

АНАЛИЗ ВАРИОГРАММ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ МОДУЛЯ ДЕФОРМАЦИИ НЕОДНОРОДНОЙ ПОЧВЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ ЗОНДИРОВАНИЯ СРТ

ANALYSIS OF VARIOGRAMS OF SPATIAL VARIABILITY OF THE DEFORMATION MODULUS OF HETEROGENEOUS SOIL USING CPT SENSING DATA

Nune Tigabu Abera

Summary. Estimating the variability of the soil deformation modulus (E) based on cone penetration test (CPT) data requires a multi-step process that goes beyond simply calculating the average E value for each soil layer. The modulus of deformation, a key indicator of soil stiffness and deformation characteristics, estimated by empirical correlations with CPT measurements, is depth-stratified to account for soil heterogeneity. For areas with the expected high heterogeneity, a denser grid is required. The variogram analyzes the spatial correlation structure of E values. It displays the half-dispersion as a function of the distance between the measurement points. The variograms of cone resistance (θ) q_c and sleeve friction (θ) were calculated at various depths, revealing the specific effects of nuggets and ranges indicating the correlation of these properties in different soil layers.

Keywords: Strain modulus, variograms, model fitting results, CPT data.

Нунэ Тугабу Аберэ
аспирант, Национальный исследовательский
Московский государственный
строительный университет
tigabera2004@gmail.com

Аннотация. Оценка изменчивости модуля деформации почвы (E) на основе данных испытания на проникновение конуса (СРТ) требует многоэтапного процесса, который выходит за рамки простого расчета среднего значения E для каждого слоя почвы. Модуль деформации, ключевой показатель жёсткости и деформационных характеристик грунта, оцениваемый посредством эмпирических корреляций с измерениями СРТ, стратифицирован по глубине для учёта неоднородности грунта. Для участков с ожидаемой высокой неоднородностью требуется более плотная сетка. Вариограмма анализирует пространственную корреляционную структуру значений E . Она отображает полудисперсию как функцию расстояния между точками измерения. Вариограммы сопротивления конуса (θ) q_c и трения втулки (θ) были рассчитаны на различных глубинах, выявляя специфические эффекты самородков и диапазоны, указывающие на корреляцию этих свойств в различных слоях грунта.

Ключевые слова: модуль деформации, вариограммы, результаты подгонки модели, данные СРТ.

Введение

Геостатистический анализ является мощным инструментом для оценки пространственной изменчивости свойств грунта, включая модуль деформации (E). Оценка модуля деформации грунта с использованием данных испытания на зондирование конусом (СРТ) является критическим аспектом геотехнической инженерии, в частности для оценки поведения грунта под нагрузкой. Оценка изменчивости модуля деформации грунта (E_s) с использованием данных зондирования конусом (СРТ) включает анализ пространственной и глубинной неоднородности E_s на основе измерений СРТ. Модуль деформации является ключевым параметром в геотехнической инженерии, влияющим на осадку и проектирование фундамента. Данные СРТ, которые включают сопротивление конуса (q_c), трение втулки (f_s) и поровое давление (u), могут быть использованы для оценки E_s и его изменчивости.

Экспоненциальная модель вариограммы характеризует пространственную корреляцию свойств грунта, позволяя точнее прогнозировать его поведение на ос-

нове данных СРТ. Модель повышает точность оценки таких параметров, как модуль сдвига при малых деформациях и модуль деформации [9]. Модель позволяет улучшить калибровку корреляций СРТ, особенно в неоднородных почвенных условиях, что приводит к более надежным оценкам характеристик жесткости и деформации почвы [5].

Вариограмма анализирует пространственную корреляционную структуру значений E . Она отображает полудисперсию (половину среднего квадрата разности значений E) как функцию расстояния между точками измерения. Форма и параметры вариограммы (размах, порог и самородок) описывают пространственную зависимость модуля [3]. Эффект самородка описывает ожидаемую разницу между образцами, когда разделительное расстояние практически равно нулю и может быть вызвано мелкокомасштабной изменчивостью или ошибками в данных. Общий порог представляет общую изменчивость, присущую данным, и эквивалентен общей дисперсии данных, а диапазон — расстояние, на котором данные больше не коррелируют.

Степень согласия между каждой парой методов оценивалась с помощью коэффициента сопряженности [4]. Для его вычисления использовалась перекрестная таблица между почвенными профилями, классифицированными парой методов, как для таблицы сопряженности. Пусть таблица почвенных профилей между методом А и методом В называется матрицей X , с элементами X_{ij} , где есть $i = 1, 2, \dots, n$ классы из метода В (строки таблицы) и $j = 1, 2, \dots, m$ классы из метода А (столбцы таблицы). Частичные суммы X определяются как X_{ir} для суммы i -й строки, X_{jc} для суммы столбца j th, X_{rc} для общего итога, суммированного по строкам и столбцам. Если два метода независимы друг от друга, без корреляции между ними, то ожидаемый перекрывающийся класс определяется произведением частных сумм, деленных на общий итог. Таким образом, ожидаемое количество профилей X_{ij}^* для i th строки и j th столбца равно

$$X_{ij}^* = \frac{X_{ir}}{X_{rc}} * X_{jc} \tag{1}$$

Тогда статистика хи-квадрат определяется как:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{(X_{ij} - X_{ij}^*)^2}{X_{ij}^*} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{(X_{ij}X_{rc} - X_{ir}X_{jc})^2}{X_{ir}X_{jc}} \tag{2}$$

Соответствует знакомому (наблюдаемому-ожидаемому)²/ожидаемое выражение, нижняя граница которого равна нулю при полном соответствии между двумя методами. По мере того, как наблюдаемое число случаев всё больше отличается от ожидаемых значений, основанных на маргинальных суммах, значение хи-квадрат увеличивается. Одним из часто используемых коэффициентов ассоциации, основанных на значениях хи-квадрат, является коэффициент сопряженности D , который определяется как:

$$D = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + X_{rc}}} \tag{3}$$

Величина D не зависит от единиц измерения и варьируется от нуля (что указывает на отсутствие корреляции) до максимального значения меньше единицы (что свидетельствует о сильной корреляции).

2. Вариограммы: Вариограмма и её нормализованная форма, ковариограмма, являются, безусловно, наиболее интуитивными методами описания структуры пространственных зависимостей в ковариационном стационарном процессе. Однако с точки зрения оценки такие функции представляют определённые трудности. Поэтому удобно ввести тесно связанную функцию, известную как вариограмма, которая широко используется для оценки.

Для подгонки эмпирической вариограммы (рассчитанной на основе данных) и подбора к ней теоретической модели вариограммы (например, сферической,

экспоненциальной, гауссовой и т. д.) обычно использовались различные математические модели. Эта модель имеет решающее значение для геостатистической интерполяции.

Экспоненциальная модель: Она эффективно моделирует пространственную непрерывность геологических свойств, позволяя точно прогнозировать неизменные местоположения [7]. Хотя модель является гладкой в смысле непрерывной дифференцируемости, она неявно предполагает, что корреляции равны нулю на всех достаточно больших расстояниях. Они помогают оценить пространственную ковариацию, способствуя точному прогнозированию свойств почвы и улучшая геологическое моделирование посредством эффективного пространственного анализа. Однако в некоторых случаях может быть более уместно предположить, что, хотя корреляции могут становиться произвольно малыми на больших расстояниях, они никогда не исчезают. Простейшей моделью с этим свойством является экспоненциальная вариограмма, определяемая для всех $h > 0$ следующим образом:

$$\gamma(h, a, s, c) = \begin{cases} c_0, & h = 0 \\ c_0 + (s - c) \left(1 - e^{-\frac{3h}{a}} \right), & h > 0 \end{cases} \tag{4}$$

С соответствующей экспоненциальной ковариограммой, определяемой для всех $h \geq 0$ как,

$$C(h, a, s, c) = \begin{cases} s, & h = 0 \\ (s - c) \left(e^{-\frac{3h}{a}} \right), & h > 0 \end{cases} \tag{5}$$

Вместе пара вариограмма-ковариограмма обозначается как экспоненциальная модель.

Результаты показывают, что экспоненциальная модель эффективно отражает пространственную изменчивость модуля деформации, демонстрируя хорошее соответствие наблюдаемым данным. Модель выявила тенденцию к снижению изменчивости с увеличением лага, что согласуется с внутренней пространственной корреляцией свойств почвы. Кроме того, анализ выявил вариации модуля деформации с глубиной, отражающие влияние слоистости и стратификации почвы. Высокие $R^2 \geq 0.6$ значения для каждого из данных, полученные в процессе подгонки модели, подтверждают надёжность экспоненциальной вариограммы в представлении пространственного распределения модуля деформации.

Гауссовская модель: Гауссова модель применяется к выборкам, которые характеризуются высокой непрерывностью. Она похожа на экспоненциальную модель. Однако гауссова модель начинается с параболической кривой, имеющей точку перегиба. Формула экспоненциальной модели:

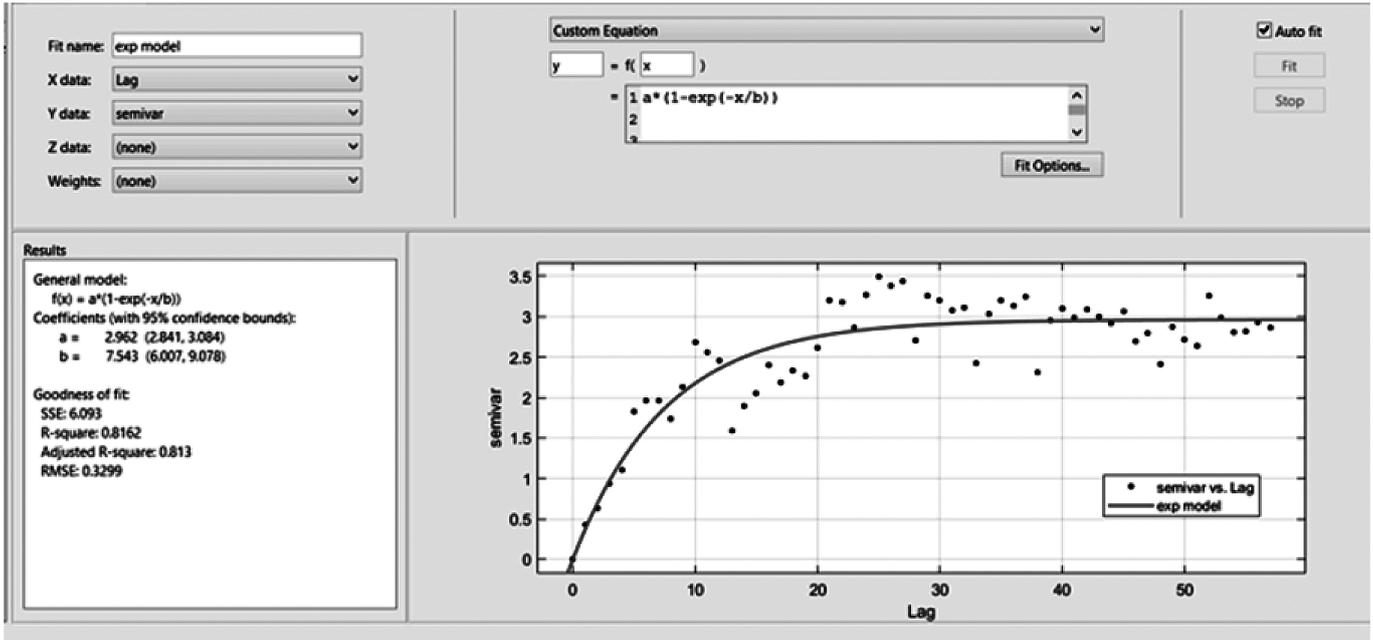


Рис. 1. Модель вариограммы, соответствующая экспоненциальному моделированию на глубине 1661 мм

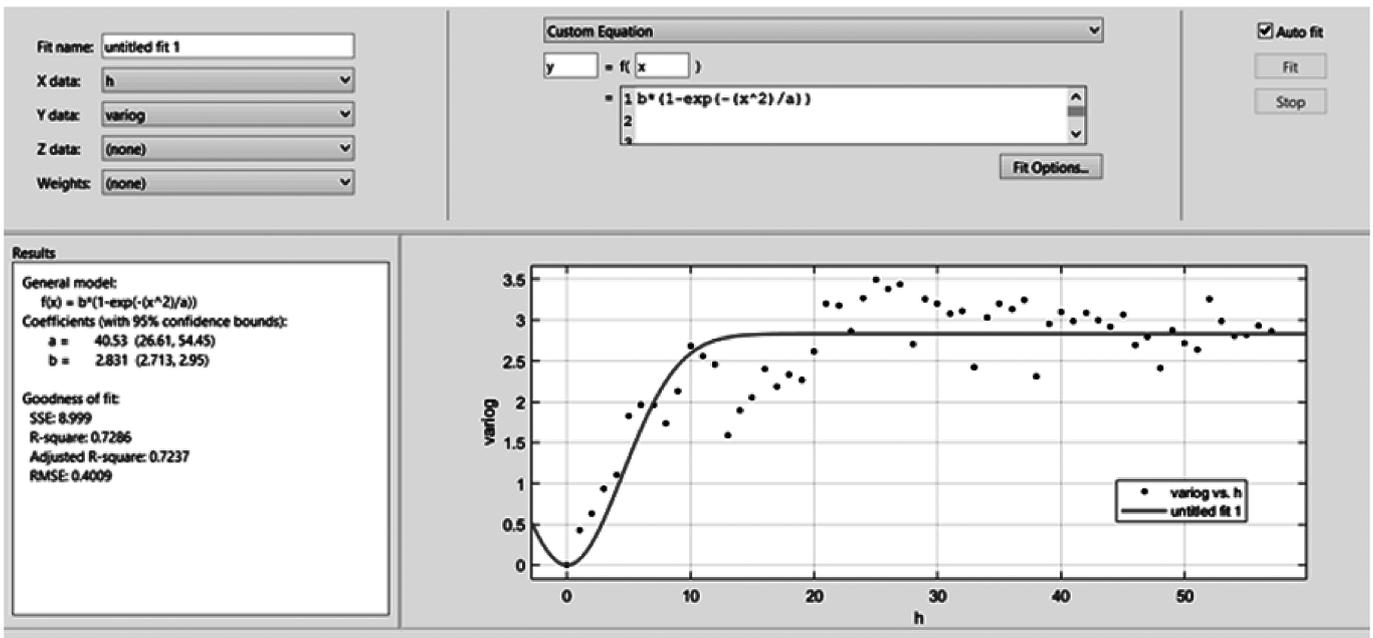


Рис. 2. Модель вариограммы, соответствующая экспоненциальному моделированию на глубине 2214 мм

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & h = 0 \\ c_0 + c[1 - \exp\left(-\left(\frac{h}{a}\right)^2\right)], & h > 0 \end{cases} \quad (6)$$

Параметры a : Диапазон (расстояние, на котором полудисперсия достигает $0,95 \cdot c$) — плавно возрастающая функция, подобная экспоненциальной, но с более крутым начальным ростом и более быстрым приближением к пороговому значению. Пригодность для модуля грунта: Подходит, когда эмпирическая вариограмма показывает очень быстрый начальный рост полудисперсии, а затем постепенно приближается к пороговому значе-

нию. Это может указывать на сильную корреляцию на коротких дистанциях и более слабую корреляцию на длинных дистанциях.

Оценка параметров (c_0, c, a) может быть более сложной задачей по сравнению с более простыми моделями. Часто требуются методы надёжной подгонки. Подводя итог, можно сказать, что косинусно-экспоненциальная модель является ценным инструментом геостатистического анализа при работе с пространственными данными, демонстрирующими периодические или сложные корреляционные закономерности. Однако тщательная

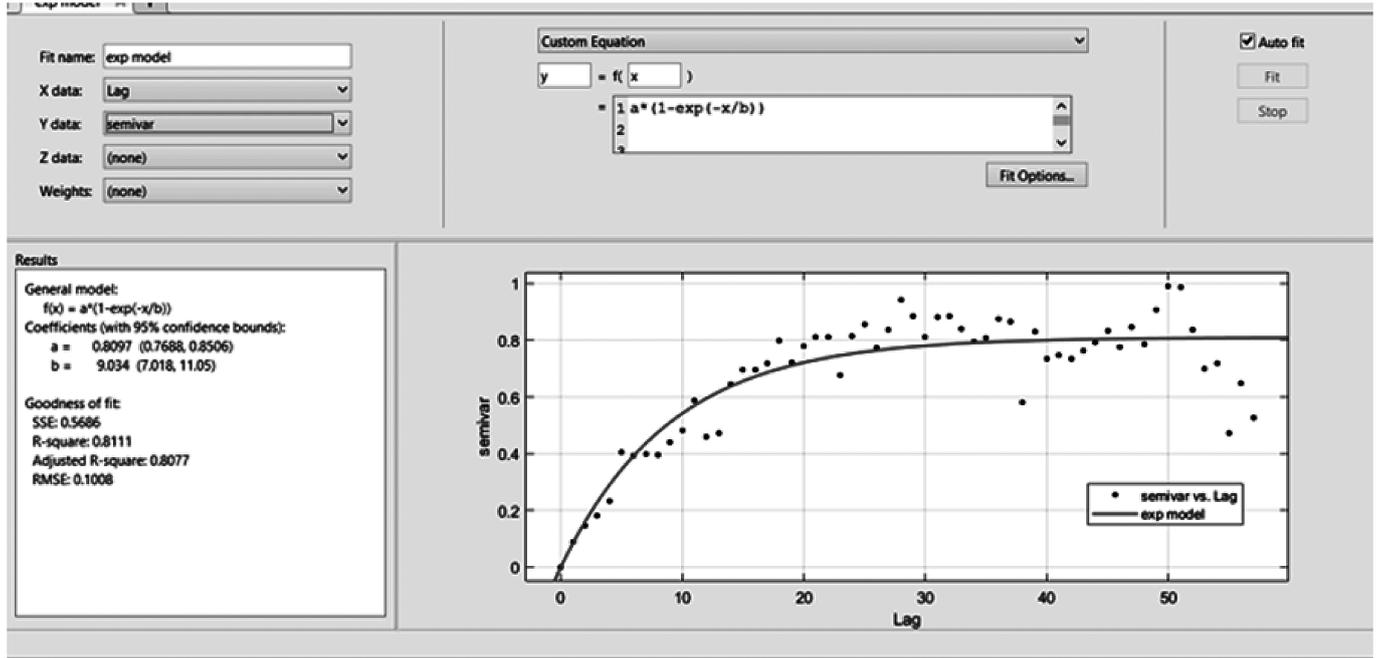


Рис. 3. Подгонка модели вариограммы. Экспоненциальное моделирование. глубина 2817 мм

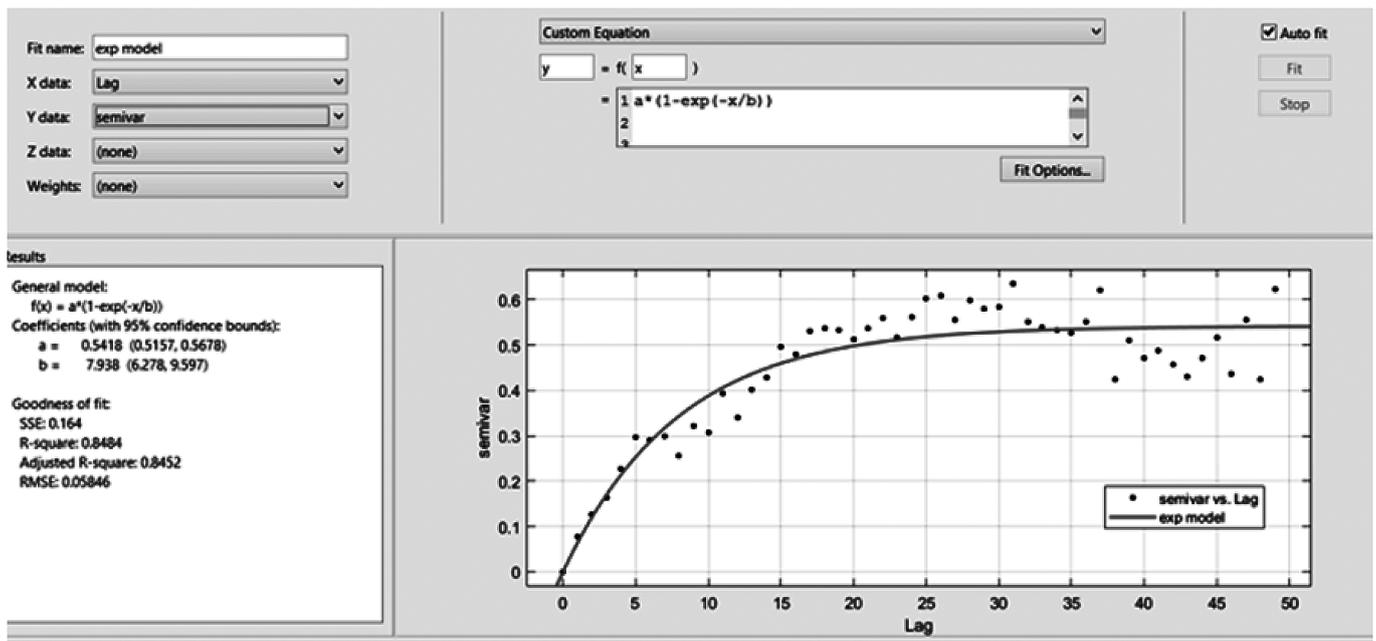


Рис. 4. Подгонка модели вариограммы. Экспоненциальная глубина моделирования 3112 мм

оценка параметров и валидация модели имеют решающее значение для предотвращения потенциальных ошибок. Важно визуально оценить соответствие модели эмпирической вариограмме и использовать соответствующие статистические показатели для оценки её соответствия.

Параметры модели: Самородок (c_0): **0,001**, Силл-Самородок (c): **1,640**, Диапазон (a): **40,000**. На графике (см. рис. 6) показаны три различные модели вариограмм, подобранные к экспериментальной вариограмме: Сферическая модель (светло-серая линия) показывает ли-

нейное поведение на коротких расстояниях и плато на пороге. Экспоненциальная модель (черная линия) приближается к порогу асимптотически; Гауссова модель (серая линия) показывает параболическое поведение вблизи начала координат, экспериментальные точки вариограммы (черные точки) предполагают, что существует пространственная корреляция в измерениях qc_1 по отношению к глубине. Относительно небольшой эффект самородка (c_0) указывает на низкую погрешность измерения или микромасштабную вариацию. Параметр диапазона (a), равный около 40 мм, предполагает, что об-

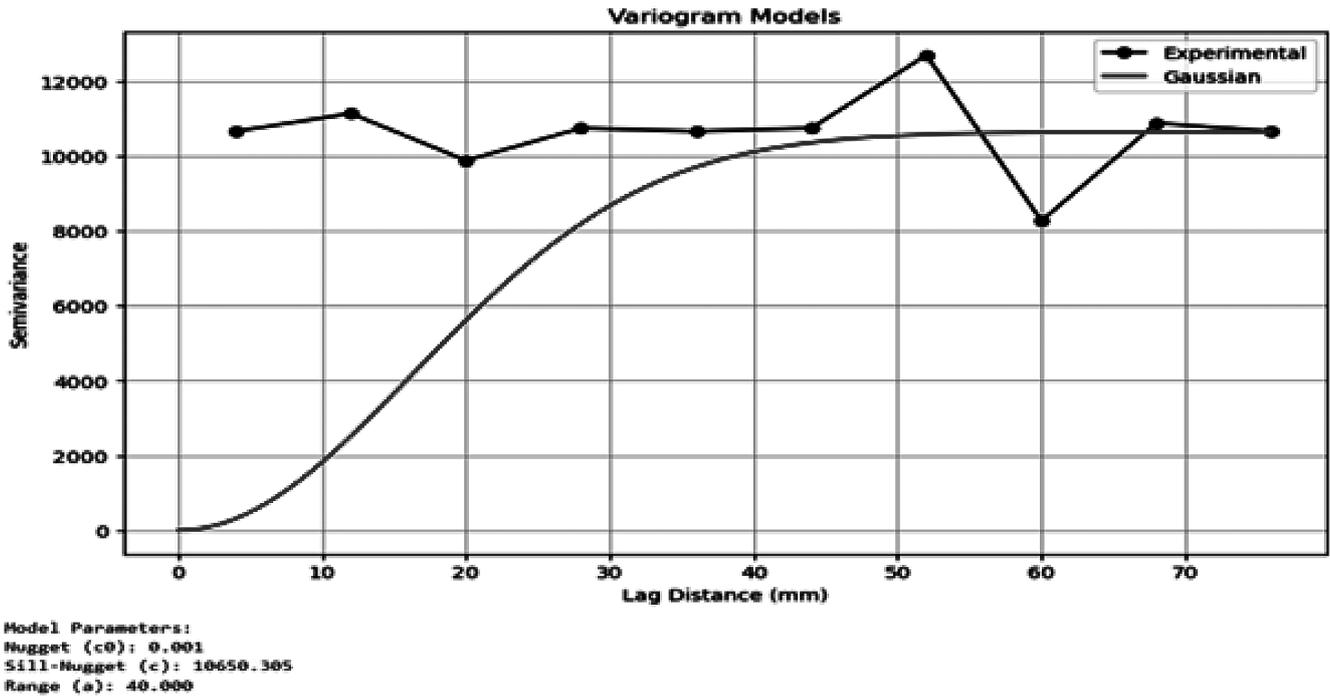


Рис. 5. Модель вариограммы, соответствующая гауссовой модели

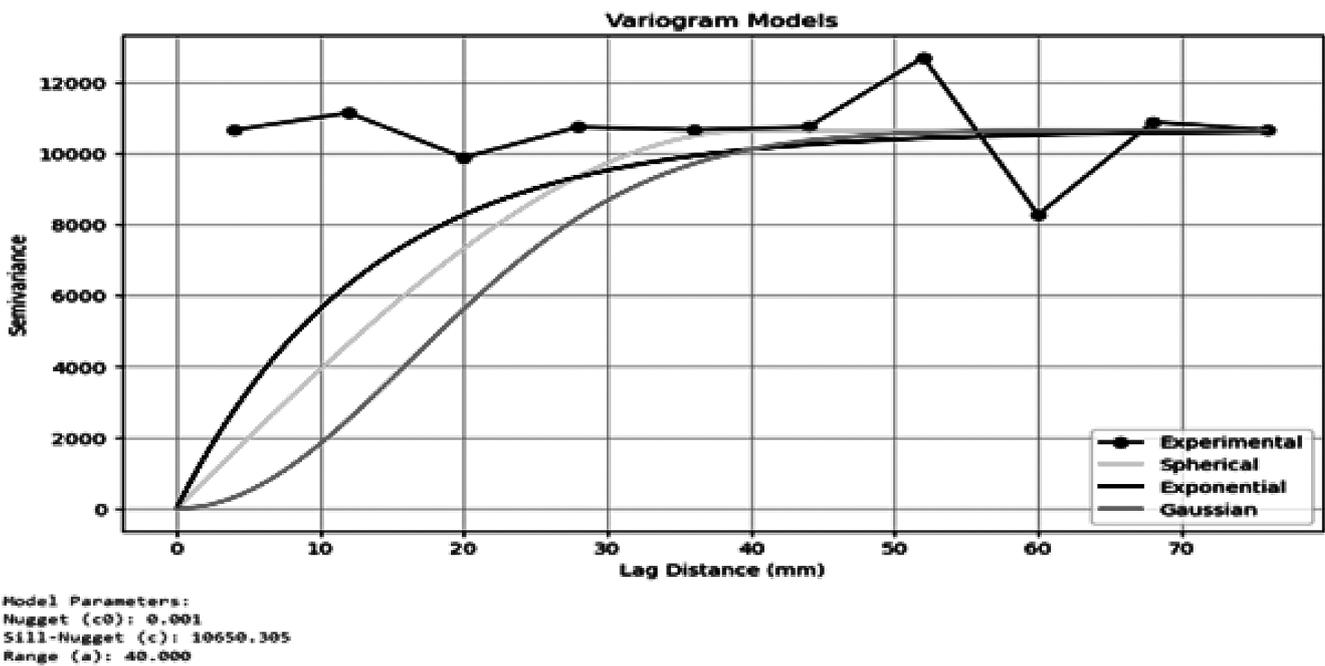


Рис. 6. Подгонка модели вариограммы (сферической, экспоненциальной, гауссовской) к данным СРТ

разцы пространственно коррелируют до этого расстояния. РЕЙТИНГ по оценке псевдо- R^2 Экспоненциальный: 0,99516, сферический: 0,98827 и гауссовский: 0,97177.

Количественная оценка неопределенности: Связанная с пониманием бассейна, стратиграфией и граничными условиями, параметрическая неопределенность из-за неоднозначности, пробелов в данных, ошибок калибровки и остатков, а также данные, по которым ка-

либруется модель, сами по себе могут иметь ошибки измерений. Разброс реализаций служит мерой неопределенности модели вариограммы. Этот подход позволяет количественно оценить неопределенность параметров модели вариограммы, используя данные СРТ Excel и моделирование Монте-Карло.

Моделирование Монте-Карло: включение изменчивости и неопределенности в численные модели

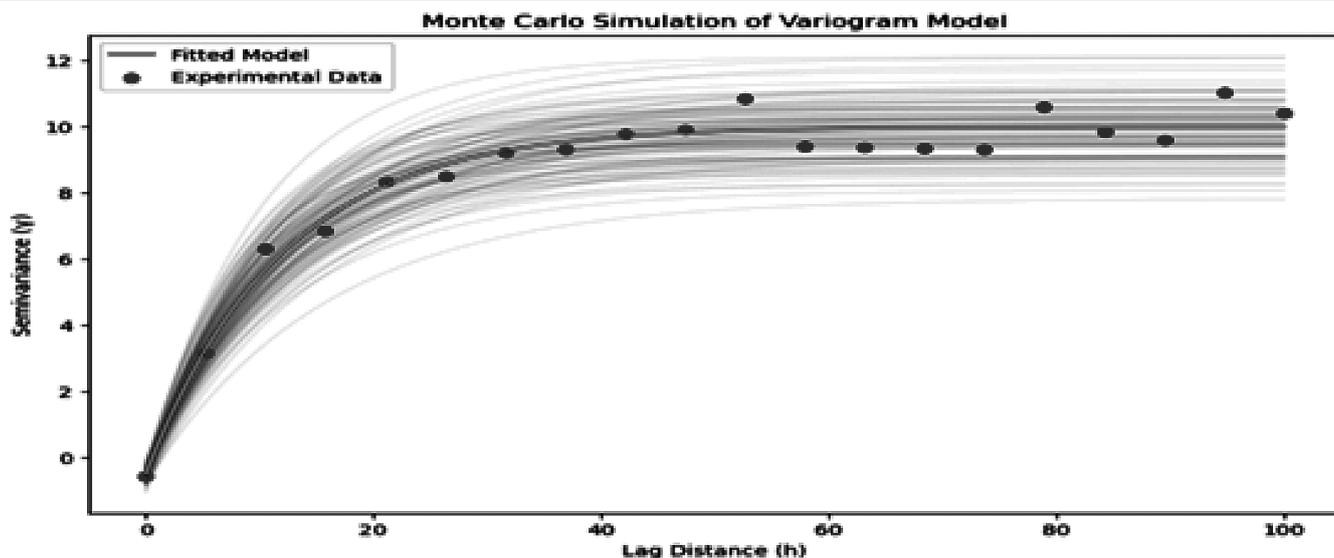


Рис. 7. Моделирование вариограмм с задержкой по времени методом Монте-Карло

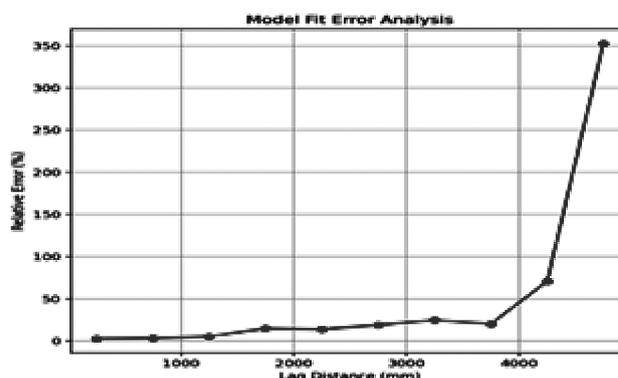
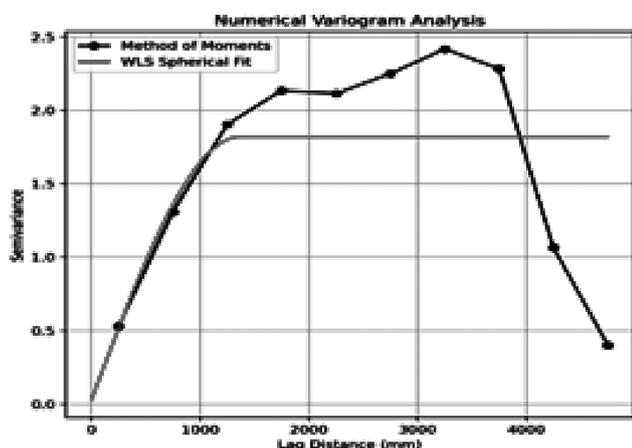


Рис. 8. Численный анализ вариограммы и анализ ошибок подгонки модели

с использованием стохастических или вероятностных методов, таких как моделирование Монте-Карло, для моделирования того, как изменчивость свойств грунта может повлиять на общее поведение деформации.

Создайте карты, показывающие пространственное распределение дисперсии кригинга. Области с высокой дисперсией соответствуют местам с большей неопределенностью оценок E .

Для выполнения моделирования Монте-Карло я сгенерирую несколько реализаций параметров модели вариограммы (например, самородок, порог, диапазон) на основе случайной выборки, затем вычислю и визуализирую полученные вариограммы для оценки изменчивости и неопределенности.

Сводка параметров моделирования Монте-Карло: Самородок (c_0): Среднее = 0,005, Std = 0,003

Порог (c): Среднее = 1,498, Std = 0,292 и Размах (a): Среднее = 40,352, Std = 5,839. Моделирование методом Монте-Карло успешно сгенерировало несколько вариограмм на основе случайной выборки параметров, визуализировало изменчивость и предоставило сводную статистику для параметров самородка, порога и размаха. Результаты:

Результаты подгонки модели вариограммы:

Я буду применять численные методы для расчета и анализа вариограммы, используя различные подходы: Я выполнил комплексный численный анализ вариограммы, используя метод моментов и взвешенный метод наименьших квадратов. Вот (см. рис. 8).

Результаты численного анализа: метод статистики моментов: количество лагов: 10, средняя полудисперсия: 1,641, дисперсия полудисперсии: 0,513, параметры подгонки по взвешенным наименьшим квадратам: самородок (c_0): **0,027**, порог (c): 1,792, диапазон (a): 1364,639, статистика подгонки модели: средняя относительная

ошибка: 52,82 %, максимальная относительная ошибка: 352,74 %, среднеквадратичное отклонение: 0,594, коэффициент корреляции : **0,558**.

На левом графике показана экспериментальная вариограмма, рассчитанная методом моментов (чёрные точки), и аппроксимированная сферическая модель с использованием метода взвешенных наименьших квадратов (красная линия). На правом графике показана относительная погрешность между моделью и экспериментальными данными на каждом лаге.

Вывод

Оценка изменчивости модуля деформации грунта с использованием данных зондирования СРТ имеет решающее значение для эффективного геотехнического анализа и проектирования. Используйте геостатистические методы, такие как вариограмма, для моделирования пространственной изменчивости и прогнозирования модуля деформации в местах, где не производился отбор проб. Случайная составляющая дисперсии выборки, которая измеряет разницу в содержании между близко расположенными образцами. Величина эффекта зависит от сети отбора проб месторождения и степени изменчивости. Выберите теоретическую модель варио-

граммы, которая наилучшим образом соответствует экспериментальным данным, включая сферическую, экспоненциальную и гауссову модели.

Высокий показатель указывает на значительную мелкомасштабную изменчивость или шум, Высокий частичный порог указывает на сильную пространственную зависимость, а большой диапазон ($>40m$) означает, что пространственная зависимость распространяется на большие расстояния.

Зона влияния: максимальное расстояние, на котором сохраняется корреляция между выборками. Вариограмма достигает порогового значения на расстоянии, равном зоне влияния.

Необходимый компьютерный код прост и в основном доступен в открытом доступе. Все предлагаемые здесь модели вариограмм гарантированно положительно определены, поэтому проблем с реализацией не возникает. Более точное соответствие экспериментальным вариограммам приводит к улучшению прогнозов.

Такой подход дает ценную информацию о пространственном распределении деформации грунта, повышает точность геотехнических оценок и способствует принятию обоснованных решений по инженерным проектам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коберн Т.К. Статистические методы анализа пространственных данных. *Math Geol* 38, 511–513 (2006). <https://doi.org/10.1007/s11004-006-9035-y>
2. John Wiley & Sons. Геостатистика для экологов (второе издание, Университет Рединга, Великобритания, 2007).
3. Кресси Н., Истоки кригинга. *Математическая геология*, 1990, 22(3), 239–252. [10.1007/BF00889887](https://doi.org/10.1007/BF00889887).
4. Грэм Ф. Бонэм-Картер Pergamon, Компьютерные методы в науках о Земле, том 13, (1994).
5. Deutsch C.V., Journal A.G. Библиотека геостатистического программного обеспечения и руководство пользователя. Oxford University Press, (1998). <https://doi.org/10.1017/S0016756899531774>.
6. Хейвелинк Г.Б.М. и Вебстер Р. Оценка неопределенности пространственной информации о почве. *Энциклопедия почв в окружающей среде*. (2023). <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-822974-3.00174-9>.
7. Аатира Хилал, Шабир Ахмед Бангру. Геостатистическое моделирование — инструмент для прогнозного картирования почв. (2024). <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-91068-2.00011-4>
8. Юн Ян., Геологический анализ на основе трехмерной модели вариограммы. *Хуачжунский университет науки и технологий*. (2022).
9. Хюнил Дж., Джиале Л. и Тимоти Д., Канадский геотехнический журнал, ISSN: 0008–3674.

© Нунэ Тигабу Абера (tigabera2004@gmail.com)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»