

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ УГЛОМ КРЕНА СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА С УПРУГИМ КРЫЛОМ ПО ВАРИАТИВНОМУ КРИТЕРИЮ

## ANALYTICAL DESIGN OF THE AUTOMATIC CONTROL SYSTEM OF THE ROLL ANGLE OF THE MEDIUM- HAUL AIRCRAFT WITH AN ELASTIC WING ACCORDING TO THE VARIABLE CRITERION

**Nguyen Thanh Son  
S. Ribnikov**

*Summary.* The analytic design of the automatic control system of the automatic control system with the angle of roll of the medium-haul aircraft taking into account the flexural nonrigidity of the wing is carried out, according to the variable criterion, the change in the parameter leads to a counter change in the speed of the system and energy consumption for control while maintaining the high quality of the transient processes.

*Keywords:* Analytical design, energy consumption, roll angle control, aeroelastic wing movements.

**Нгуен Тхань Шон**

Аспирант, Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)  
thanhson0410@gmail.com

**Рыбников Сергей Игорьевич**

Д.т.н., профессор, Московский авиационный  
институт (национальный исследовательский  
университет)  
ribnikov\_si@mail.ru

*Аннотация.* Выполняется аналитическое конструирование (АКОР) системы автоматического управления (САУ) углом крена среднемагистрального самолета с учетом изгибной нежесткости крыла, по вариативному критерию, изменение параметра которого ведет к встречному изменению быстродействия системы и энергозатрат на управление при сохранении высокого качества переходных процессов.

*Ключевые слова:* аналитическое конструирование (АКОР), энергозатрат, управление углом крена, аэроупругие движения крыла.

### Введение, постановка задачи

**А**КОР [1,2]—метод синтеза линейных САУ, оптимальных по интегральному аддитивному квадратичному критерию, при котором ограничения фазовых координат учитываются в процессе формирования критерия. Традиционно параметрический синтез САУ ЛА выполняется методами линейной теории управления на основе упрощенных математических моделей объекта управления и первичных законов управления [3,4], при необходимости — с учетом нежесткости конструкции ЛА [5]. АКОР на классической вариационной основе для задач средней сложности позволяет получить простые решения для определения алгоритмов управления и прозрачные соотношения между параметрами критерия оптимальности и свойствами САУ [6]. Основанное на их понимании варьирование энергетических членов критерия, т.е. применение многокритериального синтеза позволяет получить гамму алгоритмов управления, при использовании порождающих гамму переходных процессов в САУ, встречно различающихся быстродействием и энергоэкономичностью, при высоком их качестве [7].

Увеличение бортовых вычислительных ресурсов летательных аппаратов открывает перспективу применения АКОРа в качестве аппарата оперативного расчета алгоритмов управления в соответствии с текущими условиями и задачами полета, т.е. своеобразного метода адаптации к ним.

В настоящей работе рассматривается задача аналитического конструирования САУ углом крена гипотетического среднемагистрального самолета с существенно упругим крылом по вариативному критерию, изменение параметра которого ведет к встречному изменению быстродействия системы и энергозатрат на управление при сохранении высокого качества переходных процессов. Синтезируются варианты пропорционально-дифференциального и пропорционально-дифференциально-интегрального алгоритмов управления. Аэроупругие движения крыла, существенные для магистральных самолетов, учитываются, во-первых, при передаче управляющих воздействий от наружных элеронов к центроплану, во-вторых, при изменении поперечного  $V$  крыла, влияющего на поперечную устойчивость ЛА, вследствие изменения нормальной перегрузки. При декомпозиции

сложной САУ для ее модального синтеза в качестве внутренней системы может рассматриваться система демпфирования колебаний крыла [8], которое в этом случае при синтезе внешних систем может приниматься хорошо демпфированным.

При АКОРе САУ  $n$ -мерным вектором фазовых координат  $X$ , с одним управляющим воздействием  $u$ , с квадратной матрицей  $A$  коэффициентов внутренних связей и матрицей-столбцом  $B$  коэффициентов при управляющем воздействии, на основе математической модели расширенного объекта

$$dX/dt = AX + Bu, \quad (1)$$

определяется алгоритм управления

$$u = -KX, \quad (2)$$

минимизирующий функционал

$$J = \int_0^{\infty} (X^T QX + Ru^2) dt, \quad (3)$$

#### Расчетная математическая модель расширенного объекта управления

За основу математической модели расширенного объекта принята модель изолированного крена с дополнениями, вызванными особенностями работы САУ крена в комплексной САУ и динамикой упругого крыла при координированном развороте ЛА.

При построении модели предполагается, что управление креном совместным воздействием каналов элеронов и руля направления выполняется одновременно с парированием скольжения, также совместным воздействием этих каналов, взаимодействующие указанные системы управления угловыми движениями хорошо демпфированы и имеют одинаковое быстродействие, обеспеченное при их совместном синтезе. При этом эффективное влияние системы рулей на креновое движение несколько ниже, чем при автономном таком движении, что учитывается в расчетах понижающим коэффициентом  $K_3 < 1$ .

Для выполнения правильного разворота (с круговым горизонтальным движением самолета с постоянной скоростью) необходима дополнительная нормальная перегрузка, компенсирующая потери вертикальной составляющей подъемной силы крыла при крене,

$$\Delta n_{y \text{ задан}} = Y/mg - 1 = 1/\cos |\gamma| - 1 \approx \gamma^2 \quad (4)$$

Формирование дополнительной подъемной силы крыла достигается за счет увеличения его угла атаки,

сопровождается ростом силы лобового сопротивления. При этом для поддержания скорости полета требуется увеличивать силу тяги двигателей на величину

$$\Delta P = (\Delta n_{y \text{ задан}} / K) * m, \quad (5)$$

где  $K$  - аэродинамическое качество крыла,  $m$  - масса ЛА. Этим определяются косвенные энергозатраты на выполнение координированного разворота ЛА. В силу сказанного, снижение среднего уровня крена за допустимое время маневра экономично энергетически не только по прямым затратам, связанным с перемещением рулевых органов, но и по косвенным затратам.

Возможны два основных варианта воздействия системы управления углом крена на систему формирования дополнительной перегрузки: параллельный и последовательный. При предполагаемой ниже в расчетах параллельной связи одновременно с командой  $\gamma_{\text{задан}}$  поступающей на первую систему, на вторую подается команда  $\Delta n_{y \text{ задан}}(\gamma_{\text{задан}})$ . При этом, при примерно одинаковых динамических характеристиках систем управления углом крена и нормальной избыточной перегрузкой, взаимосвязь переменных близка к статической:  $\Delta n_{y \text{ Дпу}} = K_{\Delta n_{y \text{ Дпу}}(\gamma)} |\gamma|$ . При последовательной связи сигналы заданной дополнительной перегрузки формируются в функции фактического значения угла крена,  $\Delta n_{y \text{ задан}}(\gamma)$ , при этом дополнительная перегрузка формируется с динамическим запаздыванием относительно угла крена, соответствующим передаточной функции САУ  $\Delta n_{y \text{ Дпу}}$

Влияние продольного углового движения на креновое движение самолета с упругим крылом состоит также в том, что увеличение угла атаки и нормальной избыточной перегрузки самолета ведет к увеличению прогиба упругого крыла, увеличению  $V$  крыла и, следовательно, возникновению дополнительного запаса статической устойчивости самолета по крену с приведенным коэффициентом  $K_y(\Delta n_{y \text{ Дпу}})$ . При этом уравнения динамики крена приобретают вид:

$$(s + b_1) \omega_x + K_y \gamma + b_3 K_3 \delta_3 = f_x; \quad (6)$$

$$-\omega_x + s\gamma = 0,$$

Здесь  $b_1$  — приведенный коэффициент собственного аэродинамического демпфирования поперечных колебаний,  $b_3$  — приведенный коэффициент эффективности управления элеронами,  $\omega_x$ ,  $\gamma$  — угловая скорость и угол крена, соответственно,  $\delta_3$  — компонента отклонения элеронов в рассматриваемом движении,  $f_x$  — приведенное возмущающее воздействие.

Рулевые приводы при математическом моделировании САУ рассматриваются как хорошо демпфированные

Таблица 1. Параметры законов управления и длительность переходных процессов в САУ с статическим автопилотом.

N	$K_m$	K(1)	K(2)	K(3)	K(4)	$T_{пп}$
1	0.5	-0.7027	-0.6516	0.4070	0.2490	6.1017
2	1	-0.8498	-0.9385	0.5757	0.2440	4.92
3	2	-1.0591	-1.3427	0.8675	0.2368	4.0555
4	10	-1.9973	-3.0381	2.3996	0.2336	3.1477
5	20	-2.7362	-4.3042	3.6531	0.2541	3.0123
6	30	-3.3122	-5.2750	4.6335	0.2767	2.9653
7	40	-3.8012	-6.0930	5.4663	0.2986	2.9414
8	50	-4.2338	-6.8136	6.2029	0.3193	2.9268

апериодические звенья второго порядка, с передаточными функциями по отношению к управляющему сигналу  $u_3$

$$W_{рп} = \delta_3(s) / u_3(s) = K_{рп} \omega_{рп}^2 / (s^2 + 2 \omega_{рп} s + \omega_{рп}^2), \quad (7)$$

где  $K_{рп}$ ,  $\omega_{рп}$ ,  $\zeta_{рп}$  — передаточный коэффициент, собственная частота недемпфированных колебаний и относительный коэффициент демпфирования привода. В расчетах принимается  $K_{рп} = 1$ , включая его сомножителем в общие передаточные числа каналов управления. При управлении креном с помощью наружных и внутренних элеронов в цепях передачи воздействий первых на центроплан находятся упругие полукрылья,

что приближенной учитывается последовательным включением в модель канала воздействия дополнительных колебательных звеньев с передаточной функцией крыла (для относительной ординаты деформации  $r$ )

$$W_{кр}(s) = \omega_{кр}^2 / (s^2 + 2\zeta_{кр} \omega_{кр} s + \omega_{кр}^2). \quad (8)$$

Тогда эффективное управляющее воздействие элеронов на ЛА приближенно представимо как

$$\delta_{эфф}(s) = [W_{кр}(s) * K_{наруж.} * K_{кручения} + K_{внутр.}] * \delta_3(s), \quad (9)$$

$$|\delta_3| < \delta_{3\max}$$

где  $K_{наруж.}$  и  $K_{внутр.}$  определяют часть управляющего момента, создаваемого наружными и внутренними элеронами, соответственно, при их совместной работе,  $K_{кручения} < 1$  определяет уровень снижения момента наружного элерона за счет кручения полукрыла при передаче управляющего воздействия,  $\delta_{3\max}$  — максимальное допустимое отклонение элерона.

### АКОР САУ с СО СТАТИЧЕСКИМ АВТОПИЛОТОМ

При АКОР САУ, реализующей описанное выше управление со статическим автопилотом, определяются коэффициенты аддитивного алгоритма управления

$$u = - [K(1) K(2) K(3) K(4)] * [\omega_x (\gamma - \gamma_{заданн}) \delta_3 r] \quad (10)$$

При синтезе хорошо демпфированные колебательные звенья принимаются апериодическими, при моделировании они рассматриваются полно. Варьируются (домножаются на коэффициент мощности  $K_m$ ) весовые коэффициенты при наиболее значимых энергетически членах критерия  $\gamma$  и  $\delta_3$ , в функции  $K_m$  определяются коэффициенты алгоритма управления, вид переходных функций и быстродействие системы (длительность переходного процесса  $T_{пп}$ ). В табл. 1 приведены коэффициенты закона управления и длительность переходных процессов в САУ при различных  $K_m$ , на рис. 1 и 2 эти зависимости отображены графически. На рис. 3 и 4 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в  $30^\circ$  при различных  $K_m$ . Наряду с проиллюстрированными решениями, выполнено математическое моделирование синтезированных САУ с введением ограничителей отклонения элеронов. Учет изгибной упругости крыла при синтезе и анализе системы автоматического управления углом крена вносит в систему статические ошибки и рост колебательности, ограничения отклонения элеронов на уровне  $20^\circ$  и  $15^\circ$  внесли в переходные процессы замедление в пределах 10%, незначительно сгладив их.

Введенный вариативный параметр критерия оптимальности является эффективным встречным воздействием на быстродействие и энергозатратность пере-

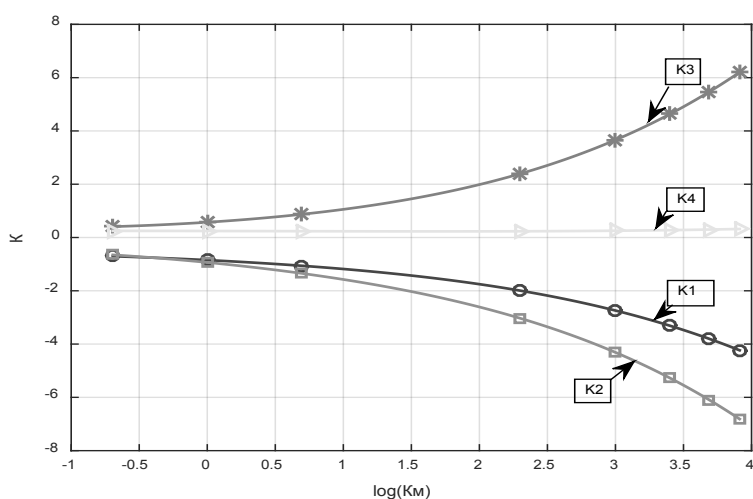


Рис. 1. Зависимости параметров законов управления САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом от  $K_M$

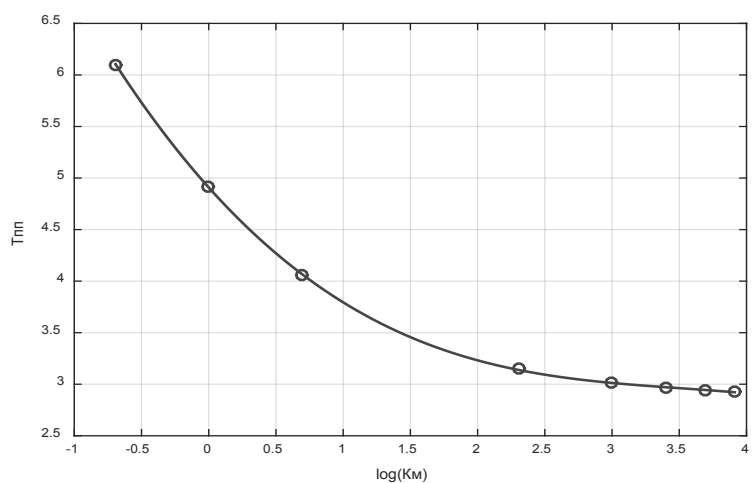


Рис. 2. Зависимости времени переходного процесса  $T_{пп}$  в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом от  $K_M$

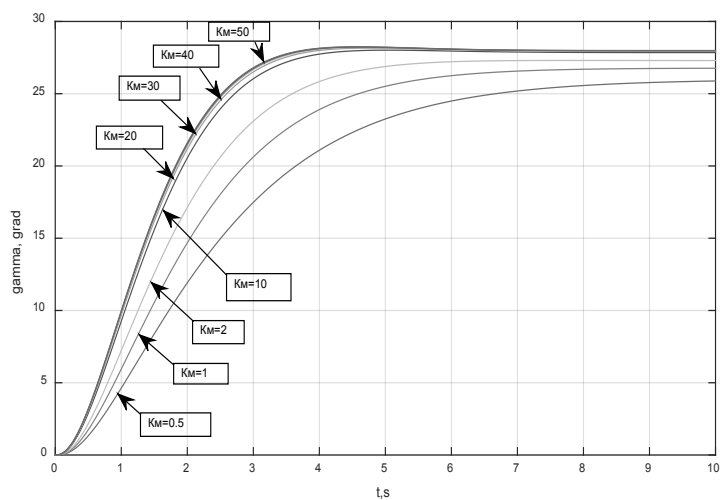


Рис. 3 Переходные процессы по углу крена самолета в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом при различных значениях  $K_M$

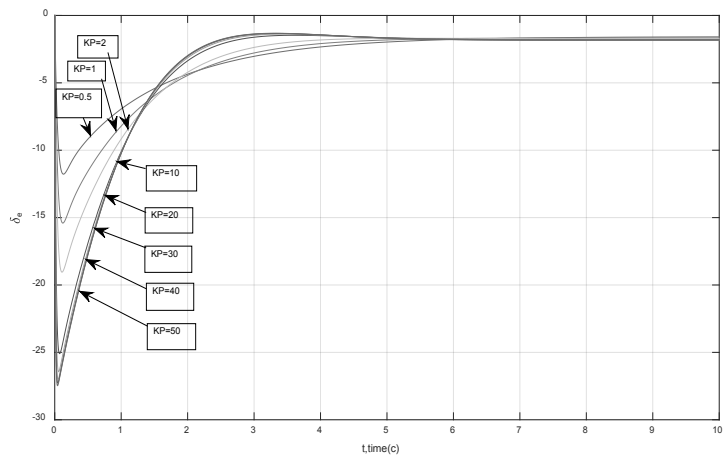


Рис. 4. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом при различных значениях  $K_M$

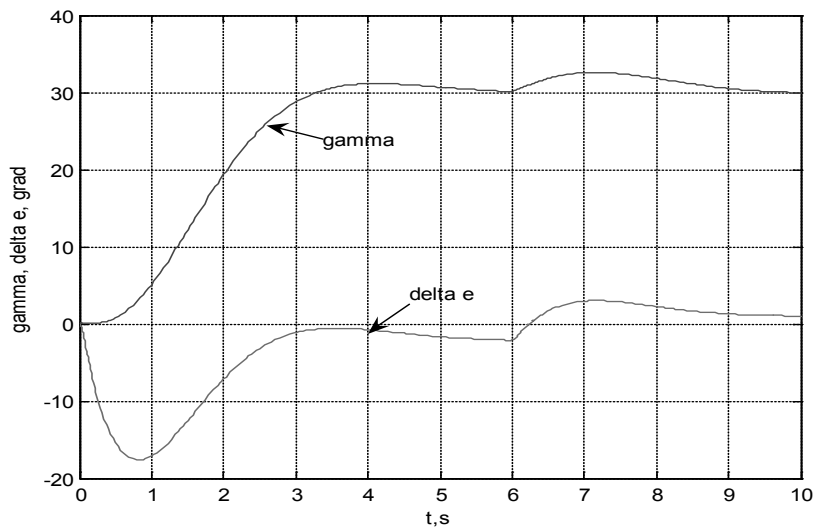


Рис. 5. Переходные процессы в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом при  $\gamma_{заданн} = 30^\circ$  и ступенчатом возмущающем воздействии, при учете упругости демпфированного крыла.

ходных процессов при сохранении их высокого качества во всем рабочем диапазоне значений. Его рост сопровождается снижением статических ошибок управления, тем не менее астатическое управление актуально

**АКОР САУ  $\gamma$   
с астатическим автопилотом**

При АКОРе САУ  $\gamma$ , реализующей описанное выше управление с астатическим автопилотом, определяются коэффициенты аддитивного алгоритма управления

$$u = -[K(1) K(2) K(3) K(4) K(5)]^*$$

$$[\omega_x \gamma \delta_3 r \gamma_i = \int_0^t (\gamma - \gamma_{заданн}) dt] \quad (11)$$

Введение интеграла по отклонению угла крена от заданного значения ведет к снижению (теоретически, в линейном приближении — к устранению) статической ошибки управления и, сглаживая управляющий сигнал, снижает броски отклонения элеронов и изгиба крыла. При этом выбором ограничений фазовых координат и получением соответствующих им передаточных чисел автопилота удастся сохранить сочетание высокого и управляемого быстродействия системы при сохранении высокого качества переходных процессов. Характер переходных процессов в САУ с астатическим автопилотом, с учетом

Таблица 2. Параметры законов управления и длительность переходных процессов в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом.

N	KP	K(1)	K(2)	K(3)	K(4)	K(5)	T <sub>пп</sub>
1	0.5	-1.4913	-2.3278	0.6382	0.2730	-0.7071	6.8451
2	1	-1.6823	-2.7866	0.6768	0.2804	-1.0000	5.6412
3	2	-1.9308	-3.4008	0.7453	0.2890	-1.4142	4.6718
4	10	-2.9121	-5.8623	1.1853	0.3189	-3.1623	3.4096
5	20	-3.6674	-7.7135	1.6228	0.3440	-4.4721	3.1376
6	30	-4.2677	-9.1570	1.9943	0.3666	-5.4772	3.0283
7	40	-4.7853	-10.3879	2.3231	0.3878	-6.3246	2.9685
8	50	-5.2484	-11.4810	2.6214	0.4079	-7.0711	2.9306

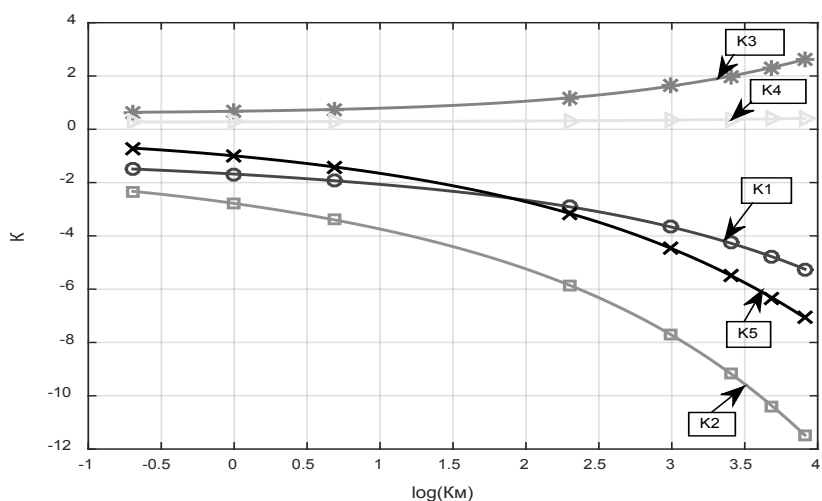


Рис. 6. Зависимости параметров законов управления САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом от  $K_m$

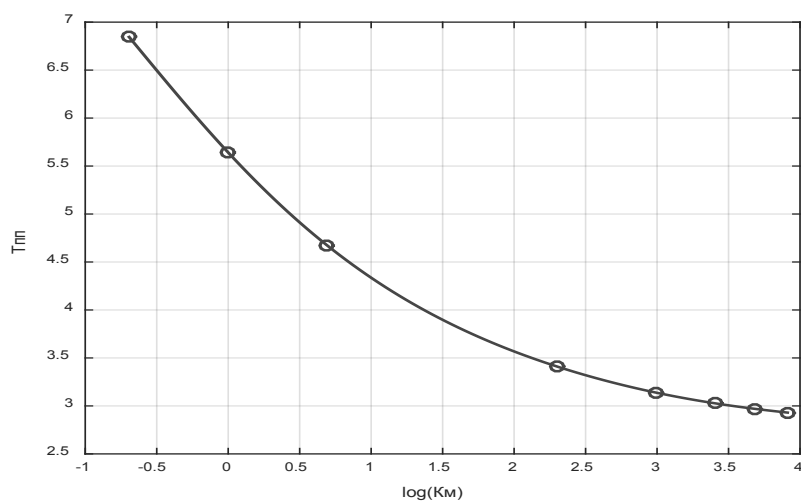


Рис. 7. Зависимости времени переходного процесса  $T_{пп}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом от  $K_m$

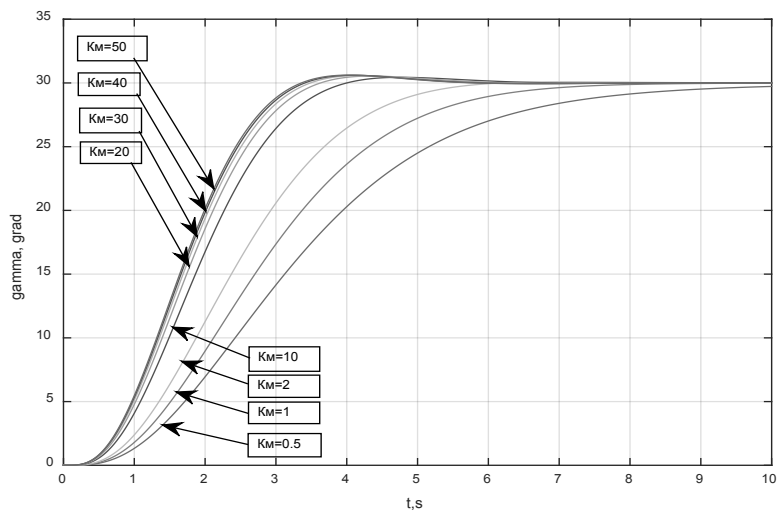


Рис. 8. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом при различных значениях  $K_M$

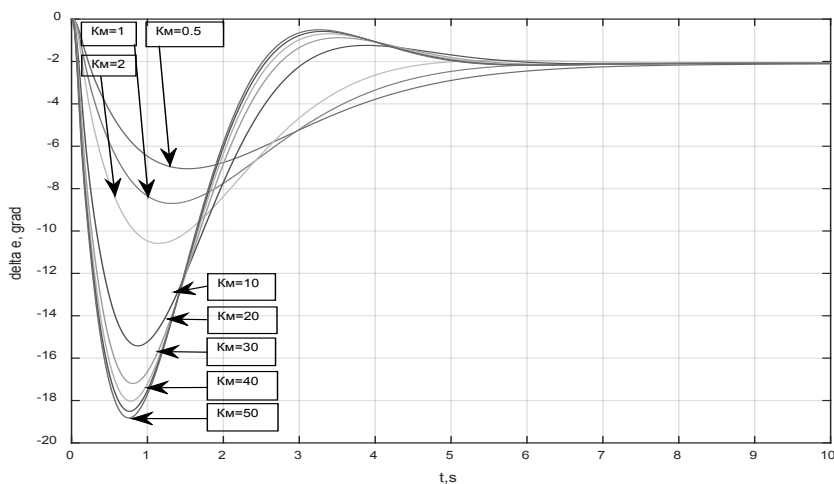


Рис. 9. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом при различных значениях  $K_M$

упругости крыла, при ступенчатых управляющем и возмущающем воздействиях иллюстрируется рис. 5.

При АКОРе астатической системы вариативные весовые коэффициенты критерия приняты следующими:  $d_{\gamma, \delta \alpha} = 1 + 0.2 * K_M, d_{\gamma_i} = K_M$ . Полученные при этом коэффициенты алгоритма управления показаны в табл. 2 и на графике рис. 7, длительность переходных процессов показана в табл. и на рис. 8, переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов показаны на рис. 8 и 9. Здесь, наряду с устранением статической ошибки, сохраняется высокое качество процессов управления и управляемость их характеристик вариативным параметром критерия оптимальности.

### Заключение

Упругость крыла вносит в систему управления углом крена самолета дополнительное самовыравнивание и, при управлении углом крена с помощью наружных элеронов, дополнительное запаздывание в тракте управления.

АКОР с введенным вариативным параметром критерия оптимальности системы управления позволяет обеспечить получение эффективно управляемых им динамических характеристик системы при высоком качестве процессов управления, что может служить основой оперативной адаптации системы к изменяющимся текущим требованиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. Ч. I, II, III — Автоматика и телемеханика, 1960, т. XXI, № 4, с. 436–441; № 5, с. 561–568; № 6, с. 661–665.
2. Красовский А. А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1969—240 с.
3. Ефремов А. В., Захарченко В. Ф., Овчаренко В. Н. и др., под ред. Г. С. Бюшгенса. Динамика полета. — М.: Машиностроение, 2011. — 776 с., ил.
4. Гуськов Ю. П., Загайнов Г. И., под ред. Г. В. Александрова. Управление полетом самолетов — М.: Машиностроение. 1992. — 213 с., ил.
5. Введение в аэроавтотупругость. Белоцерковский С. М., Кочетков Ю. А., Красовский А. А., Новицкий В. В. — М.: Наука, 1980. — 384 с., ил.
6. Рыбников С. И. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов на основе уравнения Эйлера-Пуассона. М.: Изд. МАИ, 1993. — 28 с., ил.
7. Рыбников С. И., Хоанг Минь Дак. Аналитическое конструирование законов управления продольным короткопериодическим движением самолета, оптимальных по модифицированному многовариантному критерию обобщенной работы. Вестник Московского авиационного института, 2008, т. 15, № 3, с. 154–164.
8. Рыбников С. И., Нгуен Т. Ш. Аналитическое конструирование системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла самолета, Труды Московского авиационного института, М.: МАИ, 2017, № 95, с.

© Нгуен Тхань Шон ( thanhson0410@gmail.com ), Рыбников Сергей Игорьевич ( ribnhikov\_si@mail.ru ).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»



Московский авиационный институт