterion was carried out. The significance estimates for the main regression coefficients are determined: Correlation coefficient $\text{corr}(Y, YR)$; Coefficient of determination R^2 and R^2 adjusted; Standard error (MSE); Average modeling error (MAPE). New useful adequate regression models have been identified, on the basis of which forecast estimates of gas consumption are calculated 30 % ahead of the initial data.

Keywords: small data sample, regression model, least squares method.

Гуриев Руслан Махарбекович

Аспирант, ФГБОУ ВО «Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет)»
ruslan.guriev@mail.ru

Дзгоев Алан Эдуардович

кандидат технических наук, доцент,
Российский технологический университет (РТУ МИРЭА)
Dzgoev_Alan@mail.ru

Карацев Станислав Таймуразович

Магистрант, ФГБОУ ВО «Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет)»
skaratsev@gmail.com

Аннотация. Разработан метод прогнозирования совокупного месячного спроса потребительского газа в регионе. Проведено моделирование и прогнозирование предстоящего газопотребления, используя классический корреляционно-регрессионный анализ и метод наименьших квадратов. В процессе исследования, выявлены факторы, влияющие на ежемесячный спрос природного газа. Разработаны регрессионные модели: линейные и нелинейные уравнения второй степени. Проведен анализ независимых переменных на интеркорреляцию и анализ зависимой переменной на автокорреляцию. Рассчитаны критерии адекватности и качества моделей: проведена проверка адекватности моделей по F-критерию Фишера-Снедекора; проверена значимость коэффициентов регрессии с помощью t-критерия Стьюдента; вычислен коэффициент корреляции значений зависимой переменной Y и расчетным значением зависимой переменной YR; проведен расчет коэффициента детерминации и скорректированного коэффициента детерминации; рассчитана среднеквадратическая ошибка и средняя абсолютная процентная ошибка и относительная ошибка прогнозирования. Рассчитаны актуальные полезные регрессионные модели, на основе которых вычислены прогнозные оценки расходов газа на 30 % вперед от исходных имеющихся данных.

Ключевые слова: прогнозирование потребления газа, малая выборка данных, обработка и анализ данных, метод наименьших квадратов.

Введение

Организация бесперебойной работы газораспределительных сетей, важнейшая задача диспетчерского управления, так как от правильно выстроенной системы газоснабжения зависят все сферы жизнедеятельности общества. Для экономичной и безопасной работы газотранспортной системы необходимо с высокой степенью точности предвидеть потребительский объем газа.

Потребительский рынок принято делить на четыре категории: бытовой (жилой) спрос, коммерческий спрос, промышленный и электроэнергетический. У каждой категории потребителей уникальные характеристики спроса — это и отопление помещений, и приготовление пищевых продуктов, нагрев воды или сушка в промышленных предприятиях, а также выработка электроэнергии. Предсказать поведение потребителя, изучив факторы, влияющие на потребление газа, есть основная задача эффективного управления газоснабжения.

Газопотребление процесс случайный, нестабильный, включающий в себя полиномиальные, полигармонические и стохастические тренды, определенные воздействием следующих ключевых факторов: организационных, хронологических и метеорологических. В этом и заключается проблема прогнозирования газа в регионе [1].

Проверка исходных данных на стационарность с помощью расширенного критерия Дики-Фуллера, применяя поправку Бонферрони [Bonferroni, C. E., *Teoria statistica delle classi e calcolo delle probabilità, Pubblicazioni del R Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali di Firenze 1936*]

[Dickey D. A. and Fuller W. A. *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root // Journal of the American Statistical Association.* — 74. — 1979. — p. 427–431]

Описание проверки и расчета

Было проверено 3 основных версии критерия Дики-Фуллера:

1. С константой, но без тренда:

$$\Delta y_t = b_0 + b \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$$

2. С константой и линейным трендом:

$$\Delta y_t = b_0 + b_1 \cdot t + b \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$$

3. С константой, линейным и квадратичным трендом:

$$\Delta y_t = (a_1 + a_2 - 1)y_{t-1} - a_2 \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Для того чтобы не получить ошибки первого рода при проверке на стационарность необходимо сделать поправку Бонферрони.

$$\alpha_{adjusted} = \frac{\alpha}{m} \quad (1)$$

где α — уровень значимости;

m — количество проверяемых гипотез;

$\alpha_{adjusted}$ — скорректированный уровень значимости.

Выбрав $\alpha = 0.01$ и применив поправку Бонферрони, получим $\alpha_{adj} = 0.003$ (так как будут проверены 3 гипотезы). Были получены р-значения:

- 1.104e-12 для константной модели;
- 3.681e-06 для модели с константой и линейным трендом;
- 2.83e-05 для модели с константой, линейным и квадратичным трендом.

Так как р-значения меньше $\alpha_{adjusted}$, с 99%-вероятностью можно утверждать, что ряд является стационарным.

Вывод: в результате проведенных расчетов нулевая гипотеза отклонена, следовательно временной ряд с исходными данными стационарен. Авторы статьи пришли к выводу, что имеющиеся фактические данные о потреблении природного газа возможно обрабатывать методом наименьших квадратов, и использовать в качестве критерия оценки адекватности разработанных математических моделей F-критерия Фишера и Снедекора, а также критерий Стьюдента.

Факторы, влияющие на ежемесячный спрос природного газа

Наиболее значимым фактором является температура окружающей среды, так как большая часть газа используется для отопления помещений.

Выпадение осадков также влияет на потребление газа, так как в дождливые дни спрос увеличивается. Для регионов с сильными ветрами актуальным является учитывать фактор ветра, так как в эти дни здания теряют больше тепла [2]. В дни праздников и выходных, как правило, уменьшается газопотребление, поэтому в качестве фактора стоит учитывать количество выходных и праздничных дней в месяце.

Также к числу факторов можно отнести спрос предыдущего месяца и спрос текущего месяца годом ранее. Так как, наблюдаются сезонные проявления повышенной или пониженной активности потребления. Скажем, в аграрных районах значительная часть предприятий повышает спрос в определенные месяцы при сборе и дальнейшей обработке урожая. Но все же, большинство факторов, изменяющих спрос на газ, менее предсказуемы.

Методика исследования

Методом наименьших квадратов (МНК) или Ordinary Least Squares (OLS), называют способ нахождения величины показателей оптимальной прямой по средствам уменьшения суммы квадратов отклонений, а рассчитанные параметры называются МНК или OLS-оценками [3, 4, 5].

Задача состоит в том, чтобы выявить коэффициенты линейной и нелинейной зависимостей, при которых расчетное значение зависимой переменной (прогноз) будет минимально отклонено от фактического значения зависимой переменной.

Статистические связи между переменными можно изучать методами корреляционного и регрессионного анализа. Задача регрессионного анализа состоит в том, чтобы установить форму и изучить отношения (зависимость) между переменными. Цель корреляционного

анализа — установление связи между случайными переменными и определение ее тесноты [6, 7].

«Множественная регрессия» это понятие определяется тем, что исследуется связь результирующей переменной (Y) от состава предикторных переменных (X).

Регрессионный анализ эффективен тем, что анализ отношений между переменными способствует выявлению всевозможных взаимосвязей. Предугадать значения выходной (Y) по значениям входных переменных (X), что поможет установить параметр для выходной переменной (Y).

Для исследования, взяты реальные экспериментальные показатели среднемесячного газопотребления в регионе (тыс. м³) за два года.

Вычисления проведены с помощью программного продукта MathCad 14.

Входные данные зачастую отличаются отсутствием полнотой сведений: статистически значимых факторов, закона ранжирования моделируемого критерия, устройства мультифакториальной модели. Исследуемая задача по разработке регрессионных моделей и прогнозированию, принадлежит к типу обратных задач: воссоздать воздействие факторов, как главных эффектов и взаимодействий эффектов, по рассчитанным результатам [8].

Процесс и итоги исследования

В ходе исследования, было разработано восемь регрессионных моделей — линейные и нелинейные уравнения, из которых составлен сет математических моделей-кандидатов.

При проверке автокорреляции во временном ряду с использованием «метода Дарбина-Уотсона» количество эмпирических исследований должно составлять не менее пятнадцати. Сезонное изменение данных при высоком спросе на газ в холодные месяцы года и меньшем в теплые месяцы четко отражено на графике потребления газа (рис. 1). Повысим число статистических исследований до тридцати пяти месяцев (N = 35), чтобы свести к минимуму ошибки прогнозирования.

Первоочередная задача заключалась в выявлении и определении как можно большего числа факторов, влияющих на целевую переменную. Но включение всех имеющихся факторов в модель может быть нецелесообразным, так как они могут быть малозначимыми или незначимыми. Необходимо произвести выборку базовых факторов, находящихся в корреляционной взаимосвязи с результативным признаком [9].

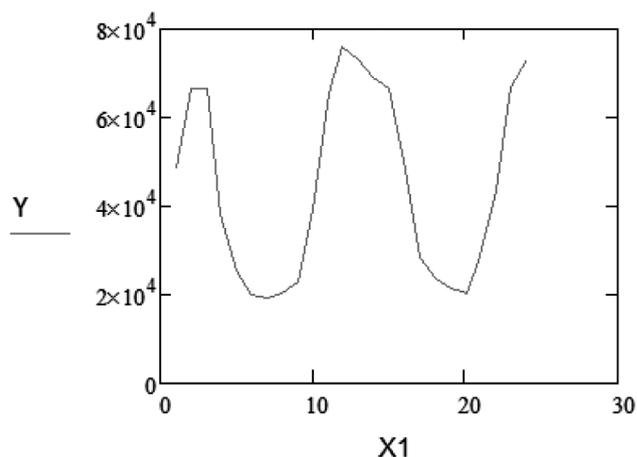


Рис. 1. График зависимости Y (потребление газа) от X1 (время, месяц)

- N — количество экспериментов (время, месяц);
- k — количество коэффициентов регрессии в уравнении, включая свободный член; B0.
- X — матрица независимых переменных (значения факторов);
- Y — вектор столбец зависимой переменной (расход газа).

В самом начале исследования были использованы следующие независимые переменные: X0 — фиктивная переменная (для установления свободного члена в уравнении регрессии B0); X1 — время, месяц; X2 — среднемесячная температура воздуха, K (Кельвин); X3 — количество дней в месяце с осадками; X4 — количество выходных и праздничных дней; X5 — спрос предыдущего месяца; X6 — спрос текущего месяца годом ранее.

Математические модели, в которых имеется корреляция между независимыми переменными, менее соответствуют задачам прогноза, несмотря на то, что гипотетически они, конечно, способны быть адекватными. Следовательно, рекомендуется из тех пар переменных, которые имеют корреляционную связь, убрать переменные, с наименьшей связью к зависимой переменной.

Значимость коэффициента корреляции (r) необходимо обосновать через t-критерий Стьюдента по следующим формулам (1, 2, 3):

$$tr := |r| \cdot \sqrt{\frac{N - k}{1 - r^2}} \quad (1)$$

$$tr = 13.942$$

$$t := qt(0.975, N - k) \quad (2)$$

$$t = 2.11$$

$$rcr := \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + N - k}} \quad (3)$$

$$rcr = 0.456$$

где tr — расчетное значение t-критерия; t — табличное значение t-критерия; rcr — критическое значение t-критерия; N — число данных; r^2 — коэффициент корреляции в квадрате.

Все значения коэффициентов корреляции по модулю необходимо сравнить с критическим значением коэффициента корреляции rcr (0,404).

Было выявлено, что значения коэффициентов корреляции: $corr(X2, X6)$, $corr(X2, X5)$, $corr(X5, X6)$, больше чем критическое значение rcr (0.404). Коэффициенты корреляции $corr(X2, X6)$ и $corr(X2, X5)$ имеют самые высокие значения, следовательно, между выявленными независимыми переменными имеется тесная связь. Необходимо удалить из рассмотрения тот фактор, у которого связь с Y имеет меньшую величину. Значения коэффициентов корреляции взаимосвязи отобранных факторов $X2, X5, X6$ с зависимой переменной Y составили $corr(x2, Y) = -0.928$; $corr(x5, Y) = 0.778$; $corr(x6, Y) = 0.904$. Таким образом, решено было удалить факторы $X5$ и $X6$ из рассмотрения, так как они имеют меньшее значение коэффициента корреляции, а также при проверке коэффициентов модели на статистическую значимость они оказались незначимыми. Доказывает решение авторов также, тот факт, что коэффициент модели от фактора $X2$ статистически значим.

Оценка статистической значимости коэффициентов регрессионных моделей из сета рассчитываем по формулам (4, 5, 6, 7)

$$B := (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (4)$$

$$G := (X^T X)^{-1} \quad (5)$$

$$t := qt(0.975, N - k) \quad (6)$$

$$t = 2.086$$

$$\Delta i := t \sqrt{Dad \cdot G_{i,i}} \quad (7)$$

Где B — коэффициенты регрессионного уравнения;
 G — матрица обратная матрице нормальных уравнений;
 t — табличное значение t-критерия;
 Δi — доверительные интервалы коэффициентов регрессии.

$$B_0 = 7.193 \times 10^5; B_1 = 589.179; B_2 = -2.406 \times 10^3; B_3 = -24.374$$

$$\Delta_0 = 1.073 \times 10^5; \Delta_1 = 477.24; \Delta_2 = 378.037; \Delta_3 = 1.115 \times 10^3.$$

Сравниваем по модулю Δi и B :

$|\Delta_0| < |B_0|$ значим, фиктивная переменная; $|\Delta_1| < |B_1|$ значим, время (месяц); $|\Delta_2| < |B_2|$ значим, температура (K); $|\Delta_3| > |B_3|$ незначим, количество осадков.

Единственный коэффициент регрессии оказался незначимым при степени значимости 0,05. Все коэффициенты решено сохранить в уравнении, так как оно адекватно исследуемым данным.

Анализ зависимой переменной на автокорреляцию

Критерий Дарбина–Уотсона является достаточно методом установления автокорреляции возмущений. С его помощью проверяется гипотеза об отсутствии автокорреляции между соседними остаточными членами ряда e_t и e_{t-1} (для лага $t = 1$), где e_t — выборочная оценка ϵ .

Статистика критерия имеет вид (4):

$$d := \frac{\sum (e_0 - e_1)^2}{\sum e^2} \quad (4)$$

Где d — значение критерия Дарбина–Уотсона;

e_0 и e_1 — отклонение остатков с лагом 1.

$\sum e^2$ — сумма отклонений расчетных значений зависимой Y от опытных значений.

В результате проведенных расчетов по проверке зависимой переменной Y на автокорреляцию остатков отобрано две модели со структурой, где доказано её отсутствие:

$$X := \text{augment}(X1, X2); X := \text{augment}(X1, X2, X3).$$

Для все разработанных моделей-кандидатов с сета проведена оценка адекватности по F-критерию Фишера-Снедекора и определены значения критериев качества: коэффициент корреляции $corr(Y, YR)$; коэффициент детерминации R^2 и R^2_{adjusted} ; среднеквадратическая ошибка (MSE); относительная ошибка прогнозирования (%).

Проведены расчёты потребления природного газа на основе разработанных регрессионных моделей-кандидатов из сета. Результаты представлены в таблице 1.

По результатам приведенных в таблице данных можно определить две регрессионные модели №1 и №5, где нет интеркорреляции и автокорреляции, (отбираются и используются такие модели, где нет автокорреляции и интеркорреляции в данных). Структура Модели №1 и №5 показаны в формате формул (8) и (9):

$$YR = B_0 + B_1 \tau + B_2 K + B_3 D \quad (8)$$

$$Y := 7.193 \times 10^5 + 589.179 X_1 - 2.406 \times 10^3 X_2 - 24.374 X_3$$

$$YR = B_0 + B_1 \tau + B_2 K \quad (9)$$

$$Y := 7.19 \times 10^5 + 592.549 X_1 - 2.406 \times 10^3 X_2$$

Таблица 1.

Значения критериев адекватности, качества, ошибок прогнозирования, а также результаты проверки на интеркорреляцию и автокорреляцию

№	Модель	Фкритерий Фишера-Снедекора	Оценка качества модели			Ошибка прогнозирования (%)	Интеркорреляция + (есть) — (нет)	Автокорреляция + (есть) — (нет)
			corr (Y, YR)	R ² R ² adj	MSE			
1	Уравнение прямой линии (X0, X1, X2, X3)	FR (8.575) > Fтаб. (2.092) FR/F= 4.1	(0.948)	0.899 0.883	4.392*10 ⁷	1.452	—	—
2	Полный полином (X0, X1, X1 ² , X2, X2 ² , X3, X3 ² , X1*X2, X1*X3, X2*X3)	FR (12.525) > Fтаб. (2.357) FR/F= 5.313	(0.975)	0.951 0.92	2.105*10 ⁷	7.109	+	+
3	Неполный полином (X0, X1, X1 ² , X2, X3, X3 ² , X1*X2, X1*X3, X2*X3)	FR (8.645) > Fтаб. (2.297) FR/F= 3.765	(0.962)	0.925 0.884	3.267*10 ⁷	12.786	+	+
4	Уравнение прямой линии (X0, X1, X2, X3, X4, X5, X6)	FR (9.191) > Fтаб. (2.199) FR/F= 4.18	(0.959)	0.92 0.891	3.483*10 ⁷	2.013	+	+
5	Уравнение прямой линии (X0, X1, X2)	FR (9.003) > Fтаб. (2.063) FR/F= 4,364	(0.948)	0.899 0.889	4.393*10 ⁷	1,488	—	—
6	Полный полином (X0, X1, X1 ² , X2, X2 ² , X1*X2)	FR (15.679) > Fтаб. (2.159) FR/F= 7.263	(0,975)	0.95 0.936	2,162*10 ⁷	8,896	+	+
7	Неполный полином (X0, X1, X1 ² , X2, X1*X2)	FR (8.967) > Fтаб. (2.123) FR/F= 4,223	(0.953)	0.908 0.888	3,99*10 ⁷	7,761	+	—
8	Уравнение прямой линии (X0, X1, X2, X3, X4, X5)	FR (8.02) > Fтаб. (2.159) FR/F= 3.715	(0.95)	0.902 0.875	4,227*10 ⁷	2.033	+	+

где YP — прогнозное значение; B — коэффициенты регрессионной модели; τ — время; K — температура воздуха в Кельвинах; D — количество дней с осадками.

Прогнозирование газопотребления на основе математических моделей

С помощью следующих формул вычислены погрешности прогнозирования и доверительный интервал коридора ошибок (10, 11):

$$D := X \cdot (X^T X)^{-1} \cdot X^T \tag{10}$$

$$S_{i,j} := t \cdot \sqrt{Dad \cdot (1 + D_{i,j})} \tag{11}$$

Где t — табличная величина критерия Стьюдента.

Ymin:= YP — S35,35; Ymax:= YP + S35,35 — коридор ошибок в предсказанной точке.

Отклонение зависимой переменной Y от расчетных значений переменной YR выбранных моделей №1(X0,X1,X2,X3) и №5(X0,X1,X2), наглядно показано на графике рис. 2.

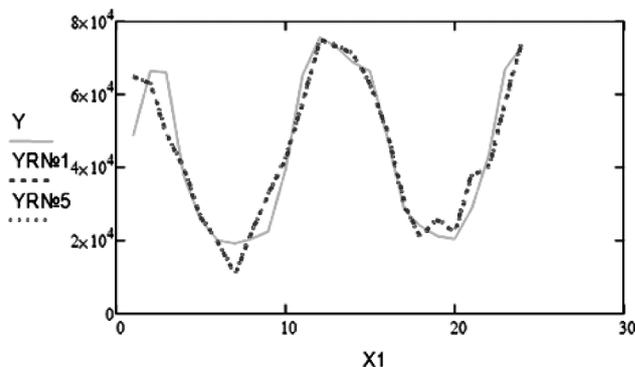


Рис. 2. График зависимой Y и расчетной величины зависимой переменной YR

В методе используется два способа прогнозирования, схематически они изображены на рисунке 3.

В первом способе мы не изменяли исходную матрицу переменных, то есть не увеличивали число N=35. На данных 35 месяцев проведен прогноз вперед на 36, 37, 38... месяцы.

В таблице 2 и таблице 3, отражены результаты прогнозных оценок газопотребления на семь меся-

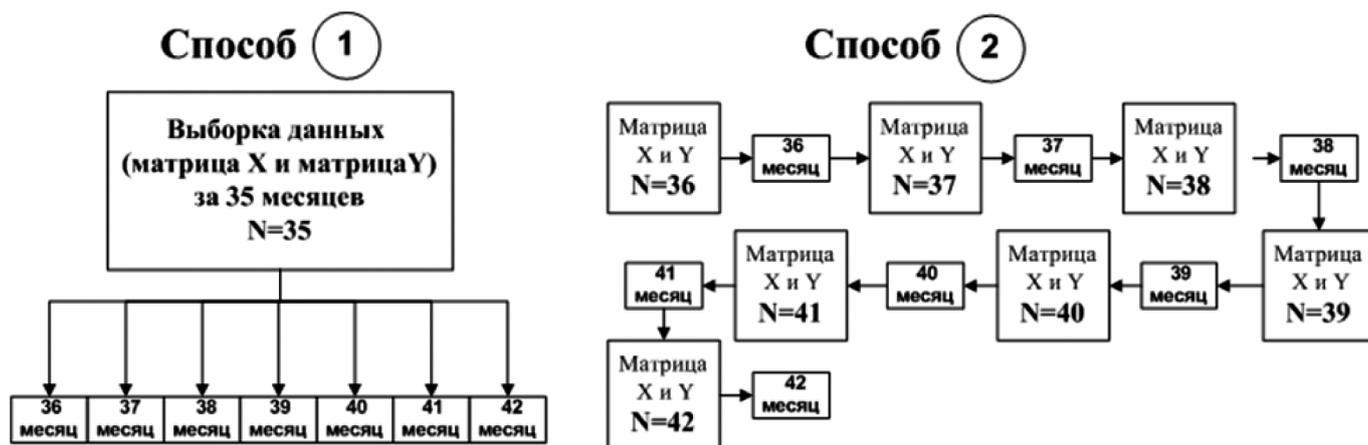


Рис. 3. Способы прогнозирования

цев вперед, где $t^{\circ}\text{C}$ — среднемесячная температура по Цельсию, N осадков — количество дней в месяце с осадками, Y_{actual} — фактические результаты газопотребления (тыс. м³); Y_P — прогнозные параметры газопотребления, тыс. м³; ΔY — абсолютная ошибка прогноза (тыс. м³), ϵ — относительная ошибка прогноза (%).

Таблица 2.

Уравнение прямой линии (X_0, X_1, X_2)

Дата	N	$t^{\circ}\text{C}$	Y_{actual}	Y_P	ΔY	$\epsilon, \%$
01.2020	35	0	75527.991	76650	1124	1.488
02.2020	36	1.5	69660.233	73640	3975	5.707
03.2020	37	8	61512.619	58590	-2922	4.75
04.2020	38	8	54298.245	59180	4885	8.997
05.2020	39	15	34096.338	42940	8839	25.924
06.2020	40	21	23735.333	29090	5358	22.575
07.2020	41	24	20871.365	22470	1598	7.654
Средняя относительная ошибка прогноза						11.014

Таблица 3.

Уравнение прямой линии (X_0, X_1, X_2, X_3)

Дата	N	$t^{\circ}\text{C}$	N дней с осадками	Y_{actual}	Y_P	D	e
01.2020	35	0	6	75527.991	76620	1092.009	1.452
02.2020	36	1.5	4	69660.233	73650	3989.767	5.733
03.2020	37	8	6	61512.619	58550	-2962.619	4.81
04.2020	38	8	5	54298.245	59170	4871.755	8.968
05.2020	39	15	7	34096.338	42860	8763.662	25.717
06.2020	40	21	9	23735.333	28970	5234.667	22.047
07.2020	41	24	8	20871.365	22360	1488.635	7.148
Средняя относительная ошибка прогноза							10.840

Вычислив среднее арифметическое из относительной ошибки прогноза, можно сделать вывод, что первая

модель уравнение прямой линии (X_0, X_1, X_2, X_3) имеет меньшую ошибку и, следовательно, является более качественной.

Отличие второго способа прогнозирования в том, что с каждым месяцем в матрицу переменных добавляется новая строка с фактическими значениями. С каждым месяцем выборка увеличивается на одну позицию, накапливая больше данных. (N=35, N=36, N=37...).

Результаты прогнозных значений, рассчитанные вторым способом, представлены в табл. 4 и табл. 5.

Таблица 4.

Уравнение прямой линии (X_0, X_1, X_2), увеличивая выборку N

Дата	N	$t^{\circ}\text{C}$	Y_{actual}	Y_P	D	e
01.2020	35	0	75527.991	76650	1124	1.488
02.2020	36	1.5	69660.233	73390	3733	5.359
03.2020	37	8	61512.619	57790	-3726	6.058
04.2020	38	8	54298.245	58890	4593	8.458
05.2020	39	15	34096.338	42130	8037	23.572
06.2020	40	21	23735.333	27020	3281	13.822
07.2020	41	24	20871.365	19640	-1229	5.89
Средняя относительная ошибка прогноза						9.236

Из результатов таблицы, можно сделать вывод, что второй способ прогнозирования, т.е. увеличивая выборку данных, показывает в среднем значении наименьшую относительную ошибку прогноза. Но стоит заметить, что разница результатов не велика, т.е. все модели оказались адекватными экспериментальным данным и их можно использовать вместе. Например, прогнозирование на 37 месяц вторым способом, показывает наименьшую ошибку, а на 38 месяц, наоборот, первый способ оказывается эффективней. Поэтому для каждого конкретного месяца используется лучшая модель прогнозирования.

Таблица 5.

Уравнение прямой линии(X_0, X_1, X_2, X_3),
увеличивая выборку N

Дата	N	$t^{\circ}\text{C}$	N дней с осадками	Y_{actual}	Y_P	D	e
01.2020	35	0	6	75527,991	76620	1092.009	1,452
02.2020	36	1.5	4	69660,233	73420	3762	5,4
03.2020	37	8	6	61512,619	57770	-3746	6,089
04.2020	38	8	5	54298,245	58900	4597	8,467
05.2020	39	15	7	34096,338	42140	8047	23,6
06.2020	40	21	9	23735,333	26630	2893	12,189
07.2020	41	24	8	20871,365	19270	-1598	7,658
Средняя относительная ошибка прогноза							9.265

Выводы

Планирование объемов потребления газа способствует минимизации излишних расходов газораспределительных компаний. В ходе исследования были разработаны актуальные регрессионные модели, с помощью которых проведено прогнозирование потребления газа в регионе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тевяшев А.Д., Выходцев Е.Ж., Щелкалин В.Н., Игнатова Ю.В. Информационно-аналитическая система прогнозирования процессов потребления природного газа в газотранспортной системе Украины // Радиоэлектроника и информатика №3. 2017. С. 92.
2. Steven R. Vittullo, Ronald H. Brown, George F. Corliss and Brian M. Marx Mathematical models for natural gas forecasting // Canadian applied mathematics quarterly, Vol. 17, No. 4. 2009 pp. 806–827.
3. Кривенко М.П. Сравнительный анализ процедур регрессионного анализа // Информатика и ее применения. 2014. Т. 8, вып. 3. С.70–78.
4. Quinn J., Sugiyama M. A least-squares approach to anomaly detection in static and sequential data // Pattern Recognition Letters, 2014. Vol.40. pp. 36–40.
5. Wimalawarne K., Tomioka R., Sugiyama M. Theoretical and experimental analyses of tensor-based regression and classification // Neural Computation. 2016. vol. 28, no. 4, pp.686–715.
6. Прилуков А.Н. Идеи толерантного регрессионного анализа и их реализация // Успехи современной науки и образования. 2017. Том 1, № 1. С. 134–136.
7. Максимова Т.Г., Попова И.Н. Эконометрика: учебно-методическое пособие // СПб.: Университет ИТМО, 2018. С. 7–21.
8. Радченко С.Г. Статус математических моделей, получаемых с использованием регрессионного анализа // Математические машины и системы. 2016. № 2. С. 138–147.

© Гуриев Руслан Махарбекович (ruslan.guriev@mail.ru); Дзгоев Алан Эдуардович (Dzgoev_Alan@mail.ru);
Карацев Станислав Таймуразович (skaratsev@gmail.com)
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»