НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КАК ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

Рыбдылова Дарима Доржиевна
К.пед.наук, доцент,
Бурятский государственный университет

Аннотация
В ходе изучения математики в школе дети решают много задач. В статье рассматриваются такие особенности решения учащимися математических задач, как целенаправленный выбор способа решения, установление общего способа решения задач одного класса, перенос способа решения задачи в новые условия. Выявить их можно, специально подобрав задания, вопросы, использовав соответствующие методы. В ходе выполнения этих заданий проявляется способность ребенка перенести способ решения одной частной задачи на весь класс подобных задач, способность выделить в задаче существенные отношения и на этой основе определить принцип или способ ее решения. Ученик может выделить внутренние существенные связи задач одного класса и определить общий способ их решения. Если школьник понял, что одним каким–то способом можно решить задачи определенного класса, то несомненно, он решит все задачи этого класса. Кроме того, выполняя действия и системы действий во внутреннем плане, он может целенаправленно выбирать способ решения некоторой предложенной задачи в уме. Эти особенности говорят о наличии у детей таких качеств теоретического мышления, как рефлексия, анализ, внутренний план действий. Способствовать развитию теоретического мышления школьников – одна из задач учителя, поэтому ему важно изучать особенности процесса решения задач с целью выявления качеств этого вида мышления.

Ключевые слова:
Обучение математике в школе, математическая задача, обучение решению задач, общий способ решения, существенные отношения, теоретическое мышление, теоретическое обобщение, рефлексия, анализ, внутренний план действий.

SOME SPECIFICS OF MATHEMATICAL TASKS SOLVING PROCESS AS INDICATORS OF SCHOOLCHILDREN THEORETICAL THINKING PROPERTIES

D. Rybdylova

Annotation

Schoolchildren decide many different tasks during educating to mathematics. Some specifics of mathematical tasks solving process are considered in the article. The specifics are: purposive choice of a solving method, discovery and carrying of general method of decision, possibility to use a solving method for decision of a new task. A teacher must use special tasks and corresponding methods for determination of peculiarities. Ability to carry the method of decision of one task on all class of similar tasks shows up ability to distinguish in a task substantial relations and on this basis to define principle or method of decision. A student can unseal the basic relation of tasks of one class and define the general method of their decision. Executing systems of actions in an internal plan he can purposefully choose the method of decision in his mind. These features talk about a presence for the children of such properties of the theoretical thinking, as a reflection, analysis, internal plan of actions.

Keywords: Training to mathematics at school, mathematical task, task solving training, general method of decision, basic relation, theoretical thinking, theoretical generalization, reflection, analysis, interior plan of operation.

Большое место в процессе обучения школьников математике занимает решение задач. Ученики решают большое количество задач разных видов и должны понять, усвоить способ их решения. На практике часто бывает так: дети не могут найти способ решения данной им задачи, не могут решить конкретную задачу тем способом, которым они уже решали задачи данного вида. Иными словами, они не могут перенести способ решения в другие условия. В связи с этим представляется важным наличие у учащихся способности осуществлять целенаправленный выбор способа решения, устанавливать общий способ решения задач одного класса, переносить способ решения задачи в новые условия. Эти особенности процесса решения ими математических задач говорят о наличии у детей таких качеств теоретического мышления, как рефлексия, анализ, внутренний план действий. Теоретическое мышление – мышление, направленное на анализ, раскрытие сущности изучаемых объектов, выявление внутренних законов их развития [1, с.7–8]. Способствовать развитию теоретического мышления школьников – важная задача учителя, поэтому ему важно изучать особенности процесса решения задач с целью выявления качеств этого вида мышления. Педагогу важно знать, обладает ли процесс решения математических задач того или иного ребенка указанными особенностями, и в зависимости от этого корректировать методику своей работы. В статье предложена последовательность задач, с помощью которой можно выявить эти особенности. Основными методами, используемыми в данном случае, являются наблюдение за процессом решения учениками математических задач, анализ приведенных детьми решений, индивидуальная беседа и беседа с учащимися, выделенными в небольшую группу.

С помощью специального набора задач можно выявить наличие у школьника рефлексии на способ решения задачи. Первая задача в этом наборе – задача, способ решения которой ребенок не знает. Ему дается возможность самостоятельно проанализировать, выявить существенные (и несущественные) свойства, связи, выделить, все-таки, существенное для решения. Совместная работа, в которой учитель при необходимости оказывает дозированную помощь ученику, приводит к решению. После этого ученику предлагают еще две задачи, которые можно решить таким же способом, но их внешние признаки отличаются от внешних признаков первой задачи. Но, и вторую, и третью задачи он может успешно решить этим способом, если, не отвлекаясь на внешние несущественные признаки, он определит внутренние существенные связи. На основе этого ученик установит общий способ решения задач, что будет говорить о рефлексии на способ решения. Но может получиться и так: из-за отличия внешних признаков новых задач ученик не видит возможности применения этого способа. Тогда учителю придется признать, что общий способ не установлен, рефлексия на способ решения не проявилась.

Приведем пример такого набора задач для школьников. Отметим, что большинство детей воспринимают эти задачи как занимательные, ведь в них описываются "математические фокусы", игры, "отгадывание" задуманных чисел, поэтому они с интересом участвуют в предлагаемой учителем работе, включаются в беседу. Существует много книг, материал которых помогает учителям сделать математику занимательной для учащихся, как, например, сборник Н.И. Удодовой [5].

Источниками материала для составления данных задач послужили такие книги.

Задача №1.

Я задумал число и выполнил с ним следующие действия: вначале удвоил его, к полученному произведению прибавил 8, результат разделил на 2, а затем от полученного результата отнял 4. У меня получилось задуманное число. Всегда ли в результате выполнения описанных действий будет получаться задуманное число?

Ученик рассматривает конкретный пример – берет какое-нибудь число, выполняет описанные действия и, действительно, получает исходное число. Необходимо разобраться, всегда ли так будет получаться. После несложных рассуждений ученик приходит к общему решению. Если обозначить задуманное число буквой m, то выполненные с ним действия можно представить в виде выражения: $(2 \cdot m+8):2-4$. Далее, выполнив преобразования этого выражения, увидим, что в результате получится m: $(2 \cdot m+8):2-4=m+4-4=m$. Это значит, что какое бы число ни задумал учитель, в результате всех этих действий получится задуманное им число.

Задача №2.

У твоего одноклассника в каждой руке находится по одинаковому количеству предметов (например, карандашей). Число предметов в каждой руке не меньше 10; оно тебе неизвестно. Я попрошу его выполнить следующие действия: переложить из правой руки в левую 4 предмета; затем, ничего не показывая и не говоря нам, отложить из левой руки в сторону столько предметов, сколько осталось в правой. И тогда можно смело утверждать, что у него осталось в левой руке 8 предметов. Почему?

Задача №3.

У твоего одноклассника в каждой руке находится по одинаковому количеству предметов. Пусть число предметов в одной руке не меньше, чем некоторое число n; их число тебе неизвестно. Предложи однокласснику переложить из правой руки в левую столько предметов, сколько ты скажешь (например, число m; конечно, m n). Затем, ничего не показывая и не говоря тебе, пусть он отложит из левой руки столько предметов, сколько у него их осталось в правой. Теперь ты можешь смело утверждать, что у одноклассника в левой руке осталось $2 \cdot m$ предметов. Почему?

Во второй и третьей задачах предлагается выполнить действия с предметами (карандашами). А в первой надо было оперировать просто числами. Но суть не изменилась, способ решения тот же.

Школьникам бывает интересно попробовать самим видоизменить какую-нибудь аналогичную задачу – самим "придумать фокус". Педагог предлагает им это сделать, наблюдает за тем, как они выполняют задание. По характеру выполнения изменений можно судить, выделяют дети существенные отношения или нет. Видоизменяя задачу, они меняют, варьируют внешние несущественные признаки и оставляют существенные. В этом проявляется такая черта теоретического мышления, как анализ. Дается, например, следующая задача.

Задача №4.

Попроси своего одноклассника задумать число. Пусть он увеличит его в 5 раз и к полученному произведению прибавит 2. Затем полученное число удвоит и прибавит к результату 1. Эту последнюю сумму пусть он умножит еще на 10 и отнимет 50. После этого спроси, какое, в конце концов, получилось число. Можно удивить одноклассника, быстро назвав задуманное им число, надо только разделить в уме названный им результат на 100. Почему это так?

Находим решение этой задачи. Обозначим задуманное число буквой m, запишем, какие действия выполняются:

$$m \cdot 5 + 2 = 5m + 2,$$
$$(5m + 2) \cdot 2 = 10m + 4,$$
$$10m + 4 + 1 = 10m + 5,$$
$$(10m + 5) \cdot 10 = 100m + 50,$$
$$100m + 50 - 50 = 100m.$$

Было задумано число m, после выполнения указанных действий получилось m. Теперь понятно, почему число оставшихся сотен есть задуманное число.

После разбора этой задачи ученику предлагается ее видоизменить.

Задание 1.

Измени задачу так, чтобы не число сотен окончательного результата было равно задуманному числу, а число его тысяч.

Задание 2.

Измени задачу №4 так, чтобы в результате число сотен показывало задуманное число, но умножать надо было бы не на 5; 2 и 10, а на какие-нибудь другие числа.

Задание 3.

Измени задачу №4 так, чтобы число сотен результата было равно задуманному числу и умножать надо на 5; 2 и 10, но вычитать из результата нужно было бы не 50, а 100.

Если, разбирая решение задачи, ученик выделил общий принцип ее построения, то при ее видоизменениях он, опираясь на существенные в данном случае отношения, этот принцип использует верно. Кроме того, он предлагает свои варианты видоизменений этой задачи и также безошибочно использует принцип построения. В данном случае можно говорить, что задачу ученик видоизменяет на основе теоретического анализа, и происходит это в процессе целенаправленного поиска и мысленного экспериментирования.

Учащийся в процессе решения задачи должен заметить, что 100 получилось как произведение множителей, заданных в условии (чисел 5; 2 и 10). Поэтому для выполнения первого задания надо подобрать числа, произведение которых даст 1000 (например, 5; 8; 25). Для выполнения второго задания надо найти множители, отличные от данных, но такие, что произведение их равно 100 (например, 5; 4; 5). А при выполнении третьего задания следует учесть, что изменение числа, которое нужно вычесть в конце, зависит от изменений множителей и прибавляемых чисел. В задаче №4 число 50 получилось так: 2 2=4; 4+1=5; 5 10=50. Значит, для того, чтобы вместо 50 надо было вычесть 100, следует взять числа, при последовательном выполнении таких действий над которыми получится 100. Например, вместо прибавления числа 2 можно попросить прибавить 4, а вместо прибавления числа 1 попросить прибавить 2. Тогда 100 будет получено так: 4 2=8; 8+2=10; 10 10=100. Способов видоизменения задачи много – вместо трех множителей можно брать два, четыре и т.д. или вместо того, чтобы прибавлять числа, можно их вычитать и т.д.

Кроме наблюдения за процессом работы учащегося над этими заданиями используется индивидуальная беседа. Учитель задает вопросы, с помощью которых выясняет, почему ученик сделал тот или иной выбор, не случаен ли он.

Так, в ходе работы над первым заданием задаются следующие вопросы.

1. Как получилось, что число сотен окончательного результата равно задуманному числу? От чего это зависело?

2. Теперь надо сделать так, чтобы число тысяч окончательного результата было равно задуманному числу. От чего это будет зависеть? Как надо подобрать эти множители?

Ребенок может выполнить задания путем элементарного перебора, оперируя числами без осмысленного плана. Это будет означать, что он не выполняет действия во внутреннем плане в соответствии с предъявляемыми требованиями. Но ученик может выбирать способы выполнения заданий целенаправленно, система его действий детально продумана, умственные действия систематичны и строго соотнесены с задачей. В таком случае можно говорить, что ученик планирует систему действий во внутреннем плане, соотнося свои умственные действия с заданием.

Таким образом, в переносе учеником способа решения задачи на весь класс подобных задач проявляется такая черта его мышления, как анализ. Анализ, позволяя человеку выделить в задаче существенные отношения, дает возможность обнаружить принцип или способ ее решения. В установлении общего способа решения задач одного класса на основе выявления их внутренних существенных связей проявляется рефлексия на способ решения. Выполнение действий (системы действий) во внутреннем плане проявляется в целенаправленном выборе в уме способа решения предложенной задачи или способа выполнения задания.

Школьники должны решать математические задачи не просто для того, чтобы задачи были решены, и не просто для того, чтобы решить много задач. Они должны научиться их анализировать, устанавливать существенные связи [3, с.153]. *На основе этого они смогут осознанно выбирать необходимые для решения действия, способы.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов В.В. Психологическая теория учебной деятельности и методов начального обучения, основанных на содержательном обобщении/ В.В. Давыдов. – Томск: Пеленг, 1992.– 116 с.

2. Максимов Л.К. Зависимость математического мышления от характера обучения / Л.К. Максимов // Вопросы психологии. – 1979. – №2.– С. 57–65.

3. Рубинштейн С.Л. Бытие и сознание. О месте психического во всеобщей взаимосвязи явлений материального мира. – М.: Издательство АН СССР, 1957. – 328 с.

4. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы / В.В. Афанасьев [и др.]; под ред. В.Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002. – 383с.

5. Удодова Н.И. (сост.) Занимательная математика. Смекай, отгадывай, считай. – Волгоград: Учитель, 2008. – 111 с.