DOI 10.37882/2223-2966.2026.03.06

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ФИНАНСАХ НА ОСНОВЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ОПЕРАТОРОВ И ФИЗИЧЕСКИ-ИНФОРМИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ: АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР

MATHEMATICAL MODELING OF STOCHASTIC DYNAMICAL SYSTEMS IN FINANCE BASED ON NEURAL OPERATORS AND PHYSICS-INFORMED LEARNING: AN ANALYTICAL REVIEW

E. Dzhalmukhambetova
M. Kartashov
E. Syachina
A. Toshpulotov

Summary. A systematic analysis of machine learning approaches for solving SDEs in quantitative finance is conducted. The study compares classical numerical methods, physics-informed neural networks (PINNs), and operator architectures (DeepONet, FNO). It is established that neural operators overcome the «curse of dimensionality», providing multi-order computational acceleration for calibration and pricing tasks in dimensions $d > 50$. Key limitations are identified: the retraining intensity of PINNs and the high data dependency of operator methods. The study substantiates the effectiveness of hybrid physics-informed neural operators (PINO) for multi-asset portfolio risk management, as they combine high-speed inference with the physical consistency of the model.

Keywords: neural network operators, physics-informed neural networks, stochastic differential equations, derivative pricing, curse of dimensionality, model calibration, quantitative finance.

Джалмухамбетова Елена Азатуллаевна
кандидат физико-математических наук,
Каспийский институт морского и речного транспорта им. ген.-адм. Ф.М. Апраксина филиал,
ФГБОУ ВО Волжский государственный университет водного транспорта, г. Астрахань
elena_jalm@mail.ru

Карташов Максим Вячеславович
доцент, Каспийский институт морского и речного транспорта им. ген.-адм. Ф.М. Апраксина филиал,
ФГБОУ ВО Волжский государственный университет водного транспорта, г. Астрахань

Сячина Евгения Ильинична
старший преподаватель,
ФГБОУ ВО Астраханский государственный университет имени В.Н. Татищева, г. Астрахань
eanyushina@yandex.ru

Тошпулотов Алишер Аминович
PhD в области Бизнеса и Экономики, доцент,
Европейский Международный Университет,
Технологический Университет Таджикистана,
г. Душанбе, Таджикистан
a.toshpulotov@yandex.com

Аннотация. Проведен систематический анализ подходов машинного обучения к решению СДУ в количественных финансах. Сравниваются классические численные методы, физически-информированные нейронные сети (PINNs) и операторные архитектуры (DeepONet, FNO). Установлено, что нейросетевые операторы преодолевают «проклятие размерности», обеспечивая ускорение вычислений на несколько порядков в задачах калибровки и ценообразования при $d > 50$. Определены ключевые ограничения: трудоемкость переобучения PINNs и высокая потребность операторов в данных. Обоснована эффективность гибридных физически-информированных операторов (PINO) для риск-менеджмента мульти-ассетных портфелей, сочетающих высокую скорость инференса с физической строгостью модели.

Ключевые слова: нейросетевые операторы, физически-информированные нейронные сети, стохастические дифференциальные уравнения, ценообразование деривативов, проклятие размерности, калибровка моделей, количественные финансы.

Введение

Проблема «проклятия размерности» остается фундаментальным барьером для классических методов решения СДУ в количественных финансах. Сложность методов Монте-Карло растет экспоненциально $O\left(\mu^{-2-d}\right)$, что ограничивает анализ мульти-ассетных и траекторно-зависимых деривативов. Современный рынок требует устойчивой калибровки с оценкой эпистемической неопределенности и гарантией физической согласованности прогнозов.

Эволюция подходов ознаменовала переход от сеточных схем к физически-информированным нейронным сетям (PINNs) и нейросетевым операторам. Эта смена парадигмы — от поиска единичного решения к изучению отображений между функциональными пространствами — систематизирована Karniadakis et al. [1]. Методология PINNs, заложенная Raissi et al. [2], позволила интегрировать дифференциальные операторы в функцию потерь через автоматическое дифференцирование. Параллельно подход Han et al. [3] на базе глубоких обратных СДУ (deep BSDE) обеспечил решение уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана в размерностях свыше 100. Настоящая статья систематизирует данные подходы, проводя сравнительный анализ их эффективности и перспектив гибридизации для моделирования стохастических систем.

Результаты

Несмотря на многолетнее развитие вычислительной финансовой математики, классические методы решения дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) для ценообразования деривативов сталкиваются с принципиальными ограничениями, становящимися критическими в многомерных задачах. Методы Монте-Карло, занимающие центральное место в практике благодаря универсальности, ограничены теоретической сложностью $O\left(\mu^{-2-d}\right)$, где ε — точность, а d — размерность. Данное «проклятие размерности» делает их неэффективными для многомерных американских опционов при $d>10$. При этом работа с зависимыми от траектории (path-dependent) контрактами осложняется марковской природой симуляций, а модификации вроде методов регрессии Лонгстаффа-Шварца вносят дополнительную аппроксимационную ошибку. Параллельно с этим конечно-разностные методы (FDM) сталкиваются с проблемой жёсткости (stiffness) систем и сеточной зависимостью, что затрудняет генерацию качественных сеток для сложных геометрий. Особенно остро стоит проблема обработки свободных границ для американских опционов; в многомерном случае ($d>2$) построение адаптивных сеток практически неосуществимо. Как отмечают Gatta et al. [4], даже методы конечных элементов (FEM), несмотря на вариационную формулировку, сохраняют зависимость от сеточной структуры и демонстрируют экспоненциальный рост числа степеней свободы. Дополнительные трудности возникают в обратных задачах калибровки (например, моделей Хестона), которые являются некорректно поставленными в смысле Адамара: их решения неустойчивы к шуму, а классическая оптимизация страдает от многоэкстремальности функционала.

Переход к нейросетевым методам базируется на теореме универсальной аппроксимации, легитимизирующей использование нейросетей для оценки функций цены опционов [4], и технологии автоматического дифференцирования, позволяющей вычислять чувствительности (Greeks) с машинной точностью без ошибок дискретизации. Это создает базу для развития физически-информированных и операторных подходов.

Методология PINNs трансформирует ценообразование в задачу минимизации невязки дифференциального оператора. В отличие от чисто эмпирических моделей, PINNs встраивают фундаментальные финансовые законы непосредственно в функцию потерь через автоматическое дифференцирование, обеспечивая физическую согласованность решений на уровне архитектуры сети.

Математическая формализация PINNs для ценообразования опционов базируется на параметризации ценовой функции нейронной сетью $\hat{V}_\theta\left(S,t\right)$, где — обучаемые параметры (веса и смещения), S — цена базового актива, а t — время. Согласно Kazemian et al. [5], аппроксимация решения уравнения Блэка-Шоулза достигается минимизацией композитной функции потерь, включающей три фундаментальных компонента: невязку уравнения в частных производных (PDE), начальные условия (payoff) и граничные условия.

Операторная невязка для европейских опционов формулируется через дифференциальный оператор $\mathcal{N}$:

$$\mathcal{L}_{\mathcal{PDE}} = \frac{1}{N_{col}} \sum_{i=1}^{N_{col}} \left| \frac{\partial \widehat{V_\theta}}{\partial t} + \frac{1}{2}\tilde{A}^2 S_i^2 \frac{\partial^2 \widehat{V_\theta}}{\partial S^2} + rS_i \frac{\partial \widehat{V_\theta}}{\partial S} - r\widehat{V_\theta} \right|^2$$

где все частные производные вычисляются с использованием автоматического дифференцирования, что исключает ошибки дискретизации, характерные для сеточных методов.

Полная функция потерь представляет собой взвешенную сумму:

$$\mathcal{L}_{total} = \lambda_1 \mathcal{L}_{\mathcal{PDE}} + \lambda_2 \mathcal{L}_{\mathcal{IC}} + \lambda_3 \mathcal{L}_{\mathcal{BC}}$$

Здесь $\mathcal{L}_{\mathcal{IC}}$ (initial condition) отвечает за соответствие функции выплат в момент экспирации T, а $\mathcal{L}_{\mathcal{BC}}$ (boundary conditions) накладывает ограничения при $S \to 0$ и $S \to \infty$. Использование весовых коэффициентов λ_i позволяет адаптивно балансировать вклад различных физических ограничений в процессе обучения, обеспечивая сходимость модели к физически согласованному решению.

Для ценообразования американских опционов с возможностью преждевременного исполнения Kazemian et al. [5] предлагают модификацию в виде obstacle-style релаксации. В рамках этого подхода нейросетевое решение сохраняет невязку PDE в области продолжения, одновременно удовлетворяя условию отсутствия арбитража $\widehat{V_\theta}(S,t) \geq \Psi(S)$, где $\Psi(S)$ — функция выплат (payoff), реализуемая через специальную проекцию выходного слоя. Данный метод формально заменяет поиск свободной границы неявным ограничением в функции потерь, что существенно упрощает вычислительную процедуру по сравнению с классическими алгоритмами отслеживания границ. Применительно к уравнению Фоккера–Планка–Колмогорова (FPK), описывающему эволюцию плотности вероятности, Duan et al. [6] демонстрируют критическую важность нормализационных ограничений $\int \widehat{p_\theta}(x,t)dx = 1$. Эти ограничения интегрируются как soft-регуляризация в общую функцию потерь, что предотвращает сходимость модели к тривиальному нулевому решению и обеспечивает сохранение вероятностной меры.

Дальнейшее развитие концепции привело к разработке специализированных архитектур — Finance-Informed Neural Networks (FINNs). В частности, Liu & E. [7] вводят нейронную сеть Колмогорова–Арнольда (Kolmogorov-Arnold Finance-Informed Neural Network, KAFIN), которая интегрирует фундаментальное представление Колмогорова–Арнольда в структуру сети. Архитектура KAFIN параметризует ценовую функцию через разложение:

$$\widehat{V_\theta}(x) = \sum_{i=1}^{2n+1} \Phi_i \left(\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j}(x_j) \right)$$

где внутренние одномерные функции $\phi_{i,j}$ трансформируют входные переменные, а внешние функции Φ_i агрегируют их вклады. Такая структура обеспечивает эффективную декомпозицию многомерных финансовых зависимостей, снижая сложность аппроксимации и улучшая интерпретируемость модели («прозрачность» влияния отдельных факторов). Функция потерь KAFIN, аналогично PINNs, включает компоненты, соответствующие начальным и граничным условиям, а также финансовому управляющему уравнению, минимизируя отклонения от теоретических законов рыночных механизмов и обеспечивая высокую точность в задачах высокой размерности.

Интеграция условий отсутствия арбитража представляет собой ключевое требование для практического применения PINNs в финансовых задачах. Kazemian et al. [5] подчеркивают необходимость жесткого ограничения выходного отображения нейронной сети для гарантии соблюдения границ no-arbitrage bounds. В частности, для европейских колл-опционов реализуется проекция выходного значения на интервал $\max\left(0, S - Ke^{-r(T-t)}\right) \leq \widehat{V_\theta} \leq S$, а для американских пут-опционов — на интервал $\max(0, K - S) \leq \widehat{V_\theta} \leq K$.

Математически это достигается через использование логистического преобразования (сигмоиды) над нормализованным выходом сети. Процедура включает нормировку целевой функции $f = \left(\hat{V} - L\right) / (U - L)$, где L и U — нижняя и верхняя границы соответственно, с последующим преобразованием в логит-пространство $z = \log\left(f / (1-f)\right)$. Обучение модели проводится на переменной z, а на этапе инференса выполняется обратное преобразование. Такой подход гарантирует, что предсказания модели всегда остаются внутри теоретически допустимого диапазона, автоматически удовлетворяя фундаментальным финансовым неравенствам и полностью исключая возможность арбитража в рамках аппроксимации.

Критические вызовы применения PINNs в финансах концентрируются вокруг обработки разрывных payoff-функций и обеспечения сходимости для FPK-уравнений. Разрывные производные в точке исполнения страйка создают особые трудности для нейронных сетей, склонных к гладкой интерполяции. Kazemian et al. [5] отмечают, что ошибки достигают максимума в окрестности $S \approx K$ и при $t \to T$, где решение демонстрирует наиболее резкие изменения. Duan et al. (2025) [6] систематически исследуют проблему сходимости PINNs для FPK-уравнений, устанавливая, что стандартные реализации склонны к сходимости к тривиальному решению $p(x,t) \equiv 0$ из-за недостаточной регуляризации массы вероятности. Предлагаемая модификация DSN-PINNs (Distribution Self-adaptive Normalized PINNs) включает двухэтапную процедуру: предобучение с нормализационным ограничением, реализуемым как $\mathcal{L}_n = \left|\bar{p}(x,t;w) - C_T / \mathcal{M}(\mathcal{Q})\right|^2$, и последующую адаптивную ресэмплинг на основе оцененного распределения с использованием взвешенной ядерной оценки плотности.

Фундаментальное различие между soft constraints и hard constraints существенно влияет на свойства сходимости PINNs. Soft constraints, представленные весовыми коэффициентами в функции потерь $(\lambda_r, \lambda_i, \lambda_b)$, обеспечивают гибкость балансирования между различными физическими требованиями, но требуют тщательной настройки весов для предотвращения доминирования отдельных компонентов. Hard constraints, реализуемые через архитектурные модификации или точное удовлетворение определенных условий, гарантируют строгое соблюдение критических ограничений (например, нормализации вероятности или no-arbitrage bounds), потенциально улучшая устойчивость обучения, но ограничивая гибкость модели. Duan et al. [6] демонстрируют, что интеграция нормализации как soft constraint с адаптивным ресэмплингом обеспечивает компромисс между вычислительной эффективностью и точностью решения, достигая MAE порядка 10^{-3} для многомерных FPK-уравнений при значительном сокращении вычислительных затрат по сравнению с методами Монте-Карло.

Операторное обучение переходит от аппроксимации функций к изучению отображений между бесконечномерными функциональными пространствами. Теоретическая база, согласно Lu et al. [8], опирается на теорему об универсальной аппроксимации операторов. Ключевым свойством таких моделей является инвариантность к дискретизации [9], позволяющая переносить решения между сетками разного разрешения без переобучения. Реализацией этого подхода стала архитектура DeepONet [8], объединяющая через скалярное произведение выходы двух подсетей: branch net (кодирование входного пространства параметров) и trunk net (кодирование координат домена). Модель эффективно аппроксимирует явные и неявные операторы, описывающие стохастические дифференциальные уравнения.

Альтернативный подход представлен в работе Li et al. [9], где предложен Fourier Neural Operator (FNO), параметризующий интегральное ядро в пространстве Фурье. Авторы показывают, что использование быстрого преобразования Фурье (FFT) обеспечивает квазилинейную сложность $O(N\log N)$, ускоряя вычисления на три порядка относительно традиционных решателей. Уникальной особенностью FNO является способность к zero-shot super-resolution, позволяющая модели экстраполировать решения на более высокие разрешения без дополнительного обучения.

Сравнительный анализ вычислительной эффективности выявляет фундаментальное различие: методы типа Neural-FEM (PINNs) аппроксимируют решение для конкретного экземпляра уравнения, требуя переобучения при любом изменении параметров. В отличие от них, нейронные операторы (DeepONet, FNO) изучают отображение между бесконечномерными функциональными пространствами. Обучаясь на семействе PDE, операторные архитектуры требуют лишь прямого прохода сети (forward pass) для получения решения при новых входных данных.

Согласно Li et al. [9], в задачах с множественными вычислениями (например, MCMC) использование FNO сокращает время расчетов с часов до минут, обеспечивая ускорение на несколько порядков без потери точности. Таким образом, если PINNs заменяют базисные функции классических конечных элементов пространством нейросетей для решения одной задачи без размеченных данных, то операторный подход позволяет радикально оптимизировать ресурсоемкие процессы калибровки и риск-менеджмента за счет инвариантности к параметрам уравнения.

Эволюцию вычислительных методов — от классических численных решателей и PINNs к нейронным операторам — можно охарактеризовать как концептуальный переход от поиска аппроксимации конкретной функции к изучению отображения между бесконечномерными пространствами:

$$\underbrace{\theta \mapsto \hat{V}(x,t)}_{\text{PINNs}}\text{Эволюция} \to \underbrace{\mathcal{G}_{,}\ : \mathcal{A} \to \mathcal{V}}_{\text{Neural Operators}}$$

В левой части (PINNs) нейронная сеть ищет функцию значения $\hat{V}$ для фиксированного набора параметров уравнения. В правой части (Neural Operators) параметризуется нелинейный оператор $\mathcal{G}_\theta$, который принимает на вход функциональные параметры (например, локальную волатильность $\sigma(S,t)$ или коэффициент сноса $\mu(S,t)$) и мгновенно возвращает соответствующую функцию решения V во всей области определения.

Гибридное направление — Physics-Informed Neural Operators (PINO) — объединяет операторный подход с физическими ограничениями (residual-based loss), что нивелирует главный недостаток операторов: потребность в избыточных обучающих данных. В задачах стохастических СДУ нейронные операторы выступают сверхбыстрыми «эмуляторами», способными аппроксимировать отображение параметров в состояние системы за миллисекунды.

Критическую значимость это имеет для байесовского вывода и алгоритмов MCMC. По данным Li et al. [9], замена традиционных решателей на Fourier Neural Operator (FNO) сокращает время расчетов MCMC с часов до минут при сохранении сопоставимой точности. Для обеспечения надежности в условиях рыночной неопределенности применяются методы количественной оценки неопределенности (UQ), такие как ансамблирование (Deep Ensembles), позволяющие калибровать доверительные интервалы предсказаний.

Однако при решении обратных задач стандартные операторы могут проявлять неустойчивость к шуму. Для преодоления этого барьера Behroozi et al. [10] предложили архитектуру Sensitivity-Constrained FNO (SC-FNO), в которой в функцию потерь введен регуляризатор чувствительности (Jacobian loss), обеспечивающий устойчивость инверсии параметров.

Behroozi et al. [10] демонстрируют, что принудительное обучение градиентам решения по параметрам ($\partial u / \partial p$) не только повышает точность восстановления параметров в обратных задачах, но и значительно снижает требования к объему обучающей выборки. SC-FNO оказывается устойчивым к «дрейфу концепций» (concept drift) и эффективно справляется с многомерными параметрическими пространствами (до 80+ параметров), что ранее было недоступно для классических FNO.

Практическое применение нейронных операторов в финансах сосредоточено на калибровке поверхностей волатильности и моделировании процессов с прыжками. Благодаря спектральной параметризации FNO эффективно аппроксимирует интегро-дифференциальные уравнения (модели Мертона, Коу), обеспечивая мгновенный пересчет рисков в реальном времени.

Главным преимуществом нейросетевых подходов является их «безсеточная» (mesh-free) природа, позволяющая, по данным Zhai et al. [11], обходить «проклятие размерности» при решении уравнений Фоккера-Планка. Yang et al. [12] теоретически обосновали сходимость таких моделей (NN-SDE) без экспоненциального роста сложности, что критично для портфелей с числом активов $d > 50$. Использование Lévy-индуцированных сетей дополнительно позволяет улавливать ценовые скачки, недоступные классическим моделям ARIMA или LSTM.

Интеграция операторов с методами Монте-Карло (MC) создает гибридные схемы, где MC генерирует опорные точки для обучения сверхбыстрого суррогата [11]. Обученная сеть заменяет ресурсоемкие схемы Эйлера-Маруямы, сокращая время инференса до долей секунды [9]. Таким образом, комбинация FNO и DeepONet с методами регуляризации чувствительности [10] формирует новый стандарт суррогатного моделирования высокоразмерных финансовых систем.

Для систематизации выявленных различий между классическими и нейросетевыми подходами в таблице 1 представлено количественное сравнение методов по ключевым критериям вычислительной эффективности, требований к данным и применимости в практических финансовых задачах.

Анализ выявляет компромисс между универсальностью и специализацией методов. Классические подходы обеспечивают интерпретируемость и гарантии отсутствия арбитража, необходимые для регуляторного соответствия. PINNs сочетают физическую строгость с гибкостью нейросетей, однако ограничены вычислительными затратами на переобучение. Нейросетевые операторы (DeepONet, FNO, SC-FNO) демонстрируют превосходство в задачах с переменными параметрами, приоритизируя эффективность. Ключевым результатом является преодоление «проклятия размерности» операторными методами, что делает возможным моделирование мульти-ассетных портфелей ($d > 50$), недоступное традиционным алгоритмам.

Заключение

Проведенное исследование подтвердило, что классические методы (Монте-Карло, FDM) ограничены «проклятием размерности», тогда как переход к глубокому обучению знаменует сдвиг к изучению непрерывных отображений между функциональными пространствами. На основании анализа авторами сформулированы следующие выводы:

1. Архитектуры PINNs эффективно интегрируют финансовые законы в функцию потерь, а модификации типа KAFIN и DSN-PINNs успешно решают задачи с разрывными выплатами и уравнениями

Таблица 1.
Сравнительный анализ численных методов решения стохастических дифференциальных уравнений в финансах

Критерий сравнения	Классические (MC / FDM)	PINNs (Physics-Informed)	Операторные методы (FNO / DeepONet)
Точность (L2 / MAE)	$O(N^{-1/2})$ / $O(h^2)$	Высокая $(10^{-3} - 10^{-4})$	Стабильная ($<1\%$)
Скорость инференса	Низкая (требует новых расчетов)	Средняя (требует переобучения)	Высокая (миллисекунды)
Масштабируемость (d)	Экспоненциальные затраты	Эффективно до $d \approx 20$	Преодолевает $d > 100$
Потребность в данных	Не требуются	Минимальные	Высокие (обучающая выборка)
Обратные задачи	Итерационный подбор	Прямое встраивание в Loss	Нативно (через Jacobian)
Гарантии No-arbitrage	Встроены в алгоритм	Требуют проекции выхода	Не гарантированы (черный ящик)
Основная ниша	Простые активы, лимиты VaR	Сложная калибровка параметров	HFT, риск-менеджмент портфеля

Фоккера–Планка–Колмогорова с высокой точностью.

2. Нейросетевые операторы (DeepONet, FNO) обеспечивают инференс в реальном времени. Благодаря инвариантности к дискретизации они ускоряют ресурсоемкие расчеты (MCMC) с часов до миллисекунд.
3. Гибридизация в форме PINO является наиболее перспективным вектором, сочетая мгновенный отклик с физической строгостью.

Синергия операторного и физически-информированного обучения формирует новый стандарт суррогатного моделирования, позволяя эффективно управлять рисками в высокоразмерных системах ($d > 50$) и преодолевать классические вычислительные барьеры в количественных финансах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Karniadakis G.E., Kevrekidis I.G., Lu L., Perdikaris P., Wang S., Yang L. (2021). Physics-informed machine learning. Nature Reviews Physics, 3(6), 422–440.
2. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational Physics, 378, 686–707.
3. Han J., Jentzen A., E W. (2018). Solving high-dimensional partial differential equations using deep learning. PNAS, 115(34), 8505–8510.
4. Gatta F., Schiano Di Cola V., Giampaolo F., Piccialli F., Cuomo S. (2023). Meshless methods for American option pricing through Physics-Informed Neural Networks. Engineering Analysis with Boundary Elements, 151, 68–82.
5. Kazemian Sina & Farhani Ghazal & Yazdi Amirhessam. (2025). An uncertainty-aware physics-informed neural network solution for the Black-Scholes equation: a novel framework for option pricing.
6. Duan Y., Wang X., Zhang Z. (2025). Solving Fokker-Planck-Kolmogorov equation by distribution self-adaptation normalized physics-informed neural networks.
7. Liu J., E W. (2024). Kolmogorov-Arnold Finance-Informed Neural Network in option pricing. Applied Sciences, 14(24), 11618.
8. Lu L., Jin P., Pang G., Zhang Z., Karniadakis G.E. (2021). Learning nonlinear operators via DeepONet based on the universal approximation theorem of operators. Nature Machine Intelligence, 3(3), 218–229.
9. Li Z., Kovachki N., Azizzadenesheli K., Liu B., Bhattacharya K., Stuart A., Anandkumar, A. (2021). Fourier neural operator for parametric partial differential equations. ICLR.
10. Behroozi A., Shen C., & Kifer D. (2025). Sensitivity-constrained Fourier neural operators for forward and inverse problems in parametric differential equations. In Proceedings of the 13th International Conference on Learning Representations (ICLR 2025). https://openreview.net/forum?id=DPzQ5n3mNm
11. Zhai J., Dobson M., & Li Y. (2022). A deep learning method for solving Fokker-Planck equations. In Proceedings of the 2nd Mathematical and Scientific Machine Learning Conference (pp. 568–597). Proceedings of Machine Learning Research, 145. https://proceedings.mlr.press/v145/zhai22a.html
12. Yang L., Gao T., Lu Y., Duan J., & Liu T. (2023). Neural network stochastic differential equation models with applications to financial data forecasting. Applied Mathematical Modelling, 115, 279–299. https://doi.org/10.1016/j.apm.2022.10.041

© Джалмухамбетова Елена Азатуллаевна (elena_jalm@mail.ru); Карташов Максим Вячеславович;
Сячина Евгения Ильинична (eanyushina@yandex.ru); Тошпулотов Алишер Аминович (a.toshpulotov@yandex.com)
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»