ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ НЕРАВНОМЕРНОГО КОДИРОВАНИЯ

Ковальский Сергей Петрович;
К.т.н., доцент, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации
metal_forever@inbox.ru

Аннотация. В статье определение параметров системы неравномерного кодирования основано на последовательном решении задач параметрического и структурного синтеза. Это позволяет произвести эффективное кодирование с достаточной избыточностью, которая может быть использована для восстановления искаженных мультимедийных сообщений.

Ключевые слова: эффективное кодирование, неравномерный код, остаточная избыточность, кодовое дерево, синтез системы неравномерного кодирования.

DETERMINATION OF PARAMETRES OF SYSTEM OF UNEVEN CODING

S. Kovalsky

Summary. In article determination of parameters of system of uneven coding is based on the serial decision of tasks of parametrical and structural synthesis. It allows producing effective coding with sufficient redundancy which can be used for recovery of the deformed multimedia messages.

Keywords: effective coding, uneven code, residual redundancy, a code tree, synthesis of system of uneven coding.

В настоящее время для сжатия мультимедийных сообщений широко используется неравномерное кодирование по алгоритму Хаффмана. Анализ помехоустойчивости неравномерных кодов показывает, что при наличии ошибок в канале связи возникает потеря синхронизации кодовых комбинаций [1, 2, 3]. Это приводит к эффекту размножения ошибок. В результате происходит частичная или полная потеря сообщений.

В случае реальных ограничений: конечное время задержки и дискретность алгоритма кодирования, кодирование не полностью устраняет избыточность источника сообщений [4, 5, 6]. Эту остаточную избыточность можно использовать для восстановления искаженных мультимедийных сообщений.

Определение параметров системы неравномерного кодирования предлагается проводить с помощью решения задач параметрического и структурного синтеза. На первом этапе решается задача определения числа символов в кодовых комбинациях алфавита источника сообщений, т.е. количество бит в кодовой комбинации на каждую букву алфавита. На втором этапе, по полученным значениям в виде вектора с длинами кодовых комбинаций, находится решение задачи определения структуры неравномерного дерева, т.е. получения правила кодирования.

Пусть имеется набор i-х букв источника, $i=\overline{1,M}$, где M — число букв. В качестве стоимости этих букв выступает количество символов в кодовых комбинациях $k_1,k_2,...,k_M$, которые необходимо найти, и их веса, которые определяются из неравенства Крафта для неравномерных кодов

$$\sum_{i=1}^{M} r^{-k_i} \le 1 \quad (1)$$

Ограничение (1) в данном случае определяется необходимым условием однозначной декодируемости неравномерных кодов [7].

Следовательно, задача оптимизации состоит в минимизации средней длины кодовых комбинаций неравномерного кодера, и формулируется в виде целевого функционала:

$$\sum_{i=1}^{M} p_i k_i \Rightarrow \min_{k_i} \quad (2)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{M} 2^{-k_i} \le 1, \quad (3)$$

k_i — целое число. (4)

Так как ограничение (3) нелинейное относительно k, то задача оптимизации относится к нелинейному программированию. Кроме того, эта задача (нахождения числа символов в кодовых комбинациях алфавита источника) относится к классу сепарабельных задач и является задачей целочисленного программирования [8].

Для решения задачи (2), (3)-(4) используется метод динамического программирования.

Основные элементы метода динамического программирования для оптимизации количества бит на алфавит

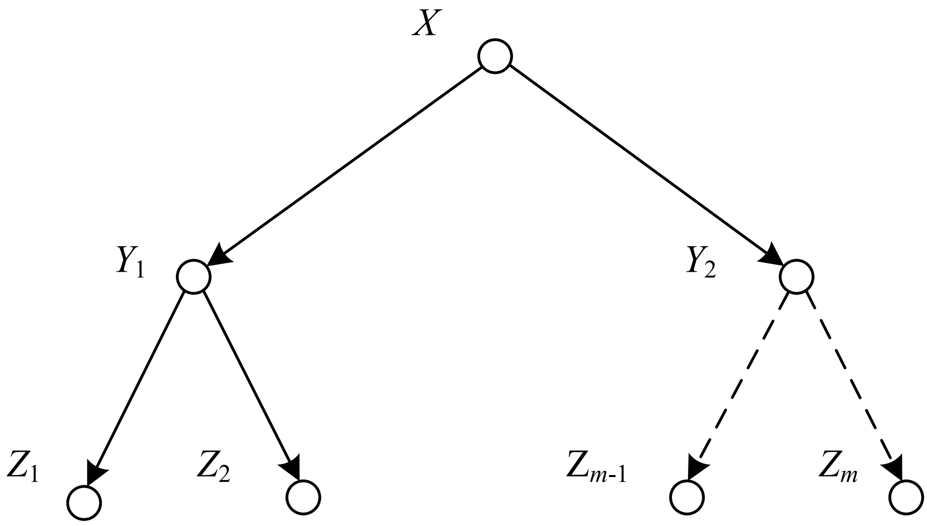

Рис. 1. Равномерный бинарный граф

источника сообщений в целом определяются следующим образом [9]:

1) Этап i ставится в соответствие i-ой букве, i=1, 2, …, M.

2) Состояние y_i на i-м этапе выражает однозначную декодируемость i-х букв, $i \le M$.

3) Варианты решения k_i на i-м этапе описываются количеством бит на букву источника сообщения.

Эти элементы связаны следующими уравнениями Беллмана:

$$f_1(y_1) = \min_{k_1} \{ p_1 k_1 \}, \tag{5}$$

$$f_i(y_i) = \min_{k_i} \left\{ p_i k_i + f_{i-1}(y_i - 2^{-k_i}) \right\};\ i = 2,3,...,M \tag{6}$$

$$f_M(y_M) = \min_{k_M} \left\{ p_M k_M + f_{M-1}(y_M - 2^{-k_M}) \right\} \tag{7}$$

Необходимо отметить, что точность решения задачи (2), (3)-(4) определяется количеством состояний y_i, число которых зависит от способа разбиения интервала [0, 1], согласно (3). Кроме того, минимальное число вариантов решения K определяется произведением энтропии источника на количество букв алфавита:

$$K = -M \cdot \sum_{i=1}^{M} p_i \log p_i \tag{8}$$

Также можно установить нижнюю границу целевого функционала (2) на основе данных об энтропии источника:

$$H(\overline{p}) = -\sum_{i=1}^{M} p_i \log p_i$$

Сравнение этой нижней границы с значением (2) в экстремальной точке: $F_{Ц}(\overline{p}, \overline{k}^*)$, где $\overline{k}^*$ — оптимальное распределение бит для букв алфавита, позволит произвести априорную оценку качества кодирования при заданных ограничениях.

Таким образом, в результате решения параметрической части задачи синтеза неравномерного кода получено минимальное число бит, приходящихся на символ источника.

Теперь для заданного числа бит в виде вектора

$\overline{k}^{*T} = (k_1^*, k_2^*, ..., k_M^*)$, где M — число букв алфавита источника, из равномерного бинарного дерева кодирования с количеством вершин:

$$m = 2^{\max\limits_{k_i}[k_1, k_2, ..., k_i, ..., k_M]+1} - 1 \tag{9}$$

находится неравномерное дерево с заданными расстояниями от корневой вершины до всех концевых. При этом каждая дуга имеет вес 1 бит.

В графовой постановке задача будет выглядеть следующим образом: задан ориентированный граф $G=(V, E)$ [8], показанный на рис. 1, где $Z \subset V$ — множество «листьев», $Y \subset V$ — промежуточные вершины, $X \in V$ — корневая вершина, $X \notin V$. Требуется найти часть графа $G^*=(V^*, E^*)$ такую, что она содержит все выделенные вершины и является деревом, обладающим определенными свойствами.

Эта задача является разновидностью задачи Штейнера на графе [10].

Для разработки алгоритма решения задачи сформулируем ее как задачу нахождения кратчайших путей в графе от корня X до любой вершины.

Тогда исходный граф задан матрицей инциденций $\|A\|$ [9]:

$$\begin{Vmatrix} a_{01} & a_{02} & \dots & a_{0n} \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{Vmatrix}.$$

Так как число дуг в равномерном ориентированном бинарном графе равно количеству вершин без корневой: $i, j = \overline{1, m}$ и $n = m$.

$$a_{ij} = \begin{cases} +1, \text{если дуга } j \text{ выходит из вершины } i \\ -1, \text{если дуга } j \text{ входит в вершину } i \\ 0 \ \text{ в противном случае.} \end{cases}.$$

Сформируем из матрицы инциденций $\|A\|$ матрицу весов дуг $\|B\|$, состоящую из 0 и 1 так, что все –1 в $\|A\|$ заменим на нули:

$$\begin{Vmatrix} b_{01} & b_{02} & \dots & b_{0n} \\ b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{Vmatrix},$$

где $b_{ij} = a_{ij}$, при $a_{ij} = 1$; $b_{ij} = 0$, при $a_{ij} = -1$ или 0.

Обозначим $\|F\|$ как матрицу назначений дуг для путей от корневой вершины до M «листьев»:

$$\begin{Vmatrix} f_{01} & f_{02} & \dots & f_{0M} \\ f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nM} \end{Vmatrix}^T,$$

$$f_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } j - \text{ый путь проходит через } i - \text{ую вершину} \\ 0, \text{ если } j - \text{ый путь не проходит через } i - \text{ую вершину} \end{cases},$$

где $j = \overline{1, M}$; $i = \overline{1, m}$; $M < m$.

Тогда задача о минимальной сумме кратчайших путей из вершины X до всех листьев формулируется следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{\grave{I}} \sum_{j=0}^{m} \sum_{l=0}^{n} b_{jl} f_j \Rightarrow \min_{f_{ij}} \qquad (10)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=0}^{n} \sum_{l=0}^{m} b_{jl} f_j = k_i^*; \; i = \overline{1, M} \qquad (11)$$

$f_{ij} = 0$ или 1. (12)

Таким образом, решение задачи (10), (11)-(12) в графе G, который является равномерным бинарным деревом, задает подграф G*, который является неравномерным деревом, связывающим корневую вершину с некоторыми выбранными вершинами равномерного исходного дерева. При этом длины путей от корня до выбранных вершин известны.

Рассматриваемая задача может быть сведена к задаче поиска множества кратчайших путей от заданной вершины до всех вершин подграфа с помощью алгоритма Дейкстры, представленного в [11].

Таким образом, определение параметров системы неравномерного кодирования позволит произвести анализ неравномерного кода и эффективное кодирование с достаточной избыточностью, которая может быть использована для восстановления искаженных мультимедийных сообщений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сжатие данных, речи, звука и изображений в телекоммуникационных системах. Учебное пособие. Сергеенко В. С., Баринов В. В.— М.: РадиоСофт, 2009.— 360 с.
2. Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео.— М.: Диалог-МИФИ, 2002.— 384 с.
3. Сухман С. М., Бернов А. В., Шевкопляс Б. В. Синхронизация в телекоммуникационных системах. Анализ инженерных решений.— М.: Эко-Трендз, 2003.— 272 с.

4. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. Пер. с англ. под ред. М. С. Пинскера и Б. С. Цыбакова. М., Советское радио, 1974.— 720 с.
5. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / А. Г. Зюко, А. И. Фалько, И. П. Панфилов и др.; Под. ред. А. Г. Зюко.— М.: Радио и связь, 1985.— 272 с.
6. Хаффман Д. А. Метод построения кодов с минимальной избыточностью // Кибернетический сборник.— 1961.— Выпуск 3.— с. 79–87.
7. Стиффлер Д. Д. Теория синхронной связи.— М.: Связь. 1975.— 488 с.
8. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. Пер. с англ.— М.: Мир, 1985.— 512 с.
9. Таха Х., Введение в исследование операций. 6-е издание.: пер. с англ.— М.: Издательский дом «Вильямс», 2001.— 912 с.: ил.
10. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход.— М.: Мир, 1978.— 432 с.
11. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. Пер. с англ.— М.: Мир, 1980.— 478 с.;

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»

Академия Федеральной службы охраны Российской Федераци