

# УМНОЖЕНИЕ ЧАСТОТЫ В ВЫСОКОСТАБИЛЬНЫХ КВАРЦЕВЫХ ГЕНЕРАТОРАХ НА ОСНОВЕ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ В СПЕКТРЕ ПО ГАРМОНИКАМ

## FREQUENCY MULTIPLICATION IN HIGHLY STABLE QUARTZ OSCILLATORS ON THE BASIS OF ENERGY REDISTRIBUTION IN THE SPECTRUM BY HARMONICS

*M. Alexandrova*

*Summary.* The solution of the problem of signal filtering is presented on the basis of preliminary suppression of non-singled out harmonics. In theory, the possibility of concentrating the fundamental energy of the spectrum in any harmonic is proved. In this case, three systems of pulse signals were considered in which a different number of non-isolated harmonics near the filtered harmonic was reduced to negligible values. The practical solution of this problem is that when multiplying the frequency with subsequent filtering in a highly stable quartz oscillator, high-Q circuits are no longer required, which makes it possible to use small-size versions of low-Q filtering of signals.

*Keywords:* signal filtering, quartz oscillator, circuit quality factor, pulse, harmonics, coefficients, amplitude.

**Александрова Мария Евгеньевна**

Специалист, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
mariya\_mariya00@inbox.ru

*Аннотация.* В статье представлено решение задачи фильтрации сигнала, на основе предварительного подавления не выделяемых гармоник. В теории доказана возможность концентрации основной энергии спектра в любой гармонике. При этом были рассмотрены три системы импульсных сигналов, при которых различное число не выделяемых гармоник, находящихся вблизи фильтруемой гармоники, было сведено к ничтожно малым значениям. Практическое решение данной задачи заключается в том, что при умножении частоты с последующей фильтрацией в высокостабильном кварцевом генераторе уже не потребуются высокодобротные контуры, что дает возможность применения малогабаритных вариантов низкодобротной фильтрации сигналов.

*Ключевые слова:* фильтрация сигнала, кварцевый генератор, добротность контура, импульс, гармоники, коэффициенты, амплитуда.

### Введение

Умножение частоты гармонического колебания в основном применяется при проектировании кварцевых генераторов с высокой стабильностью частоты. Самая большая частота, на которую технологически возможно изготовить кварц, составляет 50 МГц [1]. Существует прямой метод умножения частоты с использованием эффекта увеличения частоты кварца на гармонике с применением стабилизации частоты [2]. Дальнейшие манипуляции с увеличением частоты, не нарушая при этом ее стабильности в готовом генераторе, в десятки, сотни и тысячи раз достаточно сложны. Они либо требуют наличия нескольких каскадов с использованием нескольких фильтров, как в методе умножения с помощью ППИ [3] или работе кварца на обертоном [1], либо наличие дополнительно генератора как в методе получения кратных частот с помощью радиоимпульса [4]. Это связано с уменьшением энергии в спектре гармоник, кратных основной. К тому же, при проектировании генераторов требуется обеспечение их малых габаритов. На высоких частотах сложно обеспечить требуемую при проектирова-

нии высокую добротность фильтров, а используемые на таких частотах высокодобротные фильтры на спиральных резонаторах не обладают малыми габаритами [5]. Таким образом, были указаны два технологических противоречия при проектировании кварцевых генераторов. Первое это обеспечение требуемых характеристик фильтров при сохранении их малых габаритов, второе это умножение частоты с сохранением стабильности в десятки и сотни раз с применением простых схем.

Для решения первого технологического противоречия, был рассмотрен подход к фильтрации сигнала, основанный на учете перераспределения энергии в спектре [5]. При решении второго технологического противоречия был рассмотрен тот же подход, но отличающийся тем, что энергию можно концентрировать в любой гармонике. Период сигнала делится на равные части, и в каждой части периода формируются двух полярные определенные импульсные последовательности. При суммировании этих импульсных последовательностей происходит перераспределение спектральной энергии по гармоникам.

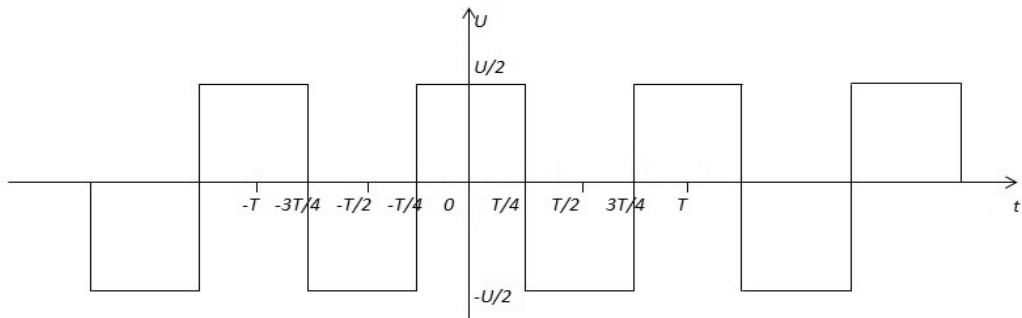


Рис. 1. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

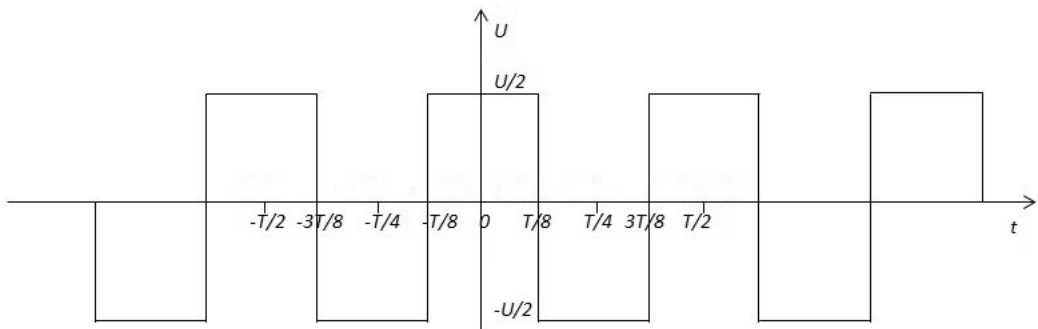


Рис. 2. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

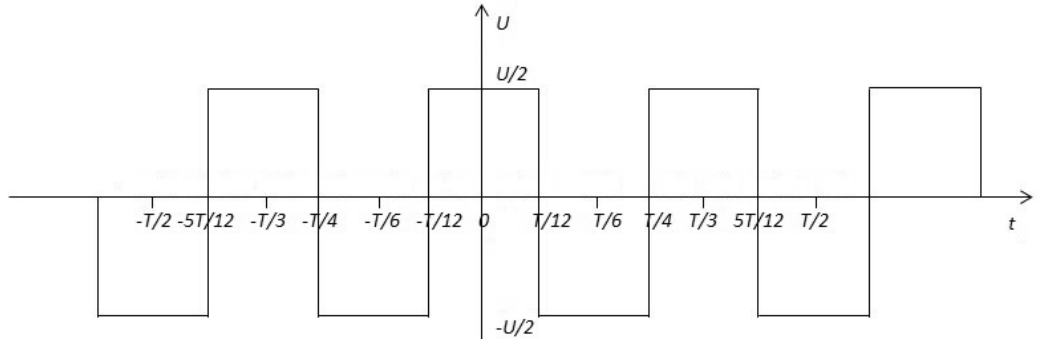


Рис. 3. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

**Теоретическая часть**

Основная задача исследования заключается в том, чтобы за счет расположения определенной импульсной последовательности на равных частях периода на оси времени периодического сигнала добиться сосредоточения основной энергии спектра этого сигнала в любой единственной гармонике, предназначенной для фильтрации, и минимизировать энергии гармоник, расположенных вблизи фильтруемой гармоники. Таким образом, цель работы заключается в рассмотрении различных вариантов максимизации амплитуды выделяемой гармоники, при обеспечении минимальных значений амплитуд остальных гармоник, находящихся вблизи данной гармоники.

Решение задачи было рассмотрено применительно к задаче умножения частоты гармонического сигнала в любое число раз. Пусть сигнал представляет собой гармоническое колебание  $u = U \cdot \sin(\omega t)$ , амплитудой  $U = 1B$ , периодом  $T = 1c$ . Чтобы получить гармоники с частотами, кратными  $\omega$ , необходимо осуществить преобразование синусоиды в нелинейный сигнал, а именно, в периодическую последовательность прямоугольных импульсов со скважностью равной 2, амплитудой  $U = 1B$ , периодом  $T = 1c$  (Рисунок 1).

Спектр периодической последовательности, изображенной на Рисунке 1 на интервале  $(0, T/2)$ , описывается функцией:

Таблица 1. Значения коэффициентов  $a_{n1} \div a_{n3}$  при различных значениях  $n$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$a_{n1}$	0,6	0	-0,2	0	0,12	0	-0,09	0	0,07	0	-0,05
$a_{n2}$	0	0,6	0	0	0	-0,2	0	0	0	0,12	0
$a_{n3}$	0	0	0,6	0	0	0	0	0	-0,2	0	0
n	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$a_{n1}$	0	0,04	0	-0,04	0	0,03	0	-0,03	0	0,03	0
$a_{n2}$	0	0	-0,09	0	0	0	0,07	0	0	0	-0,05
$a_{n3}$	0	0	0	0,12	0	0	0	0	0	-0,09	0

$$U_1(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (1)$$

Увеличим частоту заполнения импульсами на периоде в два раза (Рисунок 2).

Спектр периодической последовательности, изображенной на Рисунке 2 на интервале  $(0, T/2)$ , описывается функцией:

$$U_2(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{T}{8}, \frac{3T}{8} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{8} \leq t \leq \frac{3T}{8} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (2)$$

Увеличим частоту заполнения импульсами на периоде в три раза (Рисунок 3).

Спектр периодической последовательности, изображенной на Рисунке 3 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией:

$$U_3(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{T}{12}, \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{5T}{12} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{12} \leq t \leq \frac{T}{4}, \frac{5T}{12} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку функции  $U_1(t) \div U_3(t)$  являются четными, то ряд Фурье, каждой из них, содержит только постоянные и косинусоидальные составляющие. Коэффициенты  $a_{n1} \div a_{n3}$  при  $U = 1B, T = 1c$  вычислены по методике из [5].

$$a_n = -\sin(x*pi)/(x*pi) + \sin(x*pi*1/2)/(x*pi*1/2) \quad (4)$$

$$a_{n2} = 1/2*\sin(x*pi*1/4)/(x*pi*1/4) - 3/2*\sin(x*pi*3/4)/(x*pi*3/4) + \sin(x*pi)/(x*pi) \quad (5)$$

$$a_{n3} = 1/3*\sin(x*pi*1/6)/(x*pi*1/6) - \sin(x*pi*1/2)/(x*pi*1/2) + 5/3*\sin(x*pi*5/6)/(x*pi*5/6) - \sin(x*pi)/(x*pi) \quad (6)$$

Значения коэффициентов  $a_{n1} \div a_{n3}$  при различных  $n$  приведены в таблице 1.

Амплитуды гармонических составляющих  $A_{n1}, A_{n2}$  и  $A_{n3}$  равны по модулю значениям из таблицы 1:  $A_{n1} = |a_{n1}|, A_{n2} = |a_{n2}|, A_{n3} = |a_{n3}|$ .

Анализ полученных результатов показал, что при увеличении частоты заполнения прямоугольных импульсов на периоде в  $N$  раз, основная энергия спектра будет приходиться на  $N$ -ую гармонику, то есть на частоту в  $N$  раз превышающую частоту исходного синусоидального сигнала. Так же в спектре будут присутствовать  $3*N, 5*N, 7*N, 9*N, 11*N$  и т.д. гармоники.

В рассмотренных импульсных сигналах, кроме гармоники, предназначенной для фильтрации, вблизи находятся другие гармоники, следовательно, для фильтрации нужной гармоники потребуются применить высокочастотные контуры. Необходимо создать такую импульсную последовательность, чтобы основная часть гармоник, находящихся вблизи выделяемой гармоники, была сведена к ничтожно малым значениям.

### Экспериментальная часть

Для решения поставленной задачи экспериментальным путем были получены три системы импульсных последовательностей  $\alpha, \beta$ , и  $\gamma$ , в каждой из которых, было осуществлено подавление гармоник, находящихся вблизи гармоники, предназначенной для фильтрации. Системы импульсных сигналов строятся следующим образом. Полупериод сигнала от  $0$  до  $T/2$  делится на  $N$  равных отрезков длиной  $T/2N$ , где  $N$  — номер гармоники, предназначенной для фильтрации. И на каждом таком отрезке, относительно оси симметрии (количество осей равно  $N$ ), симметрично располагается разно полярная система импульсной последовательности  $\alpha, \beta, \gamma$ . Рассмотрим каждую из этих систем.

Первая импульсная  $\alpha$ -система изображена при  $N$  нечетном на рисунке 4, при  $N$  четном на рисунке 5. Коэффициента вычисляется по формуле:

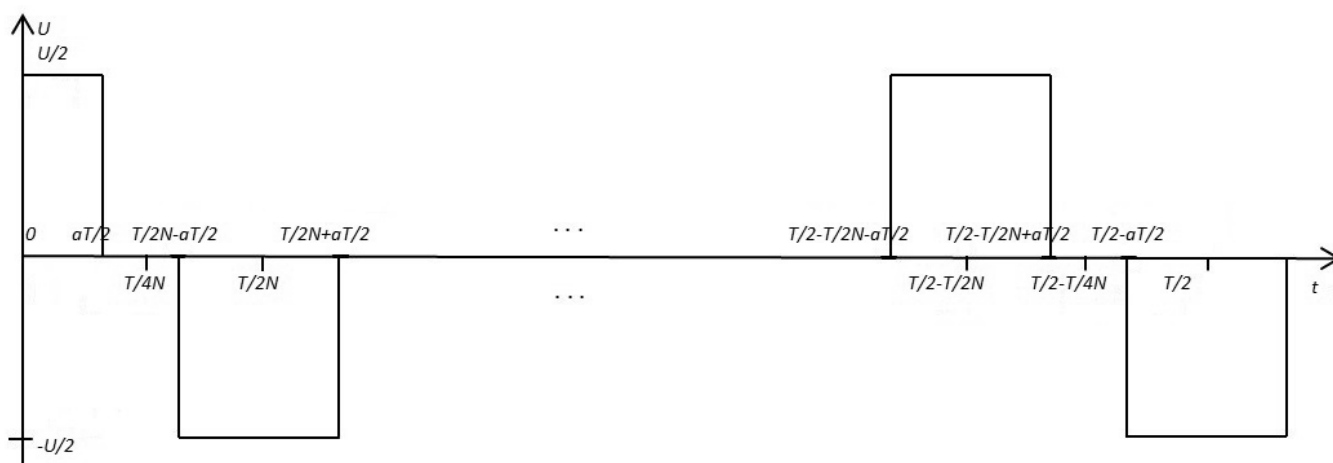


Рис. 4. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

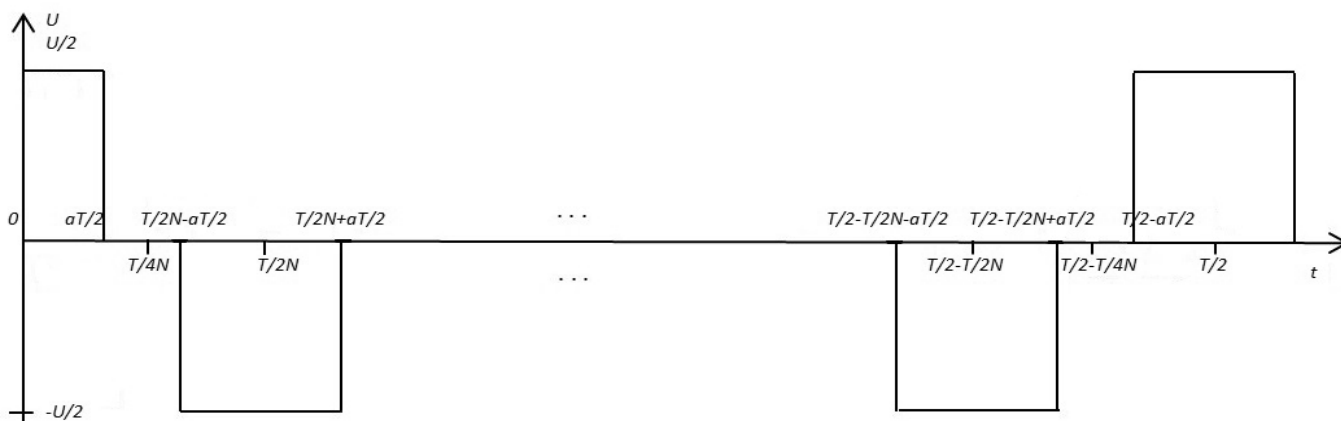


Рис. 5. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

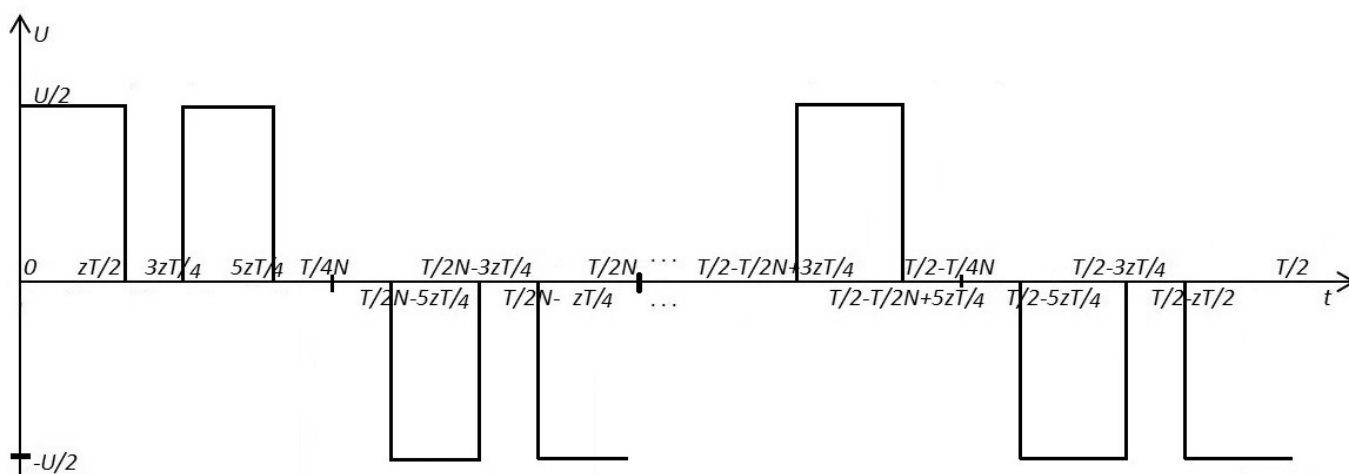


Рис. 6. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

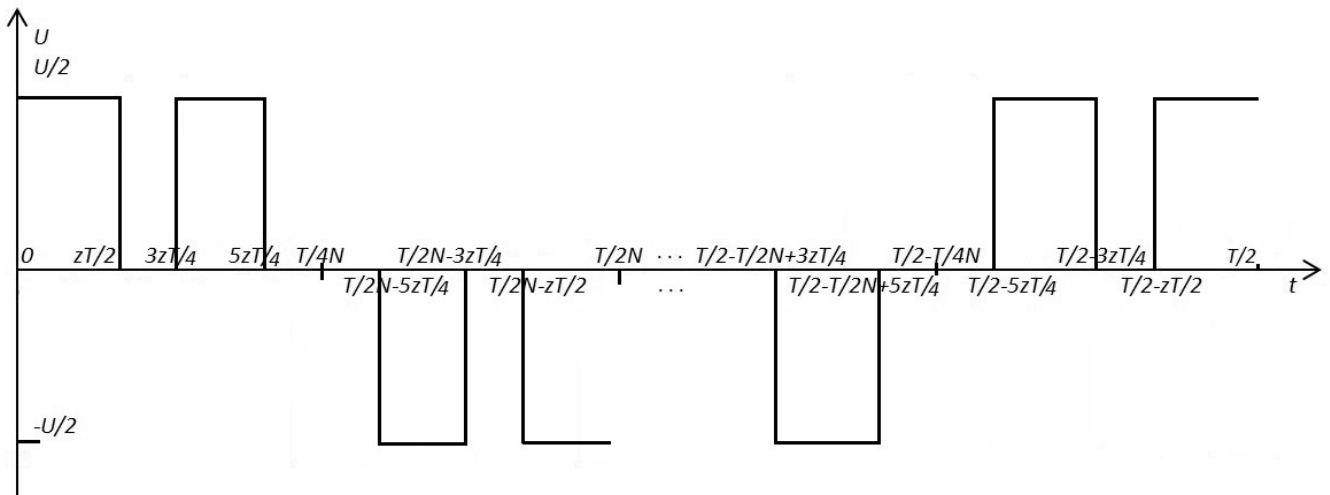


Рис. 7. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

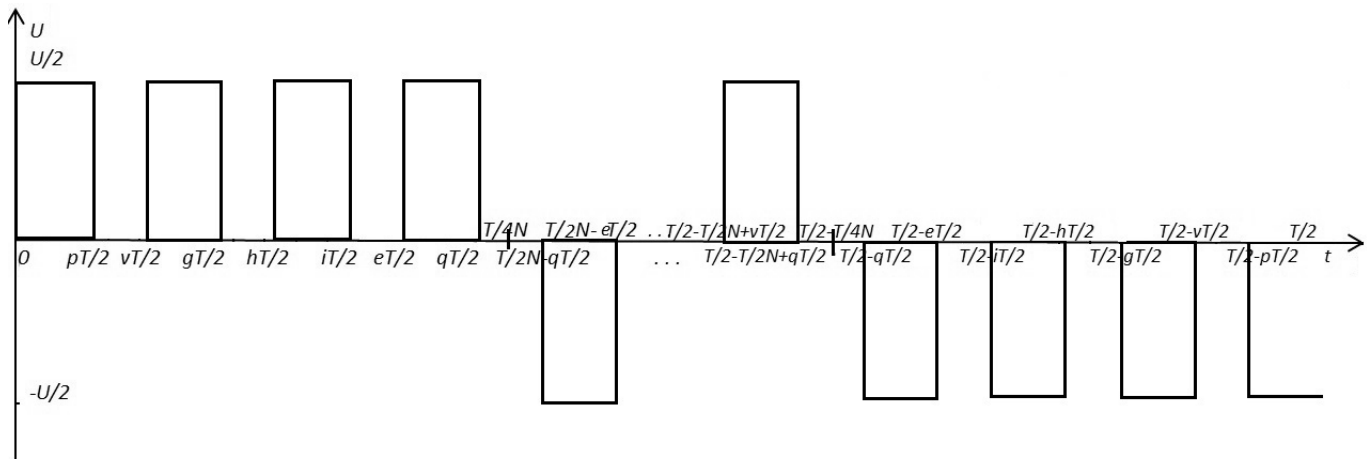


Рис. 8. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

$$a = 1/(3*N) \tag{7}$$

Вторая импульсная  $\beta$ -система изображена при  $N$  нечетном на рисунке 6, при  $N$  четном на рисунке 7. Коэффициент  $z$  вычисляется по формуле:

$$z = 2/(15*N) \tag{8}$$

Третья импульсная  $\gamma$ -система изображена при  $N$  нечетном на рисунке 8, при  $N$  четном на Рисунке 9. Коэффициенты  $p, v, g, h, i, e, q$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} p &= 1/(105*N); v=2/(15*N); g=1/(7*N); \\ h &= 4/(21*N); i=1/(5*N); e=1/(3*N); \\ q &= 12/(35*N) \end{aligned} \tag{9}$$

Рассмотрим примеры построения каждой системы при различных  $N$ .

При  $N = 1$   $\alpha$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 10. Коэффициент  $k = a$ , где коэффициент  $a$  при  $N = 1$  вычисляется по формуле (7).

Спектр периодической последовательности изображенной на рисунке 10 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией:

$$U_4(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{kT}{2} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{2} - \frac{kT}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \tag{10}$$

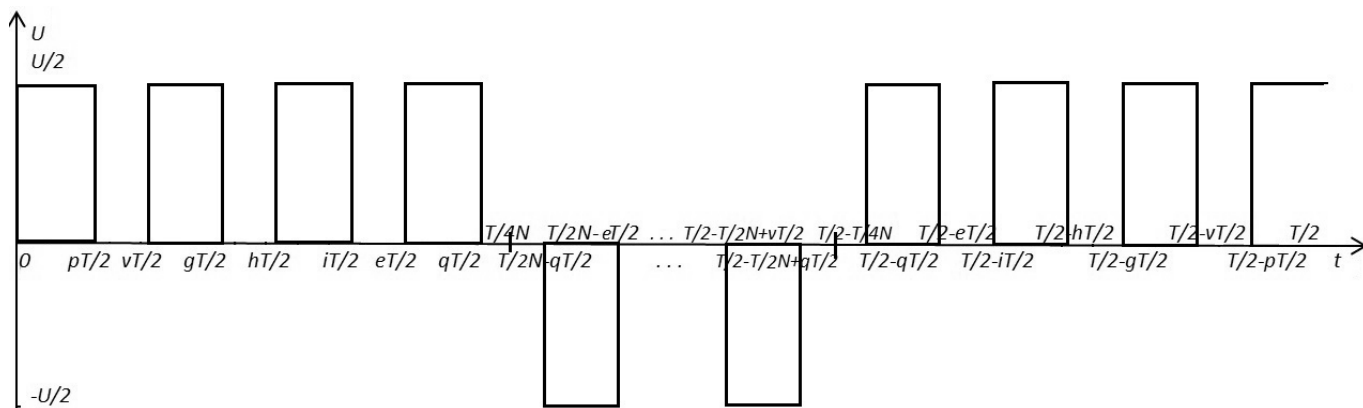


Рис. 9. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

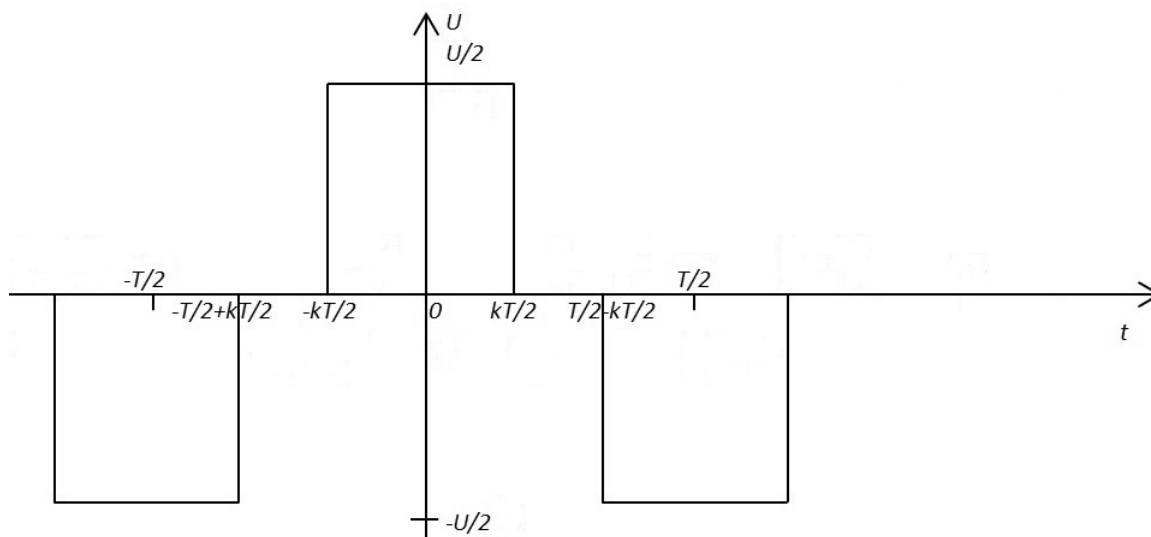


Рис. 10. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

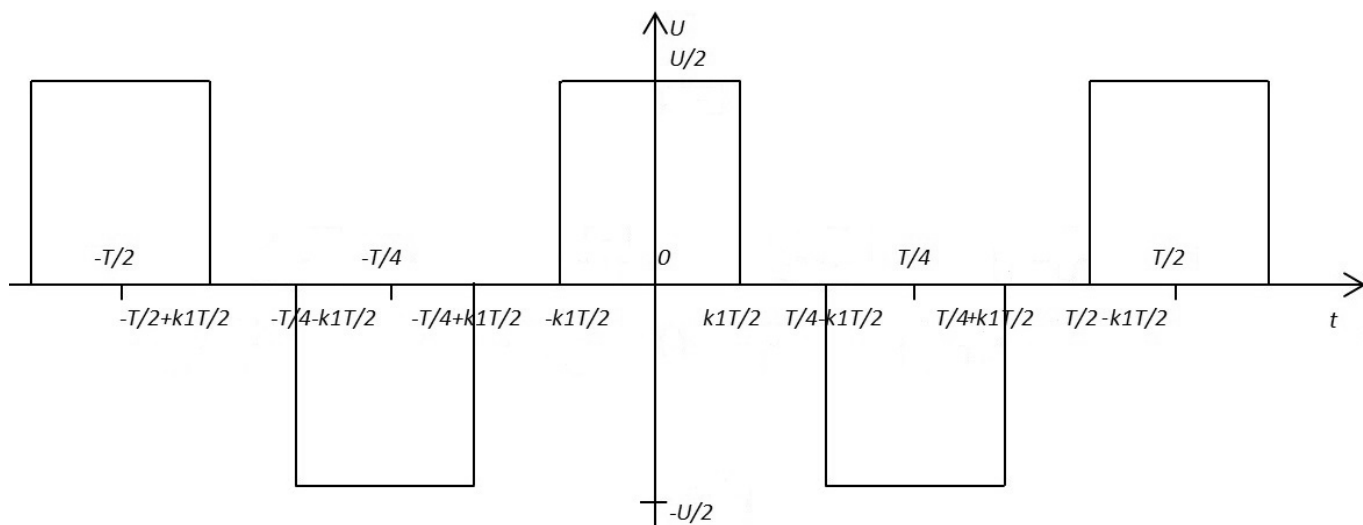


Рис. 11. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

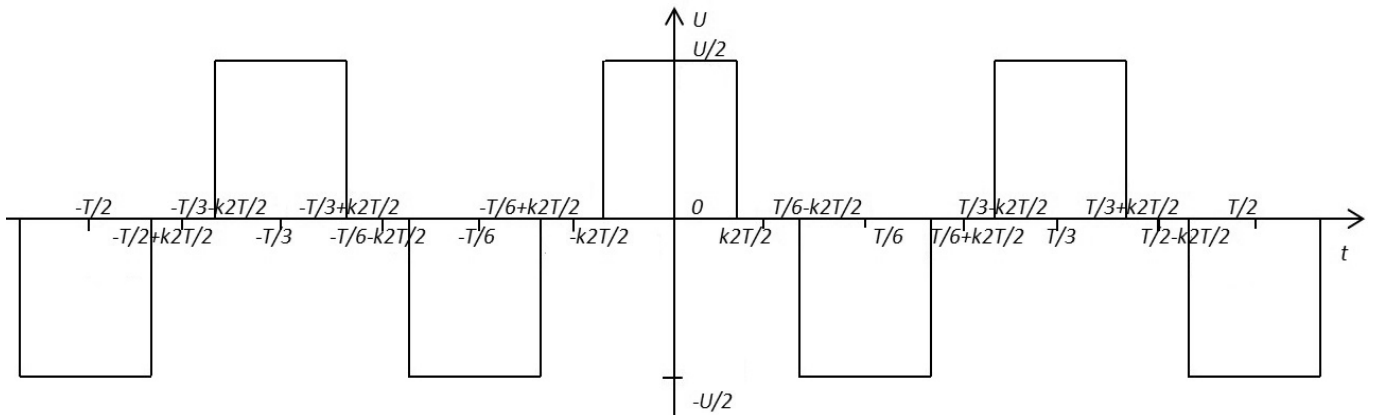


Рис. 12. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

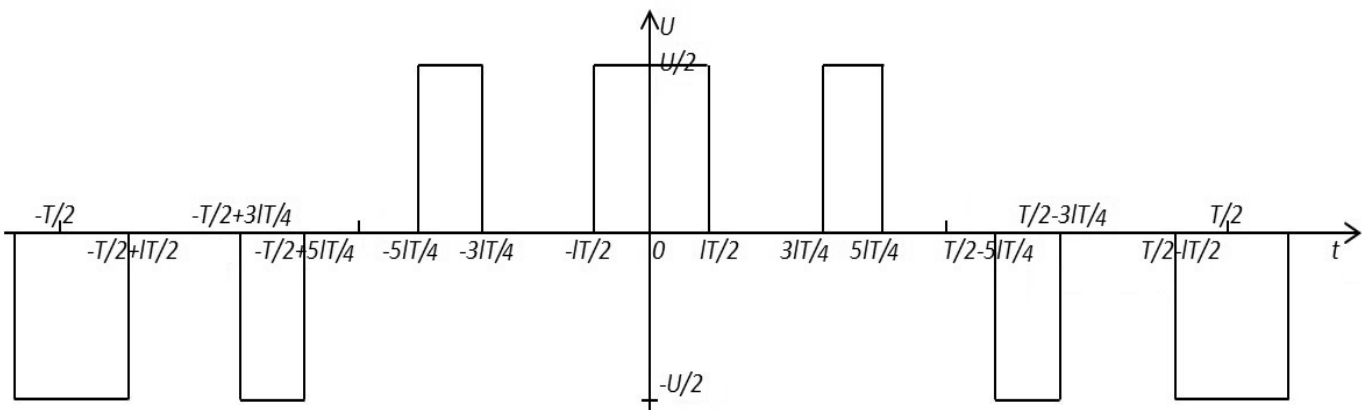


Рис. 13. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

При  $N = 2$   $\alpha$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 11. Коэффициент  $k_1 = a$ , где коэффициента при  $N = 2$  вычисляется по формуле (7).

Спектр периодической последовательности изображенной на рисунке 11 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией:

$$U_5(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{k_1 T}{2}, \frac{T}{2} - \frac{k_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{4} - \frac{k_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} + \frac{k_1 T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (11)$$

При  $N = 3$   $\alpha$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 12. Коэффициент  $k_2 = a$ , где коэффициент  $a$  при  $N = 3$  вычисляется по формуле (7).

Спектр периодической последовательности изображенной на рисунке 12 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией:

$$U_6(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{k_2 T}{2}, \frac{T}{3} - \frac{k_2 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{3} + \frac{k_2 T}{2} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{6} - \frac{k_2 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{6} + \frac{k_2 T}{2}, \frac{T}{2} - \frac{k_2 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (12)$$

При  $N = 1$   $\beta$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 13. Коэффициент  $l = z$ , где коэффициент  $z$  при  $N = 1$  вычисляется по формуле (8).

Спектр периодической последовательности изображенной на рисунке 13 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией:

$$U_7(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{lT}{2}, \frac{3lT}{4} \leq t \leq \frac{5lT}{4} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{2} - \frac{5lT}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} - \frac{3lT}{4}, \frac{T}{2} - \frac{lT}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (13)$$

При  $N = 2$   $\beta$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 14. Коэффициент  $l_1 = z$ , где коэффициент  $z$  при  $N = 3$  вычисляется по формуле (8).

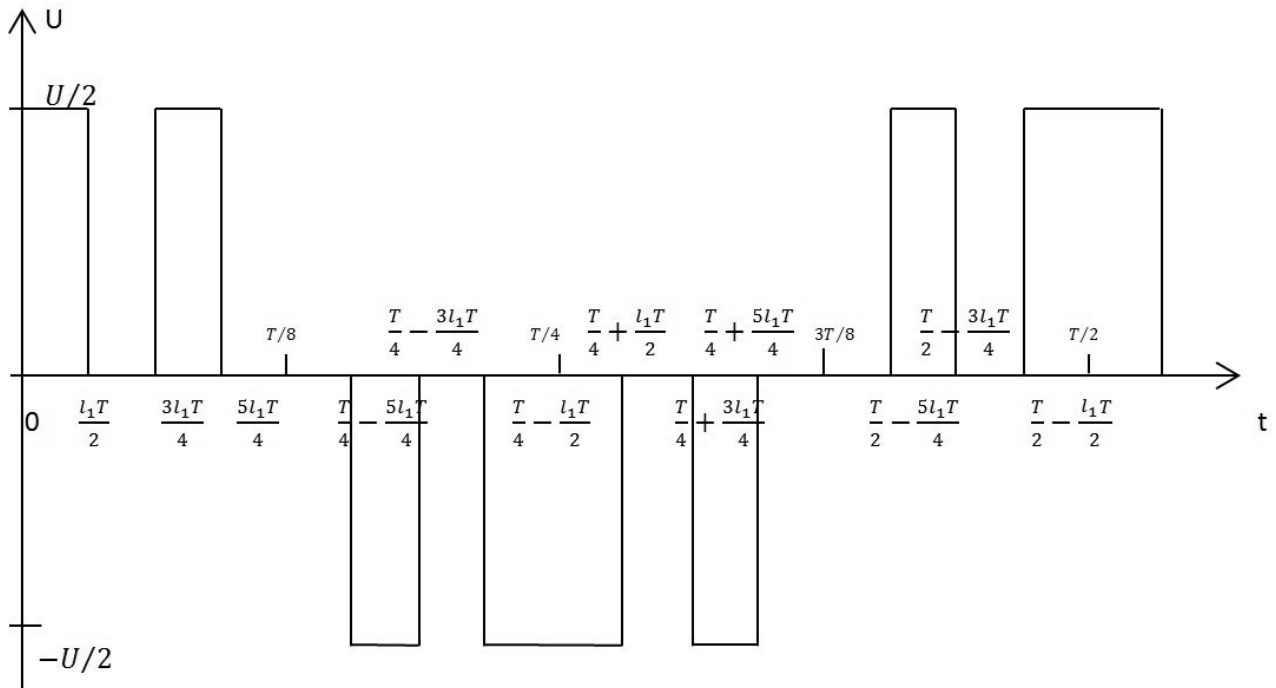


Рис. 14. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

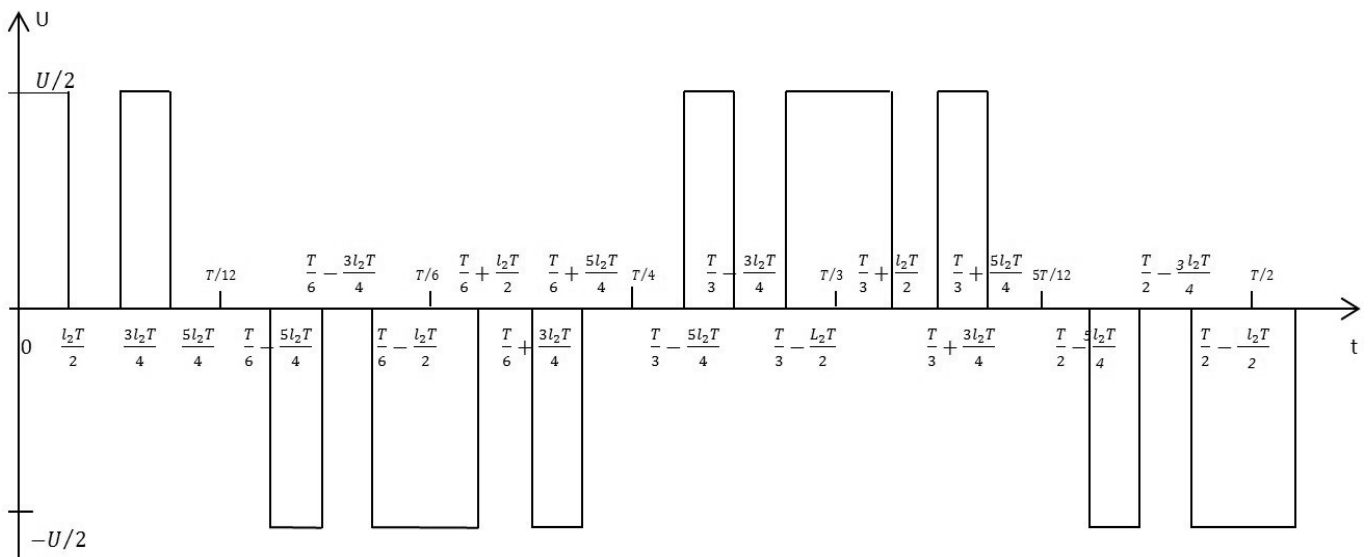


Рис. 15. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Спектр периодической последовательности изображенной на рисунке 14 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией (14).

При  $N = 3$   $\beta$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 15. Коэффициент  $l_2 = z$ , где коэффициент  $z$  при  $N = 3$  вычисляется по формуле (8).

Спектр периодической последовательности импульсов изображенной на рисунке 15 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией (15).

При  $N = 1$   $\gamma$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 16. Коэффициенты  $m = p, r = v, s = g, b = h, c = i, d = e, f = q$  где коэффициенты  $p, v, g, h, i, e, q$  при  $N = 1$  вычисляются по формулам (9).



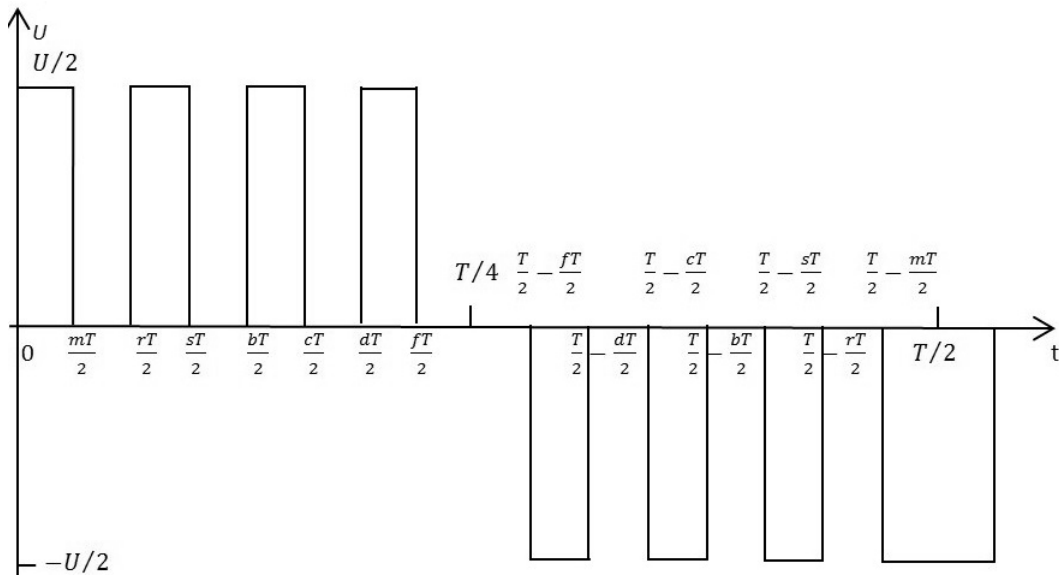


Рис. 16. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

$$U_8(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{l_1 T}{2}, \frac{3l_1 T}{4} \leq t \leq \frac{5l_1 T}{4}, \frac{T}{2} - \frac{5l_1 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} - \frac{3l_1 T}{4}, \frac{T}{2} - \frac{l_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{4} - \frac{5l_1 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{4} - \frac{3l_1 T}{4}, \frac{T}{4} - \frac{l_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} + \frac{l_1 T}{2}, \frac{T}{4} + \frac{3l_1 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{4} + \frac{5l_1 T}{4} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (14)$$

$$U_9(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{l_2 T}{2}, \frac{3l_2 T}{4} \leq t \leq \frac{5l_2 T}{4}, \frac{T}{3} - \frac{5l_2 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{3} - \frac{3l_2 T}{4}, \\ & \frac{T}{3} - \frac{l_2 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} + \frac{l_2 T}{2}, \frac{T}{3} + \frac{3l_2 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{3} + \frac{5l_2 T}{4} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{6} - \frac{5l_2 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{6} - \frac{3l_2 T}{4}, \frac{T}{6} - \frac{l_2 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{6} + \frac{l_2 T}{2}, \\ & \frac{T}{6} + \frac{3l_2 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{6} + \frac{5l_2 T}{4}, \\ & \frac{T}{2} - \frac{5l_2 T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} - \frac{3l_2 T}{4}, \frac{T}{2} - \frac{l_2 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (15)$$

$$U_{10}(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{mT}{2}, \frac{rT}{2} \leq t \leq \frac{sT}{2}, \frac{bT}{2} \leq t \leq \frac{cT}{2}, \frac{dT}{2} \leq t \leq \frac{fT}{2} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{2} - \frac{fT}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} - \frac{dT}{2}, \frac{T}{2} - \frac{cT}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} - \frac{bT}{2}, \\ & \frac{T}{2} - \frac{sT}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} - \frac{rT}{2}, \frac{T}{2} - \frac{mT}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (16)$$

$$U_{11}(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{m_1 T}{2}, \frac{r_1 T}{2} \leq t \leq \frac{s_1 T}{2}, \frac{b_1 T}{2} \leq t \leq \frac{c_1 T}{2}, \frac{d_1 T}{2} \leq t \leq \frac{f_1 T}{2} \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{T}{4} - \frac{f_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} - \frac{d_1 T}{2}, \frac{T}{4} - \frac{c_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} - \frac{b_1 T}{2}, \\ & \frac{T}{4} - \frac{s_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} - \frac{r_1 T}{2}, \\ & \frac{T}{4} - \frac{m_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} + \frac{m_1 T}{2}, \frac{T}{4} + \frac{r_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} + \frac{s_1 T}{2}, \\ & \frac{T}{4} + \frac{b_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} + \frac{c_1 T}{2}, \frac{T}{4} + \frac{d_1 T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} + \frac{f_1 T}{2} \\ 0, & \text{при других } t \end{cases} \quad (17)$$

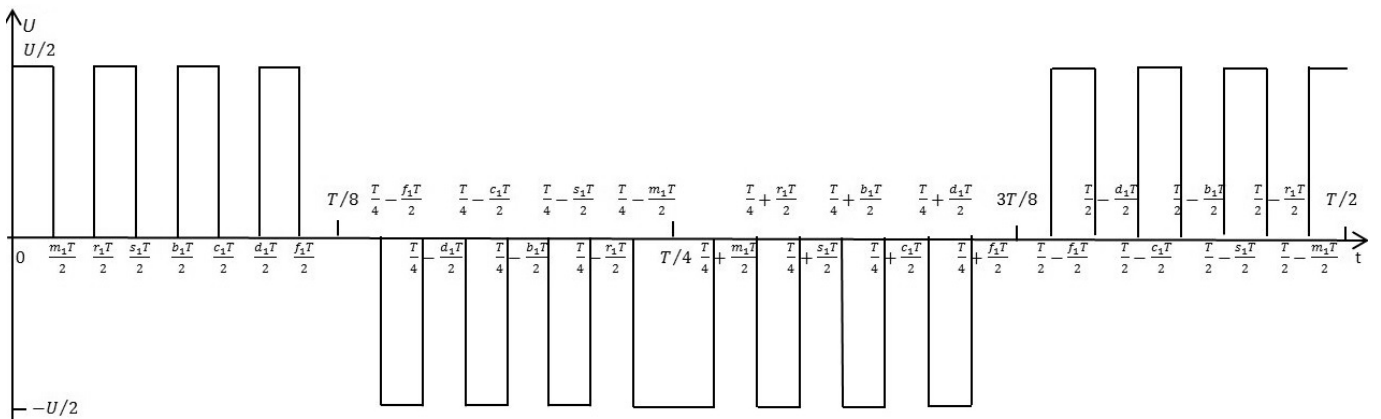


Рис. 17. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Спектр периодической последовательности изображенной на рисунке 16 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией (16).

При  $N = 2$   $\gamma$ -система принимает вид, изображенный на рисунке 17. Коэффициенты  $m_1 = p, r_1 = v, s_1 = g, b_1 = h, c_1 = i, d_1 = e, f_1 = q$ , где коэффициенты  $p, v, g, h, i, e, q$  при  $N = 2$  вычисляются по формулам (9).

Спектр периодической последовательности, изображенной на рисунке 17 на интервале  $(0, T/2)$  описывается функцией (17).

Поскольку функции  $U_i(t) \div U_{ii}(t)$  являются четными, то ряд Фурье содержит только постоянные и косинусоидальные составляющие. Коэффициенты  $a_{n4} \div a_{n11}$  соответствующих функций рассматриваемых рядов при  $U = 1B, T = 1c$  вычислены по методике из [5].

$$a_{n4} = 1/3 * \sin(x * \pi * 1/3) / (x * \pi * 1/3) - \sin(x * \pi) / (x * \pi) + (1 - 1/3) * \sin(x * \pi * (1 - 1/3)) / (x * \pi * (1 - 1/3)) \quad (18)$$

$$a_{n5} = 1/6 * \sin(x * \pi * 1/6) / (x * \pi * 1/6) + (1/2 - 1/6) * \sin(x * \pi * (1/2 - 1/6)) / (x * \pi * (1/2 - 1/6)) - (1/2 + 1/6) * \sin(x * \pi * (1/2 + 1/6)) / (x * \pi * (1/2 + 1/6)) + \sin(x * \pi) / (x * \pi) - (1 - 1/6) * \sin(x * \pi * (1 - 1/6)) / (x * \pi * (1 - 1/6)) \quad (19)$$

$$a_{n6} = 1/9 * \sin(x * \pi * 1/9) / (x * \pi * 1/9) + (1/3 - 1/9) * \sin(x * \pi * (1/3 - 1/9)) / (x * \pi * (1/3 - 1/9)) - (1/3 + 1/9) * \sin(x * \pi * (1/3 + 1/9)) / (x * \pi * (1/3 + 1/9)) - (2/3 - 1/9) * \sin(x * \pi * (2/3 - 1/9)) / (x * \pi * (2/3 - 1/9)) + (2/3 + 1/9) * \sin(x * \pi * (2/3 + 1/9)) / (x * \pi * (2/3 + 1/9)) - \sin(x * \pi) / (x * \pi) + (1 - 1/9) * \sin(x * \pi * (1 - 1/9)) / (x * \pi * (1 - 1/9)) \quad (20)$$

$$a_{n7} = 2/15 * \sin(x * \pi * 2/15) / (x * \pi * 2/15) + 1/3 * \sin(x * \pi * 1/3) / (x * \pi * 1/3) -$$

$$1/5 * \sin(x * \pi * 1/5) / (x * \pi * 1/5) - (1 - 1/5) * \sin(x * \pi * (1 - 1/5)) / (x * \pi * (1 - 1/5)) + (1 - 1/3) * \sin(x * \pi * (1 - 1/3)) / (x * \pi * (1 - 1/3)) - 1 * \sin(x * \pi * 1) / (x * \pi * 1) + (1 - 2/15) * \sin(x * \pi * (1 - 2/15)) / (x * \pi * (1 - 2/15)) \quad (21)$$

$$a_{n8} = 1/15 * \sin(x * \pi * 1/15) / (x * \pi * 1/15) + 1/6 * \sin(x * \pi * 1/6) / (x * \pi * 1/6) - 1/10 * \sin(x * \pi * 1/10) / (x * \pi * 1/10) - (1/2 - 1/10) * \sin(x * \pi * (1/2 - 1/10)) / (x * \pi * (1/2 - 1/10)) + (1/2 - 1/6) * \sin(x * \pi * (1/2 - 1/6)) / (x * \pi * (1/2 - 1/6)) + (1/2 - 1/15) * \sin(x * \pi * (1/2 - 1/15)) / (x * \pi * (1/2 - 1/15)) - (1/2 + 1/15) * \sin(x * \pi * (1/2 + 1/15)) / (x * \pi * (1/2 + 1/15)) - (1/2 + 1/6) * \sin(x * \pi * (1/2 + 1/6)) / (x * \pi * (1/2 + 1/6)) + (1/2 + 1/10) * \sin(x * \pi * (1/2 + 1/10)) / (x * \pi * (1/2 + 1/10)) + (1 - 1/10) * \sin(x * \pi * (1 - 1/10)) / (x * \pi * (1 - 1/10)) - (1 - 1/6) * \sin(x * \pi * (1 - 1/6)) / (x * \pi * (1 - 1/6)) + \sin(x * \pi) / (x * \pi) - (1 - 1/15) * \sin(x * \pi * (1 - 1/15)) / (x * \pi * (1 - 1/15)) \quad (22)$$

$$a_{n9} = 2/45 * \sin(x * \pi * 2/45) / (x * \pi * 2/45) + 1/9 * \sin(x * \pi * 1/9) / (x * \pi * 1/9) - 1/15 * \sin(x * \pi * 1/15) / (x * \pi * 1/15) - (1/3 - 1/15) * \sin(x * \pi * (1/3 - 1/15)) / (x * \pi * (1/3 - 1/15)) + (1/3 - 1/9) * \sin(x * \pi * (1/3 - 1/9)) / (x * \pi * (1/3 - 1/9)) + (1/3 - 2/45) * \sin(x * \pi * (1/3 - 2/45)) / (x * \pi * (1/3 - 2/45)) - (1/3 + 2/45) * \sin(x * \pi * (1/3 + 2/45)) / (x * \pi * (1/3 + 2/45)) - (1/3 + 1/9) * \sin(x * \pi * (1/3 + 1/9)) / (x * \pi * (1/3 + 1/9)) + (1/3 + 1/15) * \sin(x * \pi * (1/3 + 1/15)) / (x * \pi * (1/3 + 1/15)) + (2/3 - 1/15) * \sin(x * \pi * (2/3 - 1/15)) / (x * \pi * (2/3 - 1/15)) - (2/3 - 1/9) * \sin(x * \pi * (2/3 - 1/9)) / (x * \pi * (2/3 - 1/9)) - (2/3 - 2/45) * \sin(x * \pi * (2/3 - 2/45)) / (x * \pi * (2/3 - 2/45)) + (2/3 + 2/45) * \sin(x * \pi * (2/3 + 2/45)) / (x * \pi * (2/3 + 2/45))$$

Таблица 4. Значения коэффициентов  $a_{n4} \div a_{n11}$  при различных значениях  $n$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$a_{n4}$	0,55	0	0	0	-0,1	0	0,07	0	0	0	-0,05
$a_{n5}$	0	0,55	0	0	0	0	0	0	0	-0,1	0
$a_{n6}$	0	0	0,55	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_{n7}$	0,4	0	0	0	0	0	0,18	0	0	0	-0,14
$a_{n8}$	0	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_{n9}$	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_{n10}$	0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,04
$a_{n11}$	0	0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$a_{n4}$	0	0,04	0	0	0	-0,03	0	0,02	0	0	0
$a_{n5}$	0	0	0,07	0	0	0	0	0	0	0	-0,05
$a_{n6}$	0	0	0	-0,1	0	0	0	0	0	0,07	0
$a_{n7}$	0	-0,04	0	0	0	0,03	0	0,08	0	0	0
$a_{n8}$	0	0	0,18	0	0	0	0	0	0	0	-0,14
$a_{n9}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,18	0
$a_{n10}$	0	0,03	0	0	0	0,03	0	0,02	0	0	0
$a_{n11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,04

$$\begin{aligned} &/(x*\pi*(2/3+2/45)) + (2/3+1/9)*\sin(x*\pi*(2/3+1/9))/ \\ &/(x*\pi*(2/3+1/9)) - (2/3+1/15)* \\ &*\sin(x*\pi*(2/3+1/15))/(x*\pi*(2/3+1/15)) - \\ &-(1-1/15)*\sin(x*\pi*(1-1/15))/(x*\pi* \\ &*(1-1/15)) + (1-1/9)*\sin(x*\pi*(1-1/9))/ \\ &/(x*\pi*(1-1/9)) - 1*\sin(x*\pi*1)/(x*\pi*1) + \\ &+(1-2/45)*\sin(x*\pi*(1-2/45))/(x*\pi*(1-2/45)) \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{n10} = &1/105*\sin(x*\pi*1/105)/ \\ &/(x*\pi*1/105) + 1/7*\sin(x*\pi*1/7)/ \\ &/(x*\pi*1/7) - 2/15*\sin(x*\pi*2/15)/ \\ &/(x*\pi*2/15) + 1/5*\sin(x*\pi*1/5)/ \\ &/(x*\pi*1/5) - 4/21*\sin(x*\pi*4/21)/ \\ &/(x*\pi*4/21) + 12/35*\sin(x*\pi*12/35)/ \\ &/(x*\pi*12/35) - 1/3*\sin(x*\pi*1/3)/(x*\pi*1/3) - \\ &/(1-1/3)*\sin(x*\pi*(1-1/3))/(x*\pi*(1-1/3)) + \\ &+(1-12/35)*\sin(x*\pi*(1-12/35))/(x*\pi* \\ &*(1-12/35)) - (1-4/21)*\sin(x*\pi*(1-4/21))/(x*\pi* \\ &*(1-4/21)) + (1-1/5)*\sin(x*\pi*(1-1/5))/(x*\pi* \\ &*(1-1/5)) - (1-2/15)*\sin(x*\pi*(1-2/15))/(x*\pi* \\ &*(1-2/15)) + (1-1/7)*\sin(x*\pi*(1-1/7))/ \\ &/(x*\pi*(1-1/7)) - \sin(x*\pi)/(x*\pi) + \\ &+(1-1/105)*\sin(x*\pi*(1-1/105))/ \\ &/(x*\pi*(1-1/105)) \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{n11} = &1/210*\sin(x*\pi*1/210)/(x*\pi*1/210) + 1/14* \\ &*\sin(x*\pi*1/14)/(x*\pi*1/14) - 1/15*\sin(x*\pi*1/15)/ \\ &/(x*\pi*1/15) + 1/10*\sin(x*\pi*1/10)/ \\ &/(x*\pi*1/10) - 2/21*\sin(x*\pi*2/21)/ \\ &/(x*\pi*2/21) + 6/35*\sin(x*\pi*6/35)/ \\ &/(x*\pi*6/35) - 1/6*\sin(x*\pi*1/6)/(x*\pi*1/6) - \\ &-(1/2-1/6)*\sin(x*\pi*(1/2-1/6))/(x*\pi*(1/2-1/6)) + \\ &+(1/2-6/35)*\sin(x*\pi*(1/2-6/35))/(x*\pi* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &*(1/2-6/35)) - (1/2-2/21)*\sin(x*\pi*(1/2-2/21))/ \\ &/(x*\pi*(1/2-2/21)) + \\ &+(1/2-1/10)*\sin(x*\pi*(1/2-1/10))/(x*\pi* \\ &*(1/2-1/10)) - (1/2-1/15)*\sin(x*\pi*(1/2-1/15))/ \\ &/(x*\pi*(1/2-1/15)) + (1/2-1/14)* \\ &*\sin(x*\pi*(1/2-1/14))/(x*\pi*(1/2-1/14)) + \\ &+(1/2-1/210)*\sin(x*\pi*(1/2-1/210))/ \\ &/(x*\pi*(1/2-1/210)) - (1/2+1/210)*\sin(x*\pi* \\ &*(1/2+1/210))/(x*\pi*(1/2+1/210)) - \\ &-(1/2+1/14)*\sin(x*\pi*(1/2+1/14))/ \\ &/(x*\pi*(1/2+1/14)) + (1/2+1/15)* \\ &*\sin(x*\pi*(1/2+1/15))/(x*\pi*(1/2+1/15)) - \\ &-(1/2+1/10)*\sin(x*\pi*(1/2+1/10))/ \\ &/(x*\pi*(1/2+1/10)) + (1/2+2/21)* \\ &*\sin(x*\pi*(1/2+2/21))/(x*\pi*(1/2+2/21)) - \\ &-(1/2+6/35)*\sin(x*\pi*(1/2+6/35))/ \\ &/(x*\pi*(1/2+6/35)) + (1/2+1/6)* \\ &*\sin(x*\pi*(1/2+1/6))/(x*\pi*(1/2+1/6)) + (1-1/6)* \\ &*\sin(x*\pi*(1-1/6))/(x*\pi*(1-1/6)) - \\ &-(1-6/35)*\sin(x*\pi*(1-6/35))/(x*\pi*(1-6/35)) + \\ &+(1-2/21)*\sin(x*\pi*(1-2/21))/(x*\pi*(1-2/21)) - \\ &-(1-1/10)*\sin(x*\pi*(1-1/10))/(x*\pi*(1-1/10)) + \\ &+(1-1/15)*\sin(x*\pi*(1-1/15))/(x*\pi*(1-1/15)) - \\ &-(1-1/14)*\sin(x*\pi*(1-1/14))/(x*\pi*(1-1/14)) + \\ &+\sin(x*\pi)/(x*\pi) - (1-1/210)*\sin(x*\pi*(1-1/210))/ \\ &/(x*\pi*(1-1/210)) \quad (25) \end{aligned}$$

### Результаты эксперимента

Значения коэффициентов  $a_{n4} \div a_{n11}$  при различных значениях  $n$  приведены в таблице 2. Амплитуды гармонических составляющих равны по модулю значениям из таблицы 2:

$$A_{n4} = |a_{n4}|, A_{n5} = |a_{n5}|, A_{n6} = |a_{n6}|, A_{n7} = |a_{n7}|, A_{n8} = |a_{n8}|, \\ A_{n9} = |a_{n9}|, A_{n10} = |a_{n10}|, A_{n11} = |a_{n11}|.$$

Анализ полученных результатов показал, что при каждой системе  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  основная энергия спектра концентрируется в  $N$ -ой гармонике, на частоте в  $N$  раз превышающей частоту исходного синусоидального сигнала. При использовании этих систем гармоника сводятся к ничтожно малым значениям: при  $\alpha$ -системе  $3*N$  гармоники, при  $\beta$ -системе  $3*N$  и  $5*N$  гармоники, при  $\gamma$ -системе  $3*N$ ,  $5*N$ ,  $7*N$  и  $9*N$  гармоники.

## Заключение

Таким образом, экспериментальным путем была доказана возможность концентрации энергии спектра сигнала в любой гармонике. При этом энергии гармоник, находящихся вблизи, были сведены к ничтожно малым значениям. Практическое значение решения данной задачи заключается в том, что для фильтрации при умножении сигнала в кварцевом генераторе на любую частоту не потребуются высокодобротные контуры и значительно упростится схема при проектировании.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кварцевый резонатор и кварцевый генератор. Режим доступа: <https://www.ruselectronic.com/kvartseyj-rezonator-i-kvartseyj-generator/> (дата обращения 17.05.2018).
2. Петин Г. Кварцевый генератор с умножением частоты. «Радиоловитель КВ и УКВ». № 41997 г. Режим доступа: [http://www.radioliga.com/KV\\_1997.htm](http://www.radioliga.com/KV_1997.htm) (дата обращения 17.05.2018).
3. Умножение частоты в генераторах. Режим доступа: <http://conture.by/post/267> (дата обращения 17.05.2018).
4. Радиопульсное умножение частоты. Режим доступа: <http://ideyka.narod.ru/TEMA/radio/rf/s2/st1.html> (дата обращения 17.05.2018).
5. Александрова М. Е. Задача фильтрации сигнала на основе предварительного подавления не выделяемых гармоник. // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Естественные и технические науки»,—2017, -№ 12, -с.30–34

© Александрова Мария Евгеньевна ( mariya\_mariya00@inbox.ru ).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»



Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого