

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭКСТРУЗИЕЙ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ВЫБРОСОВ ПРИ ТРЕХМЕРНОЙ ПЕЧАТИ МЕТОДОМ ПОСЛОЙНОГО НАПЛАВЛЕНИЯ

Шарара Симбараше

Аспирант, Московский государственный университет  
«СТАНКИН»  
shackssharara@gmail.com

## THEORETICAL ANALYSIS OF THE STABILITY OF ADAPTIVE EXTRUSION CONTROL FOR EMISSION REDUCTION IN FUSED DEPOSITION MODELLING THREE-DIMENSIONAL PRINTING

Sharara Simbarashe

*Summary.* Three-dimensional layer-by-layer printing releases volatile organic compounds, which causes environmental and health concerns among users of this technology. The question of how to make 3D printing with the method of fused deposition modelling sustainable and environmentally friendly has been discussed over the past 5 years. Central to these efforts is the introduction of an adaptive regulatory approach aimed at minimizing emissions of volatile organic compounds. Static solutions, such as traditional PID controllers with fixed proportional integral derivative (PID) parameters, have difficulty effectively managing volatile organic compound emissions due to their inherent variability due to factors such as the composition of the plastic filament, ambient temperature, and printing geometry. However, the nonlinear dynamics inherent in three-dimensional fused deposition modelling printing requires careful stability testing to ensure system reliability. This article analyzes stability using Lyapunov methods to ensure that an adaptive PID control system for extrusion control, designed to reduce volatile organic compound emissions, ensures stable operation without fluctuations or deviations under unpredictable operating conditions, ensuring both emission reduction goals and print quality.

*Keywords:* volatile organic compounds, 3D printing, fused deposition modelling, Lyapunov analysis, stability analysis, adaptive control.

*Аннотация.* При трехмерной послойной печати выделяются летучие органические соединения, что вызывает беспокойство у пользователей этой технологии в отношении окружающей среды и здоровья. Вопрос о том, как сделать трехмерная печать с методом послойного наплавления устойчивой и безвредной для окружающей среды, обсуждался в течение последних 5 лет. Центральное место в этих усилиях занимает внедрение адаптивного подхода к регулированию, направленного на минимизацию выбросов летучих органических соединений. Статические решения, такие как традиционные ПИД-регуляторы с фиксированными параметрами пропорционально-интегральной производной (ПИД), с трудом справляются с эффективным управлением выбросами летучих органических соединений из-за присущей им изменчивости, обусловленной такими факторами, как состав пластиковой нити накала, температура окружающей среды и геометрия печати. Однако нелинейная динамика, присущая трехмерной печати методом послойного наплавления, требует тщательного тестирования стабильности для обеспечения надежности системы. В этой статье проводится анализ стабильности с использованием методов Ляпунова, чтобы убедиться, что адаптивная система ПИД-регулирования для контроля экструзии, разработанная для снижения выбросов летучих органических соединений, обеспечивает стабильную работу без колебаний или отклонений в непредсказуемых условиях эксплуатации, обеспечивая как цели по снижению выбросов, так и качество печати.

*Ключевые слова:* летучие органические соединения, 3D-печать, послойное наплавление, анализ Ляпунова, анализ стабильности, адаптивное управление.

## Введение

Трехмерная печать — одна из передовых технологий в современном производстве. Трехмерная печать методом послойного наплавления пластиковыми нитями упростило создание прототипов и мелкосерийное производство в различных отраслях промышленности. Широкое внедрение трехмерной печати методом послойного наплавления выявило серьезные экологические проблемы, главная из которых — выбро-

сы летучих органических соединений [1]. Современные стратегии снижения выбросов летучих органических соединений включают использование усовершенствованных систем вентиляции, модифицированных нитей с низким уровнем выбросов и последующую фильтрацию. Эти подходы часто оказываются неэффективными из-за их неспособности адаптироваться к динамическим условиям, присущим процессу печати методом послойного наплавления, что приводит к необходимости автоматизированного управления процессом [2].

Статические решения не могут эффективно управлять выбросами летучих органических соединений, поскольку они зависят от таких факторов, как состав пластиковой нити накала, температура окружающей среды и геометрия печати. Традиционные системы управления, такие как пропорционально-интегрально-производные (ПИД) регуляторы с фиксированными параметрами, усугубляют эту проблему, поддерживая жесткие настройки, которые не реагируют на изменения в реальном времени, что приводит к непоследовательному контролю выбросов и неоптимальной производительности. Адаптивное управление представляет собой многообещающее решение. По сравнению с традиционными методами, адаптивные системы управления непрерывно корректируют свои параметры на основе обратной связи от процесса печати, что позволяет им приспосабливаться к непредсказуемой динамике [3].

Адаптивное управление не является чем-то новым для трехмерной печати, оно уже использовалось для повышения производительности и качества продукции. Например, Ли и др. [4] внедрили технологию адаптивной 3D-печати, способную обнаруживать и исправлять дефекты экструзии в процессе печати, тем самым улучшая механические свойства напечатанных объектов. Применение адаптивного управления специально для контроля выбросов летучих органических соединений остается недостаточно изученным. Это свидетельствует о значительном пробеле в области исследований, подчеркивая необходимость дальнейшего изучения методологий адаптивного контроля, разработанных специально для контроля выбросов при трехмерной печати.

В данной статье мы попытаемся устранить этот пробел, проанализировав адаптивную систему ПИД-регулятор для регулирования скорости экструзии с целью минимизации выбросов летучих органических соединений при трехмерной печати методом послойного наплавления. В системах управления в режиме реального времени стабильность считается краеугольным камнем. Нестабильность может привести к непредсказуемому поведению или колебаниям, которые могут привести к невозможности поддержания летучих органических соединений в допустимых пределах, а также к ухудшению качества печати.

### Обзор литературных источников

Анализ Ляпунова — очень важный инструмент в разработке систем управления, позволяющий получить критическое представление о поведении и стабильности системы [5]. Теория устойчивости по Ляпунову является краеугольным камнем анализа нелинейных систем управления, она предоставляет метод определения устойчивости системы без явного решения системных дифференциальных уравнений. Основанный на методе

Ляпунова анализ стабильности был применен к роботизированным манипуляторам и промышленным экструдерам [8], однако его использование в трехмерной печати, моделирующей наплавленное напыление, остается недостаточно изученным, особенно для контроля выбросов. Воздействие трехмерной печати на окружающую среду, в частности выбросы летучих органических соединений, было количественно оценено такими исследователями, как Чжан и др. [10], которые связали уровень выбросов с несогласованными условиями экструзии. Несмотря на это, лишь в немногих исследованиях снижение выбросов увязывается со стабильностью адаптивного управления. Этот пробел подчеркивает необходимость анализа адаптивной системы управления экструзией на основе метода Ляпунова, разработанного таким образом, чтобы свести к минимуму выбросы, сочетая эффективность процесса с экологической устойчивостью.

### Материалы и методы

В архитектуре адаптивного управления 3D-принтера методом послойного наплавления для минимизации выбросов летучих органических соединений, скорость экструзии регулируется гибридным контроллером путем обработки сигналов отклонения, полученных на основе данных в режиме реального времени от датчиков летучих органических соединений. Система управления ПИД обеспечивает немедленные корректирующие действия посредством пропорционального, интегрального и производного компонентов, в то время как адаптивный компонент постоянно изменяет выигрыш регулятора в ответ на переходные возмущения и изменяющиеся условия процесса. Математически закон управления для гибридного ПИД-регулятора выражается в виде:

$$u(t) = K_p(t)e(t) + K_i(t) \int_0^t e(t) dt + K_d(t) \frac{d}{dt} e(t)$$

Где,  $e(t)$  представляет собой погрешность между желаемым заданным значением, определяемым целевыми уровнями выбросов летучих органических соединений и критериями качества печати, и измеренным выходным сигналом датчиков летучих органических соединений, а  $K_p(t)$ ,  $K_i(t)$  и  $K_d(t)$  — коэффициенты усиления, изменяющиеся во времени. Эти коэффициенты усиления динамически обновляются с использованием законов адаптации, которые реагируют на динамику ошибок в режиме реального времени, тем самым гарантируя, что контроллер по-прежнему реагирует на изменения свойств нити накала, условий окружающей среды и других технологических нарушений.

На основе абсолютной величины отклонения содержания летучих органических соединений корректируется пропорциональный коэффициент усиления,  $K_p(t)$ ,

гарантирующий, что корректирующие действия будут масштабироваться пропорционально степени выбросов.

Гарантируется динамическое изменение скорости экструзии для снижения выбросов при сохранении стабильности процесса за счет интеграции этих адаптивных коэффициентов усиления в общее правило управления. Регулировка скорости экструзии осуществляется в соответствии с соотношением, показанным ниже:

$$F_{adj} = F_{nominal} * \left( 1 - K \frac{C_{voc} - C_{ref}}{C_{ref}} \right)$$

где  $K$  — коэффициент адаптации, зависящий от регулировки коэффициента усиления Пид-регулятора.

Измеренное отклонение концентрации летучих органических соединений от контрольного уровня  $C_{ref}$  будет использоваться для корректировки коэффициента усиления ПИД-регулирования. Адаптивный закон ПИД-регулирования определяется следующим образом:

$$u(t) = K_p(t)e(t) + K_i(t) \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d(t) \frac{d}{dt} e(t)$$

Где  $e(t) = C_{voc} - C_{ref}$  — это погрешность между измеренной концентрацией  $C_{voc}$  и эталонной концентрацией  $C_{ref}$ .

В зависимости от величины ошибки механизм адаптации настраивает коэффициент усиления ПИД-регулятора. Пропорциональный коэффициент усиления регулируется следующим образом:

$$K_p(t) = K_{p0} + \alpha |e(t)|$$

Где  $K_{p0}$  — базовый пропорциональный коэффициент усиления,

$\alpha$  — положительная константа, определяющая чувствительность к ошибкам.

Аналогичным образом, интегральные и производные коэффициенты усиления корректируются таким же образом.

$$K_i(t) = K_{i0} + \beta \int_0^t |e(\tau)| d\tau$$

$$K_d(t) = K_{d0} + \gamma \frac{d}{dt} |e(t)|$$

Где  $K_{i0}$  и  $K_{d0}$  являются начальными коэффициентами усиления,  $\beta$  и  $\gamma$  являются константными настройками.

Такой подход обеспечивает строгий контроль при больших отклонениях концентрации летучих органических соединений и более точную регулировку при меньших отклонениях.

$\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  — скорости адаптации, которые определяют, насколько быстро усиления реагируют на ошибку в адаптивной системе управления, являются критическими параметрами. Если эти скорости адаптации слишком велики, выигрыш может изменяться слишком быстро, вызывая колебания или превышение; если слишком мал, система может работать слишком медленно, чтобы поддерживать  $C_{voc}$  вблизи  $C_{ref}$ . Таким образом, баланс между быстродействием и стабильностью является ключевой задачей.

Функция Ляпунова,  $V_e$  определяется с использованием ошибки, заданной как  $e(t)$  простой вариант:

$$V_e = \frac{1}{2} e(t)^2$$

Функция измеряет, насколько далеко система находится от желаемого состояния. Функция всегда принимает положительное значение, если только ошибка не равна нулю. Следующим шагом в анализе стабильности является изучение того, как функция  $V_e$  изменяется с течением времени, путем вычисления скорости ее изменения (производной), обозначаемой как  $V'_e$ .

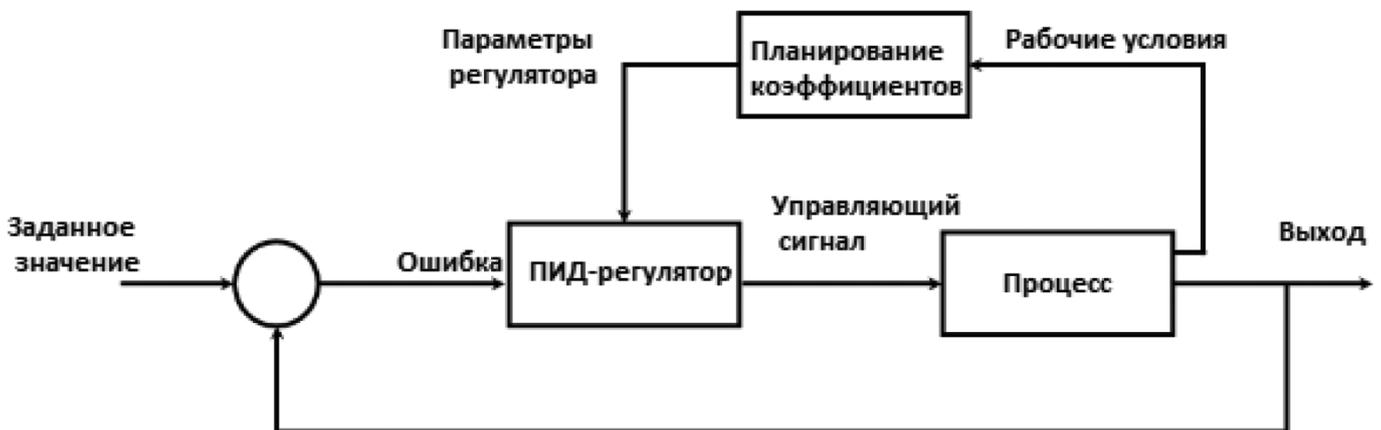


Рис. 1. Изображение схемы контура управления

Результаты

$V_e$  всегда должно быть отрицательным (за исключением случаев, когда ошибки отсутствуют), это означает, что со временем количество ошибок будет уменьшаться, и система в конечном итоге достигнет желаемого состояния.

Работая в предположении, что динамика концентрации летучих органических соединений аппроксимируется уравнением первого порядка:

$$\dot{C}_{\text{voc}}(t) = -aC_{\text{voc}}(t) + bv(t) + d(t)$$

Где,  $a > 0$  — скорость естественного затухания концентрации летучих органических соединений (например, из-за диффузии или вентиляции),  $b > 0$  — коэффициент, связывающий скорость экструзии  $v(t)$  с выбросами летучих органических соединений,  $d(t)$  — ограниченное возмущение ( $|d(t)| \leq D$ ) представляющее вариации материала или условий окружающей среды.

Цель управления — поддерживать  $C_{\text{voc}} \approx C_{\text{ref}}$  Динамика ошибки:

$$\dot{e}(t) = -\dot{C}_{\text{voc}}(t) = aC_{\text{voc}}(t) - bv(t) - d(t)$$

Подставляя  $C_{\text{voc}} = C_{\text{ref}} - e(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= a(C_{\text{ref}} - e(t)) - bv(t) - d(t) = \\ &= -ae(t) + aC_{\text{ref}} - bv(t) - d(t) \end{aligned}$$

Скорость экструзии задается как:

$$v(t) = v_0 + u(t)$$

Где  $v_0$  — номинальная скорость (выбрана так, чтобы  $-aC_{\text{ref}} - bv_0 = 0$  в отсутствие возмущений, а  $u(t) = K_p(t)e(t)$  — управляющий сигнал с адаптивным пропорциональным усилением  $K_p(t) = K_{p0} + \alpha|e(t)|$ . Тогда:

$$\dot{e}(t) = -ae(t) - b(K_{p0} + \alpha|e(t)|)e(t) - d(t)$$

Для анализа устойчивости используется функция Ляпунова:

$$V_e = \frac{1}{2}e(t)^2$$

Эта функция положительно определенная ( $V(t) > 0$  при  $e(t) \neq 0$ ,  $V(t) = 0$  при  $e(t) = 0$ , и представляет собой меру энергии ошибки. Устойчивость системы определяется путем вычисления производной по времени:

$$\dot{V}(t) = e(t)\dot{e}(t)$$

Подставляя  $\dot{e}(t)$ :

$$\dot{V}(t) = e(t)[-(a + b(K_{p0} + \alpha e(t)))e(t) - d(t)],$$

$$\dot{V}(t) = -[a + b(K_{p0} + \alpha e(t))]e^2(t) - e(t)d(t),$$

В ходе анализа было оценено поведение системы как в спокойных, так и в возмущенных условиях.

Анализ устойчивости без возмущений  $d(t)$ :

$$\dot{V}(t) = -[a + b(K_{p0} + \alpha e(t))]e^2(t)$$

Поскольку  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $K_{p0} > 0$ , и  $\alpha \geq 0$ , выражение  $[a + b(K_{p0} + \alpha e(t))] \geq a > 0$ , и  $\dot{V}(t) \leq -ae^2(t) < 0$  для  $e(t) \neq 0$ . Это указывает на отрицательно определенную  $\dot{V}(t)$ , что гарантирует глобальную асимптотическую устойчивость: ошибка  $e(t)$  стремится к нулю при  $t \rightarrow \infty$  из любой начальной точки. Адаптивный член  $\alpha|e(t)|$  усиливает отрицательную обратную связь, ускоряя сходимость.

Анализ устойчивости с возмущениями

Теперь учтем возмущения ( $|d(t)| \leq D$ ):

$$\dot{V}(t) = -[a + b(K_{p0} + \alpha e(t))]e^2(t) - e(t)d(t),$$

Оценим член возмущения:

$$-e(t)d(t) \leq |e(t)||d(t)| \leq |e(t)|D$$

Используем неравенство Юнга ( $xy \leq \frac{x^2}{2\epsilon} + \frac{\epsilon y^2}{2}$ , вы- брав  $\epsilon = a$ :

$$|e(t)|D \leq \frac{a}{2}e^2(t) + \frac{D^2}{2a}$$

Тогда:

$$\dot{V}(t) \leq -[a + b(K_{p0} + \alpha e(t))]e^2(t) + \frac{a}{2}e^2(t) + \frac{D^2}{2a}$$

$$\dot{V}(t) \leq -\left[\frac{a}{2} + b(K_{p0} + \alpha e(t))\right]e^2(t) + \frac{D^2}{2a}$$

Поскольку

$$\frac{a}{2} + b(K_{p0} + \alpha e(t)) > \frac{a}{2} > 0$$

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{a}{2}e^2(t) + \frac{D^2}{2a}$$

$\dot{V}(t) < 0$  когда:

$$\frac{a}{2}e^2(t) > \frac{D^2}{2a} \Rightarrow |e(t)| > \sqrt{\frac{D^2}{a^2}} = \frac{D}{a}$$

Это демонстрирует практическую устойчивость: ошибка  $e(t)$  ограничена областью, пропорциональной величине возмущений  $D$ , что соответствует реальным условиям печати с вариациями материала или вентиляции.

### Обсуждение

Проведенный анализ позволяет провести тщательную проверку адаптивной системы управления экструзией, разработанной с учетом минимизации выбросов, подтверждая ее надежность как в идеальных, так и в аварийных условиях. Полученные результаты показывают, что при отсутствии возмущений закон адаптивного

управления обеспечивает глобальную асимптотическую стабильность, сводя со временем погрешность определения концентрации летучих органических соединений к нулю.

Система также обеспечивает практическую стабильность, ограничивая ошибки в пределах управляемой области, пропорциональной величине возмущений, при наличии возмущений, представляющих реальные изменения в материале или окружающей среде. Такая адаптивность не только снижает выбросы за счет оптимизации динамики выдавливания, но и сохраняет качество печати, обеспечивая двойное преимущество, недоступное статическим ПИД-регуляторам.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Azimi P., Zhao D., Pouzet C., Crain N.E., Stephens B. Emissions of ultrafine particles and volatile organic compounds from commercially available desktop three-dimensional printers with multiple filaments. *Environmental Science & Technology*. — 2016. — С. 1260–1268.
2. Dostatni E., Osinski F., Mikołajewski D., Sapietová A., Rojek I. Neural Networks for Prediction of 3D Printing Parameters for Reducing Particulate Matter Emissions and Enhancing Sustainability. *Sustainability*. — 2024.
3. Jie Zhang., Da-Ren Chen., Sheng-Chieh Chen. A review of emission characteristics and control strategies for particles emitted from 3D fused deposition modeling (FDM) printing, *Building and Environment*. — 2022
4. Lee W., Fritsc J., Maqsood A., Liu S., Bourassa T., Calara R., Kim W.S. Adaptive 3D Printing for In Situ Adjustment of Mechanical Properties. —2023 <https://doi.org/10.1002/aisy.202200229>
5. Jean-Jacques E. Slotine., Weiping Li. «Applied Nonlinear Control», Prentice Hall. — 1990.
6. Boyd S., El Ghaoui L., Feron E., Balakrishnan V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. — 1994.
7. Close C.M., Frederick D.K., Newell J.C. *Modeling and Analysis of Dynamic Systems*, Wiley. —2001.
8. Karl Astrom., Bjorn Wittenmark. Adaptive Control 'Second edition'/ *IEEE Control Systems Magazine*. -1995. doi: 10.1109/MCS.1996.487415.
9. Slotine J., Li W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, New Jersey. — 1991
10. Zhang Qian., Wong. Characterization of Particle Emissions from Consumer Fused Deposition Modeling 3D Printers. *Aerosol Science and Technology*. — 2017.

© Шарара Симбараше (shacksshara@gmail.com)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»