

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОННОГО ПРОЦЕССА СЕПАРАЦИИ ГУБЧАТОГО ТИТАНА

Беккер В.Ф.,

к.т.н., профессор кафедры АТП Березниковского филиала (БФ) Пермского национального исследовательского политехнического университета (ПНИПУ),
v.f.bekker@bk.ru

Ерыпалова М.Н.,

к.т.н., доцент кафедры АТП БФ ПНИПУ,
m.eripalova@gmail.com

Затонский А.В.,

д.т.н., заведующий кафедрой АТП БФ ПНИПУ,
a.v.z.2k@mail.ru

Аннотация. Изложены принципы моделирования печи сепарации как нестационарного объекта управления. Показано, что нестационарность процесса сепарации является детерминированной. В аналитическом виде получены зависимости параметров объекта регулирования от температуры и времени процесса сепарации. Обоснованы принимаемые допущения и выполнено математическое моделирование теплового режима аппарата сепарации. Получены динамические модели в виде дифференциальных уравнений и передаточных функций. Предложено идентифицировать параметры нестационарной математической модели, связывая их зависимостями от теплофизических параметров состояния и свойств материальных компонент теплового объекта с учетом их нестационарности. Проведено исследование полученных зависимостей на соответствие физической картине процесса сепарации на действующем производстве. Показана возможность использования полученной детерминированной нестационарности для управления тепловым режимом аппарата сепарации губчатого титана.

Ключевые слова: нестационарность, сепарация, губчатый титан, тепловой режим, математическое моделирование

MODELING OF UNSTEADINESS PROCESS OF TITANIUM SPONGE SEPARATION

Bekker V.F.

candidate of technical science, prof. on automation department in Berezniki branch of Perm national polytechnic research university.

Erypalova M.N.

candidate of technical science, assoc. prof. on automation department in Berezniki branch of Perm national polytechnic research university.

Zatonskiy A.V.

doctor of technical science, head of automation department in Berezniki branch of Perm national polytechnic research university.

Abstract. The principles of modeling of titanium sponge separation oven as a non-stationary controlled object are given. It is proved that the unsteadiness of the separation process is deterministic. Dependences of the adjustment of the temperature and time parameters of the separation process are formulated. The assumptions are substantiated and mathematical simulation of the thermal regime of the separation apparatus is produced. The authors propose to identify the parameters of the mathematical mode taking in account the thermo-physical state parameters and properties of the material components of the non-stationary thermal object. A study of the compliance of obtained dependences to the physics of the separation process on the existing production is produced. The possibility of using the obtained deterministic unsteadiness for thermal management device separation of titanium sponge is shown.

Keywords: unsteadiness, separation, titanium sponge, heat treatment, mathematical modeling.

Промышленные объекты управления часто являются существенно нестационарными. Влияние нестационарности объекта управления на динамику системы иногда удается описать детерминированными зависимостями, которые на основе фундаментальных законов сохранения массы и энергии позволяют определить скорость протекания технологического процесса, а, следовательно, и кинетическое время, обходимое для достижения конечного состояния системы или определить факт завершения процесса при известной его скорости. Примером такой нестационарности является промышленный аппарат вакуумной сепарации получаемого магний-термическим восстановлением губчатого титана из тетрахлорида (Кролл-процесс) [1].

Сепарация блока губчатого титана – высокотемпературная вакуумная отгонка примесей магния и хлорида магния рассматривается как некоторый тепловой процесс изменения массы и фазовых состояний компонентов, отображаемый рядом физических и теплофизических параметров. По сути сплошное цилиндрическое тела подвергается нагреванию определенным тепловым потоком \dot{Q} через поверхность с площадью F и отдает тепло конвективным теплообменом через противоположную поверхность (рис. 1).

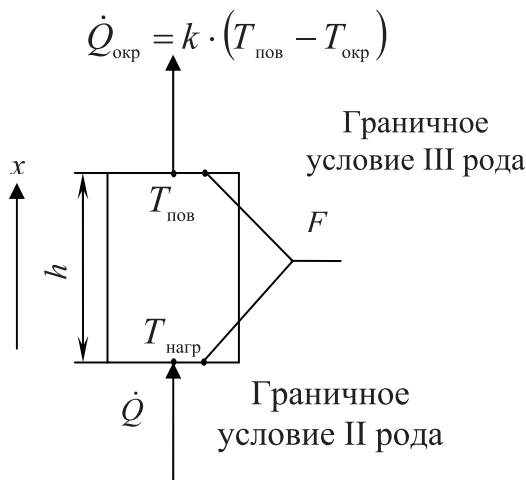


Рис. 1. Схема объекта управления (ОУ)

Обозначим необходимые для описания процесса переменные: h – высота объекта, м; $T_{пов}$ – температура поверхности объекта, К; $T_{нагр}$ – температура на-

гревателя, К; \dot{Q} – подводимый тепловой поток, Вт/м²; $\dot{Q}_{окр}$ – тепловой поток в окружающую среду, Вт/м²; F – площадь поверхности объекта, м²; k – коэффициент теплопередачи, Вт/(м² · К).

Построим математическую модель объекта управления, выходной (регулируемой) величиной которого является температура в аппарате вакуумной сепарации, а регулирующее воздействие – изменяемый внешним регулирующим устройством поток подводимого тепла \dot{Q} . В состоянии равновесия:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{окр} = \dot{Q}_{равн}, \quad (1)$$

где $\dot{Q}_{равн}$ – равновесный тепловой поток, Вт/м².

По закону Фурье:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot \text{grad}(T) \approx -\lambda \cdot \frac{T_{пов} - T_{нагр}}{h}, \quad (2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м · К).

Оценим необходимую для процесса сепарации температуру объекта $T_{нагр}$

$$T_{нагр} \approx T_{пов} + \frac{\dot{Q}_{равн} h}{\lambda}. \quad (3)$$

Закон изменения $T(x)$ внутри объекта неизвестен. Предположив в первом приближении линейное изменение $T(x) \approx T_0 + T_1(x)$, $x \in [0, h]$, введем среднюю температуру:

$$T_{сред} \approx T_{пов} + \dot{Q}_{равн} \frac{h}{2\lambda}. \quad (4)$$

Такую же температуру имеет центр тела объекта. В неравновесном состоянии, когда $\dot{Q} \neq \dot{Q}_{окр}$, температура тела будет изменяться за счет изменения теплосодержания

$$\Delta Q = Mc\Delta T_{сред}, \quad (5)$$

где ΔQ – количество теплоты, накопленное объектом, Дж; M – масса объекта, кг, определяемая через объем и плотность $M = \rho \cdot V = \rho \cdot F \cdot h$; ρ – плот-

ность объекта, кг/м³; c – удельная теплоемкость, Дж/(кг · К). С другой стороны, за время Δt тепло-содержание за счет разности тепловых потоков изменится на

$$\Delta Q = (\dot{Q} - \dot{Q}_{\text{окр}}) \cdot \Delta t \cdot F. \quad (6)$$

Приравняв записанные в дифференциалах левые части уравнений (5) и (6) с учетом $\dot{Q}_{\text{окр}} = k(T_{\text{пов}} - T_{\text{окр}})$, получаем

$$\rho \cdot F \cdot h \cdot c \cdot dT_{\text{сред}} = [\dot{Q} - k(T_{\text{пов}} - T_{\text{окр}})] \cdot F \cdot dt. \quad (7)$$

Разделим обе части уравнения (7) на F, dt и k

$$\frac{\rho \cdot h \cdot c}{k} \cdot \frac{dT_{\text{сред}}}{dt} = \frac{\dot{Q}}{k} - (T_{\text{пов}} - T_{\text{окр}}). \quad (8)$$

Используя уравнение (4), выразим $T_{\text{пов}}$ через $T_{\text{сред}}$

$$\frac{\rho \cdot h \cdot c}{k} \cdot \frac{dT_{\text{сред}}}{dt} = \frac{\dot{Q}}{k} - \left(T_{\text{сред}} - \dot{Q} \frac{h}{2\lambda} - T_{\text{окр}} \right). \quad (9)$$

Далее обозначим $T_{\text{сред}} = T$ и приведем уравнение (9) к виду

$$\frac{\rho \cdot h \cdot c}{k} \cdot \frac{dT}{dt} + T(t) = \left(\frac{1}{k} + \frac{h}{2\lambda} \right) \cdot \dot{Q}(t) - T_{\text{окр}}(t). \quad (10)$$

Выполним замену переменных в формуле (10):

$$T(t) = \bar{T} + \Theta(t),$$

$$T_{\text{окр}}(t) = \bar{T}_{\text{окр}} + \Delta T_{\text{окр}}(t),$$

$$\dot{Q}(t) = \bar{\dot{Q}} + \Delta \dot{Q}(t),$$

где $\bar{T}, \bar{T}_{\text{окр}}, \bar{\dot{Q}}$ – средние значения $T, T_{\text{окр}}, \dot{Q}$. Записывая уравнение (10) в изменяющихся во времени отклонениях от средних значений величин $\Theta(t), \Delta T_{\text{окр}}(t), \Delta \dot{Q}(t)$, получаем

$$\frac{\rho \cdot h \cdot c}{k} \cdot \frac{d\Theta}{dt} + \Theta(t) = \left(\frac{1}{k} + \frac{h}{2\lambda} \right) \cdot \Delta \dot{Q}(t) + \Delta T_{\text{окр}}(t) \quad (11)$$

Обозначим

$$T_{\text{об}} = \frac{\rho \cdot h \cdot c}{k}, \quad k_{\text{об}} = \left(\frac{1}{k} + \frac{h}{2\lambda} \right), \quad (12)$$

где $T_{\text{об}}$ – постоянная времени объекта, с; $k_{\text{об}}$ – коэффициент передачи, (м² · К)/Вт.

Тогда уравнение (11) примет вид:

$$T_{\text{об}} \cdot \frac{d\Theta}{dt} + \Theta(t) = k_{\text{об}} \cdot \Delta \dot{Q}(t) + \Delta T_{\text{окр}}(t). \quad (13)$$

Преобразуем по Лапласу уравнение (13):

$$T_{\text{об}} s \cdot \Theta(s) + \Theta(s) = k_{\text{об}} \cdot \Delta \dot{Q}(s) + \Delta T_{\text{окр}}(s). \quad (14)$$

Разделим обе части уравнения (14) на $T_{\text{об}} s + 1$:

$$\frac{\Theta(s) \cdot (T_{\text{об}} s + 1)}{T_{\text{об}} s + 1} = \frac{k_{\text{об}} \cdot \Delta \dot{Q}(s)}{T_{\text{об}} s + 1} + \frac{\Delta T_{\text{окр}}(s)}{T_{\text{об}} s + 1}. \quad (15)$$

Получим операторное уравнение для температуры объекта в виде:

$$\Theta(s) = W(s) \cdot \Delta \dot{Q}(s) + W_{\text{окр}}(s) \Delta T_{\text{окр}}(s), \quad (16)$$

где $W(s) = \frac{k_{\text{об}}}{T_{\text{об}} s + 1}$ – передаточная функция

объекта по каналу управления тепловым воздействием,

$W_{\text{окр}}(s) = \frac{1}{T_{\text{об}} s + 1}$ – передаточная функция объекта

по каналу внешнего возмущения изменением температуры окружающей среды. Вид передаточных функций совпадает с результатами работы [3], где предложено моделировать различные зоны нагрева печи вакуумной сепарации звеньями первого порядка с запаздыванием. В ходе процесса сепарации параметры объекта изменяются. Поэтому, учитывая это обстоятельство, передаточную функцию объекта по каналу теплового воздействия следует записать в виде

$$W(s) = \frac{k_{\text{об}}(T, t)}{T_{\text{об}}(T, t) s + 1}, \quad (17)$$

где параметры звена $k_{\text{об}}(T, t)$ и $T_{\text{об}}(T, t)$ являются функциями двух переменных – температуры объекта T и времени процесса t . Разлагая в ряд Тейлора

функцию $k_{об}(T, t)$ по степеням $(T - T_0)^k$ и $(t - t_0)^k$ для $k = 1, 2$ в окрестности точки (T_0, t_0) , получаем

$$k_{об}(T, t) = (T - T_0) \frac{\partial [k_{об}(T_0, t_0)]}{\partial t} + (t - t_0) \frac{\partial [k_{об}(T_0, t_0)]}{\partial T} + R_2(T, t), \quad (18)$$

Аналогично для функции $T_{об}(T, t)$

$$T_{об}(T, t) = (T - T_0) \frac{\partial [T_{об}(T_0, t_0)]}{\partial t} + (t - t_0) \frac{\partial [T_{об}(T_0, t_0)]}{\partial T} + R_2(T, t). \quad (19)$$

Полученные уравнения (18) и (19) показывают возможность представления и последующей идентификации зависимостей $k_{об}(T, t)$ и $T_{об}(T, t)$ на основе связей вида

$$k_{об}(T, t) = k_{об}(T) + k_{об}(t); \quad (20)$$

$$T_{об}(T, t) = T_{об}(T) + T_{об}(t). \quad (21)$$

Исследуем сначала найденные ранее (12) зависимости параметров $k_{об}(T)$ и $T_{об}(T)$ объекта управления от температуры и времени сепарации в виде

$$k_{об}(T) = \frac{1}{k} + \frac{h(t)}{2\lambda(T)} \text{ и } T_{об}(T) = \frac{\rho(T) \cdot h(t) \cdot c(T)}{k}.$$

Таким образом величина коэффициента теплопередачи k принята постоянной в течение всего процесса сепарации. Удельная теплопроводность $\lambda(T)$ и удельная теплоемкость $c(T)$ рассматриваются функциями температуры T . Предполагаем далее, что в соответствии с [2], что скорость высокотемпературной отгонки под вакуумом пропорциональна количеству примесей, находящимся внутри аппарата в данный момент времени. Для коррекции изменяющейся в процессе отгонки примесей массы блока, условно уменьшается его высота, представленная зависимостью $h(t) = h_0 e^{-t/T}$,

где h_0 – начальная высота, пропорциональная сплошному объему блока губчатого титана, приведенному к высоте при постоянной площади сечения реторты; m ; T – постоянная времени процесса сепарации, ч (принято $T = 8$ ч); t – время сепарации, ч. Получаемые при этом зависимости от времени сепарации массы компонентов представлены на рис. 2., а изменение приведенной к сплошной массе высоты блока – на рис. 3.

Исследуемую область температуры блока губчатого титана в процессе вакуумной сепарации ограничим диапазоном: $T = 273 \dots 1323$ К. Теплопроводность блока губчатого титана $\lambda(T)$, Вт/(м·К) складывается из теплопроводности основных компонентов. Теплопроводность магния в твердом состоянии при $T = 273 \dots 923$ К описывается соотношением $\lambda_{Mg}(T) = 159.833 + 0.0175 \cdot T$ Вт/(м·К). В жидком состоянии при $T = 923 \dots 1323$ К теплопроводность магния принята постоянной и равной $\lambda_{Mg} = 84$ Вт/(м·К). [3].

Удельная теплопроводность титана принята равной $\lambda_{Ti} = 20$ Вт/(м·К), хлорида магния – $\lambda_{MgCl_2} = 1,1$ Вт/(м·К). По окончании процесса восстановления в реторте, направляемой на сепарацию содержится около 60% (масс.) Ti, 20...30% Mg и 10...20% $MgCl_2$ [1]. Теплопроводность блока

$$\lambda(T) \approx 0,6 \cdot \lambda_{Ti} + (0,2..0,3) \cdot \lambda_{Mg}(T) + (0,1..0,2) \cdot \lambda_{MgCl_2}(T).$$

Построены и приведены на рис. 4 графики зависимостей от температуры и времени сепарации коэффициента усиления $k_{об}(T) = \frac{1}{k} + \frac{h(t)}{2\lambda(T)}$ для разной производительности реторт – 7т, 6т, 5т при одинаковом содержании примесей – 50%

На рис. 5 приведены графики зависимостей коэффициента усиления для реторт производительностью 7т при разном содержании примесей – 30%, 40%, 50%. Особенности семейства этих графиков является наличие скачкообразного изменения коэффициента усиления при изменении фазового состояния компонентов.

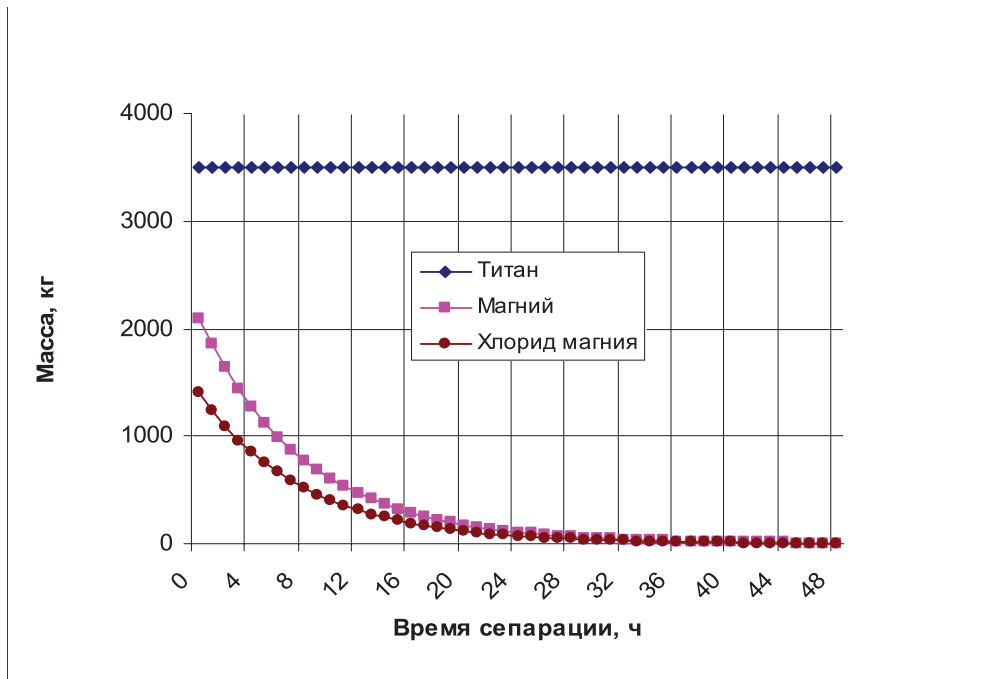


Рис. 2. Зависимости от времени сепарации массы компонентов в блоке губчатого титана массой 7 т, содержащего 50% примесей

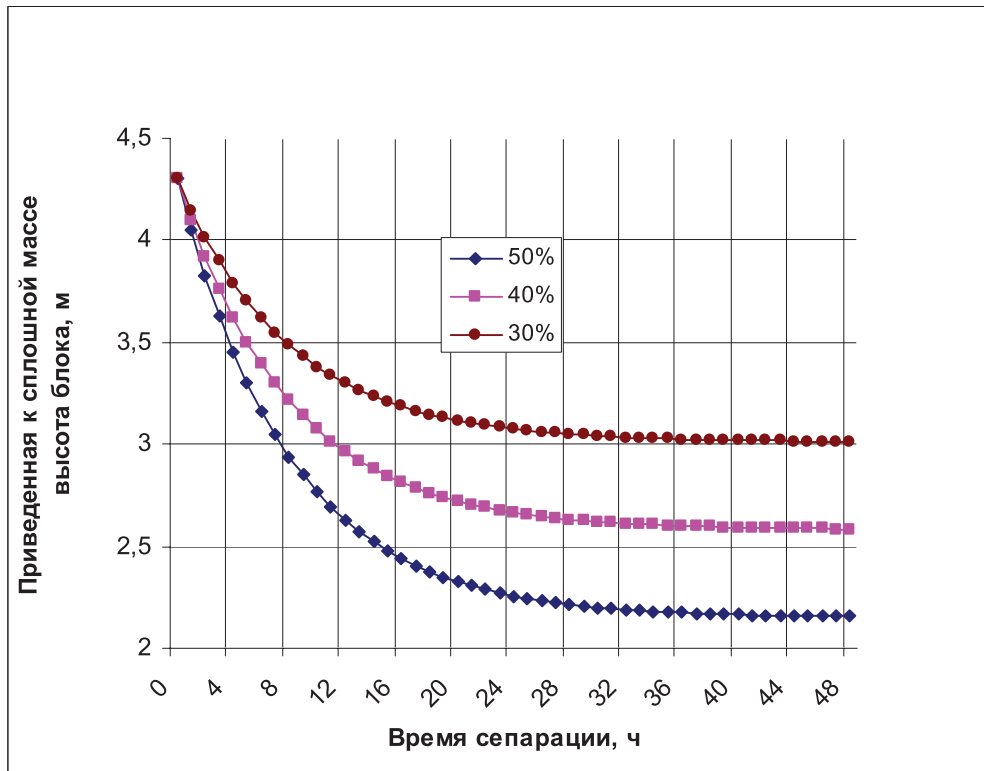


Рис. 3. Зависимость от времени сепарации относительной массы блока, приведенной к высоте сплошного блока массой 7 т, содержащей 30%, 40% или 50% примесей

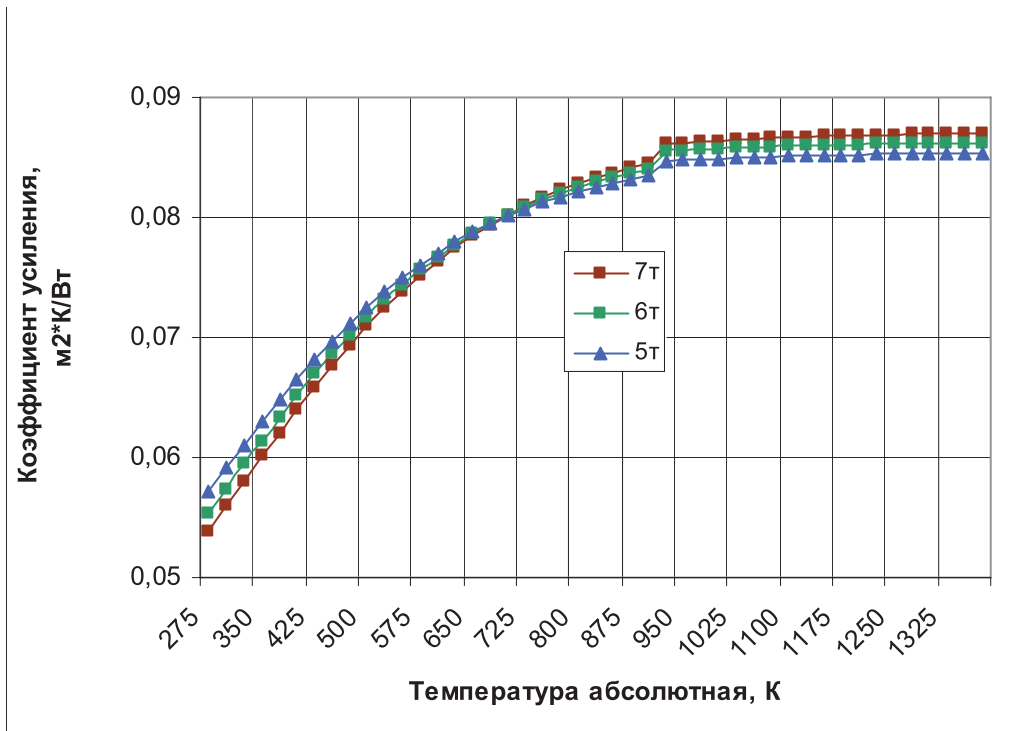


Рис. 4. Зависимости коэффициента усиления от температуры для блока губчатого титана различной массы, при одинаковом содержании примесей, равном 50%

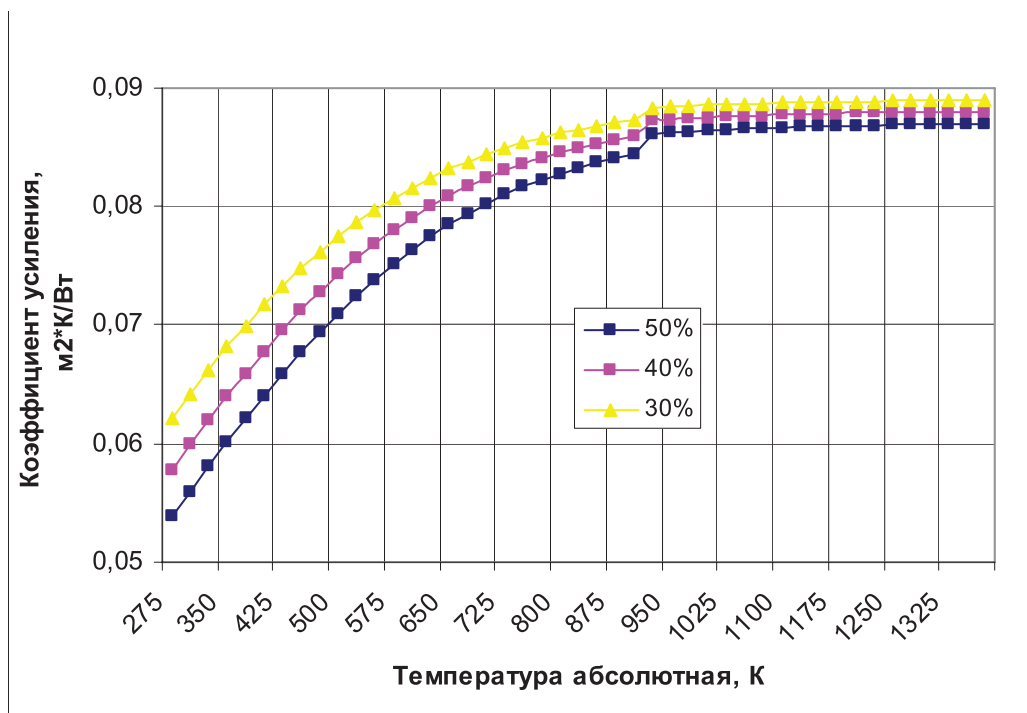


Рис. 5. Зависимости коэффициента усиления от температуры для блока губчатого титана массой 7 т, содержащего 30%, 40% или 50% примесей

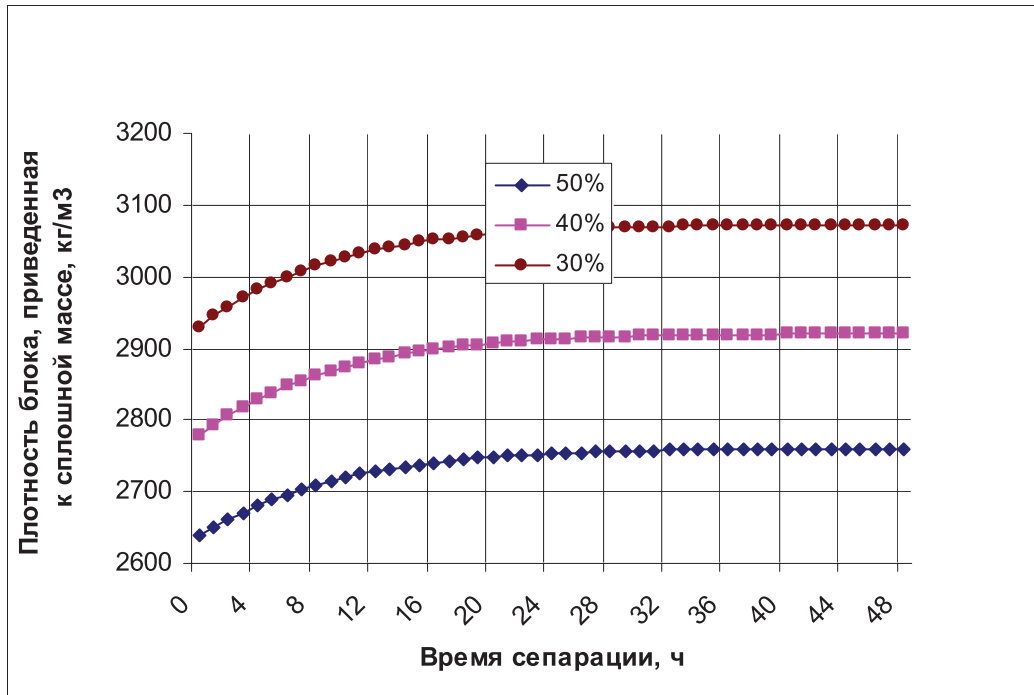


Рис. 6. Зависимость плотности материала блока, приведенной в высоте сплошного блока от времени сепарации массы $7t$, содержащей 50%, 40%, 30% примесей

Рассчитаны и приведены на рис. 7. и 8 графики зависимостей постоянной времени объекта $T_{об}(T)$ от изменения температуры T и времени сепарации t , приведенной в виде $T_{об}(T) = \frac{\rho(T) \cdot h(t) \cdot c(T)}{k}$. Для этого, в соответствии с [3], рассчитаны зависимости теплоемкости материалов от их температуры. Плотность материала блока $\rho(T)$ приведена к сплошной массе корректировкой высоты блока $h(t)$ и затем составлена как аддитивная плотность компонентов. Результаты описания изменяемой в процессе сепарации плотности блока приведены на рис. 6.

Теплоемкость блока в зависимости от температуры представлена следующими зависимостями для компонентов $c_{Mg}(T) = 929.583 + 0.4275 \cdot T - 17.5 \cdot 10^{-5} T^{-2}$ Дж/(кг К) в твердом состоянии,

$$c_{Mg} = 1325.42 \text{ Дж/(кг К) в жидком состоянии,}$$

$$c_{MgCl_2}(T) = 841.702 + 0.06319 \cdot T - 25.213 \cdot 10^{-5} T^{-2} \text{ Дж/(кг К) в твердом состоянии}$$

$$c_{MgCl_2} = 984.149 \text{ Дж/(кг К) в жидком состоянии,}$$

$$c_{Ti}(T) = 461.25 + 0.214583 \cdot T \text{ Дж/(кг К),}$$

Принимаем температуру перехода Mg из твердого в жидкое состояние $T = 923 \text{ К}$, для $MgCl_2$: $T = 986 \text{ К}$.

$$c(T) = 0,6 \cdot c_{Ti}(T) + 0,2 \cdot 0,3 \cdot c_{Mg}(T) + 0,1 \cdot 0,2 \cdot c_{MgCl_2}(T).$$

Плотность титана 4350 кг/м^3 , магния 1800 кг/м^3 , $MgCl_2$ порядка 2700 кг/м^3 , плотность материала реторты 2217 кг/м^3 , следовательно, средняя плотность реакционной массы:

$$\rho = 0,3 \cdot 4350 + (0,1 \dots 0,15) \cdot 1800 + (0,1 \dots 0,05) \cdot 2700 + 0,5 \cdot 2217 = 2863,5 \dots 2818,5 \text{ кг/м}^3.$$

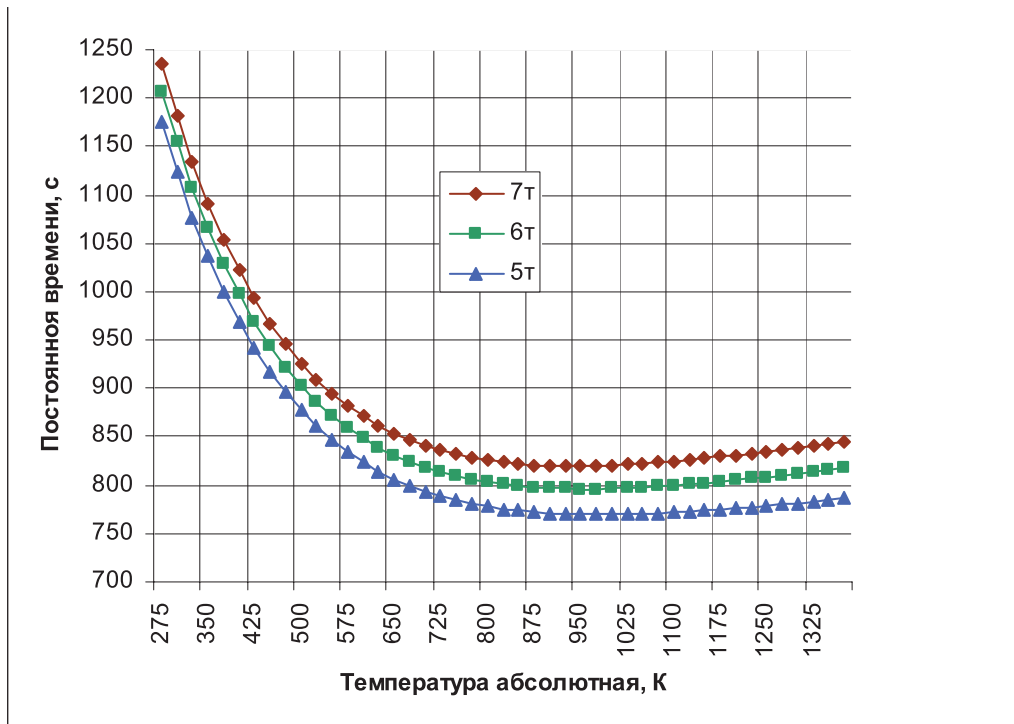


Рис. 7. Зависимость постоянной времени от температуры для блока губчатого титана различной массы при одинаковом содержании примесей, равном 40%

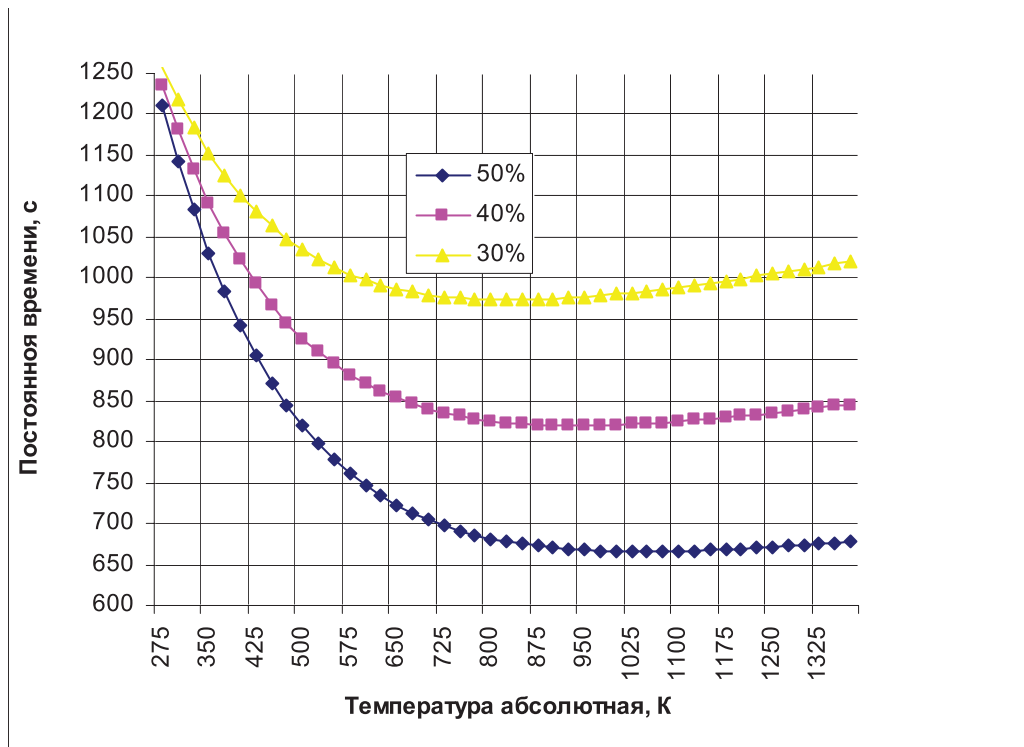


Рис. 8. Зависимость постоянной времени от температуры для блока губчатого титана массой 7 т, содержащего различное количество примесей

Пример: Рассчитать параметры объекта управления $k_{об}$ и $T_{об}$ по формулам (15) при следующих физических параметрах процесса: $\rho = 2850 \text{ кг/м}^3$, высоте реторты $h = 4,3 \text{ м}$, теплоемкости загрязненного блока губчатого титана и реторты $c = 0,5 \cdot 500 + 0,5 \cdot 596 = 548 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, коэффициенте теплопередачи $k = 6000 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$, коэффициенте теплопроводности загрязненного губчатого титана и реторты $\lambda = 0,5 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 26 = 13,1 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

$$T_{об} = \frac{\rho \cdot h \cdot c}{k} = \frac{2850 \cdot 4,3 \cdot 548}{6000} = 1119,29 \text{ с};$$

$$k_{об} = \frac{\lambda + \frac{k \cdot h}{2}}{k \cdot \lambda} = \frac{13,1 + \frac{6000 \cdot 4,3}{2}}{13,1 \cdot 6000} = 0,16 \frac{\text{м}^2 \cdot \text{К}}{\text{Вт}}.$$

Выводы. Решена задача описания динамических свойств аппарата сепарации по каналу управления температурой процесса изменением потока подаваемого тепла. Предложена методика и описаны получаемые в ходе ее применения зависимости параметров объекта управления от его состояния в процессе высокотемпературной вакуумной сепарации для различной производительности аппарата и степени загрязнения примесями исходного блока губчатого титана.

Для использования созданной модели с целью определения оптимальных настроек регулятора необходимо реализовать общую схему моделирования объектов с переменными свойствами и исследовать закономерности подходов к определению настроек регуляторов.

Список литературы

1. Гармата, В.А. Титан / В.А. Гармата, А.Н. Петрунько, Н.В. Галицкий, Н.В. Олесов, Р.А. Сандлер. – М.: Металлургия, – 1983. – 560 с.
2. Беккер В.Ф. Оценка запаздывания температуры в динамике нестационарной сепарации губчатого титана. Науч.-техн. вестн. Поволжья, 2013, №2 – С. 82-84.
3. Справочник теплофизика. <http://thermalinfo.ru/>
4. Химическая энциклопедия. <http://www.ximuk.ru/encyklopedia/.html>