

## ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗА ПОЯВЛЕНИЯ НЕИСПРАВНОСТИ

### TRANSFER FUNCTION FOR FAULT PREDICTION

**Yu. Vorobyov  
H. Dmitrienko**

*Summary.* The article analyzes the features of applying the transfer function to predict the appearance of a malfunction. The concept and essence of the transfer function and options for connecting dynamic elements in a circuit of devices are considered. The features of the frequency characteristics of systems and the composition of the amplitude-phase frequency response are revealed. A mechanism for monitoring and predicting the appearance of faults in digital computing equipment based on the analysis of diagnostic signals is presented.

*Keywords:* transfer function, harmonic action, digital computing, fault, prediction.

**Воробьёв Юрий Михайлович**

Аспирант, Ульяновский государственный  
технический университет (УлГТУ)  
aviastar-spru@mail.ru

**Дмитриенко Герман Вячеславович**

Профессор, доктор технических наук, Ульяновский  
государственный технический университет  
dmitrienko.german@yandex.ru

*Аннотация.* В статье анализируются особенности применения передаточной функции для прогноза появления неисправности. Рассматриваются понятие и сущность передаточной функции и варианты соединений динамических элементов в цепи приборов. Выявляются особенности частотных характеристик систем и состав амплитудно-фазовой частотной характеристики. Приводится механизм мониторинга и прогнозирования появления неисправностей цифровой вычислительной техники, основанный на анализе диагностических сигналов.

*Ключевые слова:* передаточная функция, гармоническое воздействие, цифровая вычислительная техника, неисправность, прогнозирование.

Стремительный рост сложности цифровой вычислительной техники различного назначения обуславливает потребность в обеспечении безопасности и безотказности её работы [1]. Угрозы безопасности можно определить, как непосредственно в условиях эксплуатации, так и путём прогноза по результатам испытаний. Для прогнозирования возможных неисправностей требуется создание систем диагностирования, в которых в качестве математической модели процессов можно рассматривать передаточные функции, связывающие подаваемые на прибор в режиме рабочего функционирования входные воздействия и выходные реакции прибора на эти воздействия [2]. Для построения модели используется измерительная информация, которая получается при работе прибора в штатном или тестовом режиме функционирования. Во втором случае подаваемые входные воздействия отличны от номинальных значений. Диагностика исправности прибора в процессе эксплуатации подразумевает отслеживание изменений его передаточных функций. Приближение функций работоспособности к предельным значениям указывает на наличие дефекта, вследствие которого прибор может перейти в неработоспособное состояние.

Целью работы является изучение особенностей применения передаточной функции для прогноза появления неисправностей цифровой вычислительной техники. Для её достижения были использованы аналитический, синтетический, индуктивный и дедуктивный методы обработки тематических исследований, научных

публикаций и релевантных литературных источников. Научная новизна работы заключается в комплексном рассмотрении возможностей использования передаточной функции для прогноза появления неисправностей цифровой вычислительной техники.

Передаточная функция элемента  $W(p)$  представляет собой отношение изображения по Лапласу выходной величины  $Y(p)$  к изображению входной величины  $X(p)$  при нулевых начальных условиях, то есть при отсутствии запаса энергии в элементе и равных нулю воздействиях на остальных входах элемента [3]:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}.$$

Передаточная функция устанавливает динамическую связь между выходной и входной величинами элемента и полностью характеризует его динамические свойства [4]. При прогнозировании неисправностей цифровой вычислительной техники требуется получить общую передаточную функцию прибора по передаточным функциям отдельных типовых динамических элементов, которые включены в систему. Для этого используются передаточные функции трёх вариантов соединений динамических элементов:

1. Последовательное — соединение, при котором выходной сигнал предыдущего элемента служит входным сигналом последующего:  $Y_{n-1}(p) = X_n(p)$ . При последовательном соединении элементов общая передаточная функция

равна произведению передаточных функций отдельных элементов:  $W(p) = \prod_{i=1}^m W_i(p)$ .

- Параллельное — соединение, при котором на все элементы поступает один входной сигнал, а выходные сигналы суммируются:  $Y(p) = \sum_{i=1}^m Y_n(p)$

При параллельном соединении элементов общая передаточная функция равна сумме передаточных функций отдельных элементов:

$$W(p) = \sum_{i=1}^m W_i(p).$$

- Встречно-параллельное — соединение, при котором на вход элемента одновременно со входным сигналом подаётся выходной сигнал того же элемента, прошедший через элемент обратной связи с передаточной функцией  $W_{oc}(p)$ :

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)W_{oc}(p)}.$$

Широкое использование передаточных функций, в том числе для решения задач прогнозирования, обусловлено их связью с частотными характеристиками систем [5]. Частотные характеристики элементов характеризуют реакцию элемента на гармоническое входное воздействие в установившемся режиме, то есть на вынужденные синусоидальные колебания.

Если на вход линейного звена подать гармоническое воздействие

$$x(t) = X_0 \sin(\omega t),$$

где  $X_0$  — амплитуда;  $\omega$  — угловая частота, то, учитывая необходимые и достаточные условия линейности, на выходе элемента в установившемся режиме получится гармоническая функция равной частоты, но, в общем случае, другой амплитуды  $Y_0$ , сдвинутая по фазе относительно входной величины на угол  $\Psi$ :

$$y(t) = Y_0 \sin(\omega t + \Psi).$$

Связь между входной и выходной гармониками устанавливается посредством частотной передаточной функции звена  $W(j\omega)$  [6]. Она представляет собой комплексное число, которое можно представить в виде амплитудно-фазовой частотной характеристики:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega),$$

где  $A(\omega) = |W(j\omega)|$  — амплитудно-частотная характеристика;

$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$  — фазовая частотная характеристика;

$U(\omega) = \operatorname{Re}W(j\omega)$  — вещественная частотная характеристика;

$V(\omega) = \operatorname{Im}W(j\omega)$  — мнимая частотная характеристика.

Амплитудно-частотная характеристика показывает, во сколько раз амплитуда синусоидального выходного сигнала превышает амплитуду сигнала на входе системы в зависимости от частоты [7]. Фазовая частотная характеристика отражает изменение фазы выходного синусоидального сигнала в зависимости от частоты синусоидального сигнала на входе. Данные характеристики описывают установившиеся вынужденные колебания на выходе системы, которые вызвали гармоническое воздействие на входе.

Графически амплитудно-частотная и фазовая частотные характеристики могут быть построены в полулогарифмическом масштабе [8]. Такое представление полезно для решения задач устранения неисправностей приборов и определения запасов устойчивости по амплитуде и фазе.

Амплитудно-частотная характеристика, построенная в десятичном логарифмическом масштабе частот, называется логарифмической амплитудной частотной характеристикой:

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg A(\omega).$$

Единицей измерения  $L(\omega)$  является децибел. Для перевода числа  $B$  в децибелы используется формула

$$L(\omega) = 20 \lg B.$$

Также при построении в полулогарифмическом масштабе используется декада — безразмерная величина, соответствует изменению частоты в 10 раз. При построении логарифмической амплитудной частотной характеристики частоту откладывают в децибелах по оси ординат и в логарифмическом масштабе по оси абсцисс.

Фазовая частотная характеристика, построенная в логарифмическом десятичном масштабе частот, называется логарифмической фазовой частотной характеристикой. При её построении частоту откладывают в декадах по оси абсцисс и в радианах по оси ординат.

Поскольку частотная передаточная функция определяет реакцию элемента на гармонические колебания всех возможных частот, с учётом принципа суперпозиции она позволяет найти реакцию линейного элемента и всей динамической системы прибора на произвольное воздействие [9].

Для мониторинга и прогнозирования появления неисправностей цифровой вычислительной техники могут

использоваться различные диагностические сигналы — сигналы температуры, давления, жидкости, тока питания, относительной и абсолютной вибрации и другие [10]. Для диагностики применяются известные свойства сигналов, такие как сильные гармонические составляющие амплитудно-частотного спектра вибраций с известными частотами. Повысить точность диагностики можно посредством учёта шумовых компонентов и компонентов, частоты которых не определяются тривиальным образом. Это позволяет сформировать расширенный вектор диагностических признаков, который будет чувствителен к дефектам, проявляющимся в шумовых и периодических составляющих спектра вибрации.

При мониторинге сигнал, поступающий от диагностируемого прибора, разделяется на блоки, соответствующие сигналам отдельных механизмов. Это даёт возможность выделить информативные компоненты, соответствующие отдельным механизмам прибора, из периодической и шумовой компонент сигнала. Для обработки информации о состоянии прибора, которую несёт анализируемый сигнал, необходимо построить его математическую модель, в рамках которой сигналы понимаются как функции, принадлежащие определённому классу. Следовательно, исследование особенностей изменения функций позволит декодировать информацию, передаваемую сигналами, выявить вероятные дефекты прибора и события, которые послужили их причиной. В свою очередь, детекция причин и предпосылок неисправностей позволит прогнозировать их появление и своевременно принимать превентивные меры.

Диагностические сигналы  $s(t)$  состоят из полезной составляющей и помех [11]:

$$s(t) = k(t)s_1(t) + m(t),$$

где  $s_1(t)$  — полезная часть сигнала;  $k(t)$  и  $m(t)$  — помехи.

Помехи представляют собой часть принимаемого сигнала, препятствующую точной расшифровке содержащейся в сигнале информации. Наличие помех обуславливает погрешности диагностического решения. Помехи  $k(t)$  являются мультипликативными,  $m(t)$  — аддитивными. Первые появляются только совместно с сигналом, тогда как вторые присутствуют на выходе канала даже при отсутствии сигнала.

Для исследования сигнала используется спектральный анализ, основанный на преобразовании Фурье. Если  $s(t)$  — периодическая функция с периодом  $T$ , при этом  $s(t) = s(t + T)$  имеет конечные пределы или является непрерывной на этом интервале и имеет на нём конечное число максимумов и минимумов, то её можно представить как бесконечную сумму тригонометрических функций

$$s(t) = s_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t),$$

где

$$\omega_k = \omega_1 k; k = 1, 2, 3, \dots; \omega_1 = \frac{2\pi}{T}; T — \text{период сигнала};$$

$$s_0 = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) dt;$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(\omega_k t) dt;$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \sin(\omega_k t) dt.$$

Любую гармонику ряда Фурье можно представить в виде амплитуды  $c_k$  и начальной фазы  $\varphi_k$ . Для этого коэффициенты ряда представляются в виде

$$a_k = c_k \cos \varphi_k,$$

$$b_k = c_k \sin \varphi_k,$$

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{b_k}{a_k},$$

$$\varphi_k = \operatorname{arctg} \left( \frac{b_k}{a_k} \right).$$

Тогда

$$s(t) = s_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(\omega_k t - \varphi_k),$$

где  $\varphi_k$  — начальная фаза  $k$ -й гармоники сигнала;  $c_k$  — амплитуда  $k$ -й гармоники сигнала.

Совокупность чисел  $c_k$  называется амплитудным спектром сигнала, чисел  $\varphi_k$  — спектром его фаз. Для выделения комплексного спектра  $C_k$  сигнал можно представить в экспоненциальном виде, используя формулу Эйлера [12]:

$$s(t) = s_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \frac{e^{i\omega_k t} + e^{-i\omega_k t}}{2} + b_k \frac{e^{i\omega_k t} - e^{-i\omega_k t}}{2i} \right)$$

или

$$s(t) = s_0 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i\omega_k t},$$

$$\text{где } C_k = \frac{a_k - ib_k}{2} = \frac{c_k e^{-i\varphi_k}}{2}, \quad C_{-k} = \frac{a_k + ib_k}{2} = \frac{c_k e^{i\varphi_k}}{2},$$

$$c_k = 2|C_k|, C_0 = c_0.$$

$C_k$  можно выразить с помощью интеграла:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) e^{-i\omega_k t} dt.$$

Комплексный спектр представляет собой важнейшую характеристику сигнала, поскольку отражает все его свойства и позволяет восстановить сигнал. Подвергнув комплексный спектр преобразования с помощью изображения по Лапласа при нулевых начальных условиях системы, можно получить передаточную функцию сигнала вне зависимости от его вида [13]. Поскольку для линейных блоков отношение  $\frac{Y(p)}{X(p)}$  не зависит от вида

входного сигнала, при нахождении передаточной функции можно использовать любой входной сигнал, который не тождественно равен нулю.

Передаточную функцию удобно использовать для определения реакции выходного сигнала прибора на любой конкретный входной сигнал, используя его амплитуду и фазу. Для этого необходимо найти изображение  $X(p)$  входного сигнала по таблице преобразований Лапласа и умножить его на передаточную функцию  $W(p)$ , получая изображение выходного сигнала  $Y(p)$ . Далее при помощи таблицы выполняется переход от найденного изображения к оригинальному выходному сигналу. В то же время аналитическое определение изображения  $Y(p)$  и его оригинала сопряжено со сложностями того же порядка, что и аналитическое решение дифференциаль-

ных уравнений. Поэтому для решения уравнения  $Y(p) = W(p)X(p)$  высокого порядка основным методом является метод моделирования.

Для структурного моделирования линейных систем, заданных передаточными функциями, могут использоваться различные методы:

- метод непосредственного интегрирования;
- метод комбинирования производных;
- моделирование цепочки апериодических звеньев;
- моделирование блок-схем.

Эти модели используются в системах построения прогнозов появления неисправностей цифровой вычислительной техники.

Таким образом, на основе амплитудно-частотных характеристик передаточных функций координат цифровой вычислительной техники по отношению к изменению её параметров возможно определять появляющиеся в ней дефекты. Поскольку при появлении дефекта изменяется передаточная функция узла техники вследствие смещения собственных частот в результате изменения таких параметров, как жёсткость какого-либо сопряжения, фазовый сдвиг между входом и выходом или амплитуда при изменении демпфирования, любой из этих параметров можно применять в качестве диагностического признака.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Северцев Н.А., Савин Ю.А. Принципы оценки основных показателей безопасности текущего состояния системы // Труды международного симпозиума «Надёжность и качество». — 2020. — Т. 1. — С. 288–292.
2. Панкин А.М. Основные вопросы методологии диагностирования сложных технических объектов // Надёжность и качество сложных систем. — 2021. — № 2. — С. 62–69. — DOI:10.21685/2307-4205-2021-2-6
3. Востриков А.С. Теория автоматического регулирования: учебник и практикум для вузов / А.С. Востриков, Г.А. Французова. — М.: Изд-во Юрайт, 2023. — 279 с.
4. Теория автоматического управления: курс лекций. — Ставрополь: СКФУ, 2017. — 365 с.
5. Теория автоматического управления: курс лекций / сост. Н.Г. Рассказчиков. — Владимир: ВГУ, 2012. — 266 с.
6. Андриевский Б.Р. Теоретические основы автоматизированного управления: конспект лекций. — СПб.: БГУ, 2008. — 230 с.
7. Васильев В.Г. Численные методы моделирования систем автоматического управления в программной среде LabVIEW: учеб. пособие / В.Г. Васильев. — Тверь: ТГТУ, 2019. — 164 с.
8. Синтез автоматических приборных устройств: курс лекций для магистров по программе «Системы ориентации, стабилизации и навигации». — Томск: ТПУ, 2020. — 37 с.
9. Эгамбердиев И.П. Методы оценки технического состояния буровых станков: монография — Наваи: изд-во им. Алишер Навои, 2019. — 186 с.
10. Костюков В.Н. Основы виброакустической диагностики и мониторинга машин: учеб. пособие / В.Н. Костюков, А.П. Науменко. — Омск: Изд-во ОмГТУ, 2020. — 360 с.
11. Копылова К.Д., Граничин О.Н. Минимизация погрешности радиоастрономического телескопа с помощью рандомизированного алгоритма стохастической оптимизации // Материалы XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. — СПб., 2020. — С. 216–218.
12. Халилов В.Р. Теоретическая механика: динамика классических систем: учеб. пособие для вузов / В.Р. Халилов, Г.А. Чижов. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Изд-во Юрайт, 2023. — 344 с.
13. Мироновский Л.А. Моделирование линейных систем: учеб. пособие. — СПб.: ГУАП, 2009. — 244 с.

© Воробьёв Юрий Михайлович (aviastar-spru@mail.ru); Дмитриенко Герман Вячеславович (dmitrienko.german@yandex.ru)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»