

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ЛОКАЛЬНЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ МНОЖЕСТВА РАЗНОРОДНЫХ ГРУПП КОММУТАТОРОВ

Терсков Виталий Анатольевич

Доктор техн. наук, профессор, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева, Красноярск
terskovva@mail.ru

Сакаш Ирина Юрьевна

Канд. техн. наук, доцент, Красноярский государственный аграрный университет
stella93@yandex.ru

THE RELIABILITY ASSESSMENT OF LOCAL COMPUTER NETWORKS USING A MARKOV MODEL OF MULTIPLE HETEROGENEOUS SWITCH GROUPS

**V. Terskov
I. Sakash**

Summary. During the rapid development of information technology, it is impossible to exchange information without data transmission networks. Consequently, the design and development of new local computer networks requires an accurate analysis of their technical characteristics and on this basis remains one of the most urgent tasks in the field of information technology. Therefore, the article considers common topologies of local computer networks and models of reliability of restored systems, and also gives formulas for calculating complex reliability indicators of the topology in question. Relevant examples are shown. To do this, the Markov service model was used, that is, a description of the queuing operation using a Markov process with a discrete set of states.

Keywords: local computer networks, reliability of recoverable systems, Markov models, queuing systems.

Аннотация. Во время стремительного развития информационных технологий невозможен обмен информацией без сетей передачи данных. Следовательно, проектирование и разработка новых локальных компьютерных сетей требует точного анализа их технических характеристик и на этой основе остается одной из наиболее актуальных задач в области информационных технологий. Поэтому в статье рассмотрены распространенные топологии локальных компьютерных сетей и модели надежности восстанавливаемых систем, а также даны формулы для расчета комплексных показателей надежности рассматриваемой топологии. Показаны соответствующие примеры. Для этого использовалась Марковская модель обслуживания, то есть описание операции массового обслуживания с помощью Марковского процесса с дискретным множеством состояний.

Ключевые слова: локальные компьютерные сети, надежность восстанавливаемых систем, Марковские модели, системы массового обслуживания.

Введение

Так как начало XXI века ознаменовано стремительным развитием и совершенствованием информационных технологий, а также их внедрением во все сферы человеческой деятельности, то наиболее актуальной задачей является анализ технических характеристик локальных компьютерных сетей, существующих в настоящее время, и проектирование новых систем передачи данных с учетом заданных характеристик [4].

1. Аналитическая модель расчета надежности множества разнородных групп независимых восстанавливаемых объектов

Пусть имеется N типов разнородных независимых групп восстанавливаемых объектов с заданными количествами объектов в каждой группе: m_1, m_2, \dots, m_N . Объекты внутри группы имеют одинаковые интенсивности отказов и одинаковые интенсивности восстановления [2]. Объекты могут независимо отказывать и независимо восстанавливаться без каких-либо ограничений. Тогда получаем Марковскую модель надежности (рис. 1) [5]:

Процесс функционирования разнородных объектов, составляющих единую техническую систему, рассматривается как последовательная смена состояний в некотором интервале времени Δt . Этот процесс может быть описан с помощью аппарата теории массового обслуживания.

Каждый объект в некоторые случайные моменты времени может выйти из строя и нуждаться в обслуживании (восстановлении) [3]. Поток запросов на восстановление от объектов каждого типа простейший с параметром ν_1 . Интенсивность обслуживания запросов каждого типа подчиняется экспоненциальному закону распределения с параметром μ_1 . Если обслуживающий прибор свободен, то вновь поступивший запрос принимается на обслуживание. В случае занятости обслуживающего прибора запрос становится в очередь и ждет своего обслуживания. После обслуживания текущего запроса на восстановление объекта из очереди по случайному закону выбирается очередной запрос из числа поступивших на обслуживание. Фрагмент графа состояний рассматриваемой системы массового обслуживания (СМО) представлен на рисунке 1 [6].

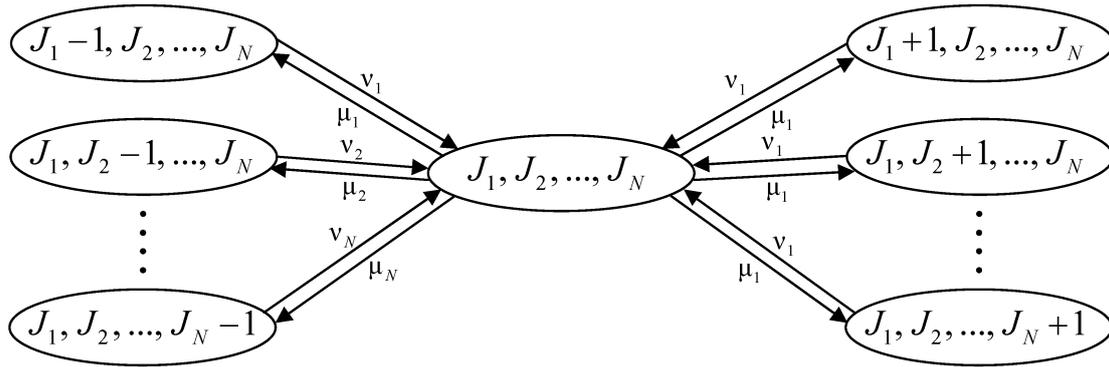


Рис. 1. Марковская модель множества разнородных групп независимых восстанавливаемых объектов

СМО может находиться в следующих состояниях:

$a_{0,0,\dots,0}$ — все объекты, входящие в структуру системы, исправны и функционируют, запросов на обслуживание нет, обслуживающий прибор свободен;

$a_{1,0,\dots,0}$ — в системе находится один запрос на восстановление от объекта первого типа, обслуживающий прибор занят обработкой поступившего запроса, очереди нет;

...;

и т. д.;

$a_{0,0,\dots,1}$ — в системе находится один запрос на восстановление от объекта N -го типа, обслуживающий прибор занят обработкой поступившего запроса, очереди нет;

a_{J_1, J_2, \dots, J_N} — в системе находятся J_i запросов на восстановление от объектов i -го типа, где $i = 1, 2, \dots, N$, обслуживающий прибор занят обработкой одного из поступивших запросов, остальные запросы находятся в очереди на обслуживание;

a_{m_1, m_2, \dots, m_N} — в системе находятся m_i запросов на восстановление от объектов i -го типа, где $i = 1, 2, \dots, N$, обслуживающий прибор занят обработкой одного из поступивших запросов, остальные $(M - 1)$ запросов находятся в очереди на обслуживание, где M — суммарное количество всех объектов системы:

$$M = \sum_{i=1}^N m_i, \quad J_i < m_i.$$

Пример графа состояний технической системы, состоящей из двух типов объектов ($N = 2$), пяти объектов первого типа ($m_1 = 5$) и трех объектов второго типа ($m_2 = 3$) представлен на рисунке 2.

Для вывода системы дифференциальных уравнений вводим следующее обозначение:

P_{J_1, J_2, \dots, J_N} — вероятность того, что в любой момент времени система находится в состоянии a_{J_1, J_2, \dots, J_N} .

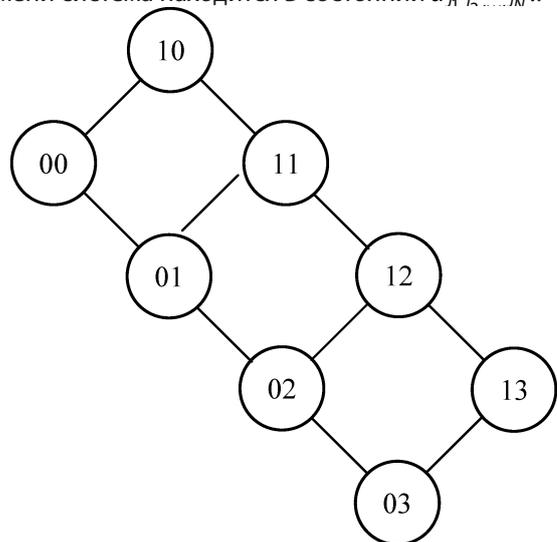


Рис. 2. Граф состояний СМО

Используя правила составления системы дифференциальных уравнений, запишем систему дифференциальных уравнений рассматриваемой системы массового обслуживания (СМО).

$$\frac{dP_{0,0,\dots,0}(t)}{dt} = -\sum_{i=1}^N v_i \cdot P_{0,0,\dots,0}(t) + \mu_1 \cdot P_{1,0,\dots,0}(t) + \mu_2 \cdot P_{0,1,\dots,0}(t) + \dots + \mu_N \cdot P_{0,0,\dots,1}(t);$$

и т. д.;

$$\begin{aligned} \frac{dP_{J_1, J_2, \dots, J_N}(t)}{dt} = & \\ = -\sum_{i=1}^N (v_i + \mu_i) \cdot P_{J_1, J_2, \dots, J_N}(t) + v_1 \cdot P_{J_1 - 1, J_2, \dots, J_N}(t) + & \\ + v_2 \cdot P_{J_1, J_2 - 1, \dots, J_N}(t) + \dots + v_N \cdot P_{J_1, J_2, \dots, J_N - 1}(t) + & \\ + \mu_1 \cdot P_{J_1 + 1, J_2, \dots, J_N}(t) + \mu_2 \cdot P_{J_1, J_2 + 1, \dots, J_N}(t) + \dots & \\ \dots + \mu_N \cdot P_{J_1, J_2, \dots, J_N + 1}(t); & \end{aligned}$$

и т. д.;

$$\frac{dP_{m_1, m_2, \dots, m_N}(t)}{dt} = -\sum_{i=1}^N \mu_i \cdot P_{m_1, m_2, \dots, m_N}(t) + v_1 \cdot P_{m_1-1, m_2, \dots, m_N}(t) + v_2 \cdot P_{m_1, m_2-1, \dots, m_N}(t) + \dots + v_N \cdot P_{m_1, m_2, \dots, m_N-1}(t);$$

Полученная система уравнений имеет единственное решение [1]:

$$\sum_{\substack{J_1=0, m_1 \\ J_2=0, m_2 \\ \dots \\ J_N=0, m_N}} P_{J_1, J_2, \dots, J_N} = 1.$$

Получим:

$$P_{J_1, J_2, \dots, J_N} = \prod_{i=1}^N \tilde{P}_{ji} = \prod_{i=1}^N \rho_i^{J_i} \cdot P_{0,0,\dots,0},$$

где $P_{0,0,\dots,0}$ — вероятность нахождения СМО в состоянии $a_{0,0,\dots,0}$.

Тогда:

$$P_{J_1, J_2, \dots, J_N} = \frac{\prod_{i=1}^N \rho_i^{J_i}}{\sum_{\substack{J_1=1, m_1 \\ J_2=1, m_2 \\ \dots \\ J_N=1, m_N}} \prod_{i=1}^N \rho_i^{J_i}}.$$

2. Анализ комплексных показателей надежности множества разнородных групп независимых восстанавливаемых объектов, составляющих единую техническую систему — локальную сеть

2.1. Двухуровневые локальные сети с выделенным ядром

Предположим, что сеть содержит m_1 коммутаторов ядра и m_2 коммутаторов доступа.

Серверы локальной сети интернет доступны через каждый коммутатор ядра, которые в свою очередь связаны между собой. Коммутаторы доступа между собой не связаны, но они связаны с каждым коммутатором ядра.

Отказ любого коммутатора доступа, нарушение связи с сервером или глобальной сетью считается отказом всей сети в целом.

Коммутаторы каждого уровня в некоторые моменты времени могут выходить из строя и восстанавливаться. Коммутаторы ядра имеют интенсивность отказов v_1 и интенсивность восстановления μ_1 . Коммутаторы доступа — соответственно v_2 и μ_2 .

Сеть считается работоспособной при одновременном выполнении двух условий:

- во-первых, в исправном состоянии должен быть хотя бы один коммутатор ядра;
- во-вторых, работоспособными должны быть все коммутаторы доступа [7].

В качестве примера пусть имеется двухуровневая локальная сеть с выделенным ядром, имеющая в своем составе три коммутатора доступа и один коммутатор ядра ($N = 2, m_1 = 1, m_2 = 3$). Система массового обслуживания может находиться в следующих состояниях:

$a_{0,0}$ — все коммутаторы, входящие в структуру сети, исправны и функционируют, запросов на восстановление (обслуживание) нет, обслуживающий прибор свободен;

$a_{0,1}$ — коммутатор ядра исправен, в системе находится один запрос на восстановление от объекта второго типа, обслуживающий прибор занят, очереди на обслуживание нет, система (сеть) в целом исправна (причина — в невыполнении второго условия);

$a_{0,2}$ — коммутатор ядра исправен, в системе находятся два запроса на восстановление от объекта второго типа, обслуживающий прибор занят, в очереди на обслуживание находится один запрос, система (сеть) не исправна;

$a_{0,3}$ — коммутатор ядра исправен, в системе находятся три запроса на восстановление от объектов второго типа, обслуживающий прибор занят, в очереди на обслуживание находятся два запроса, система (сеть) неисправна;

$a_{1,0}$ — коммутатор ядра неисправен, в системе находится один запрос на восстановление от объекта первого типа, обслуживающий прибор занят, очереди нет, сеть неисправна;

$a_{1,1}$ — неисправны коммутатор ядра и один из трех коммутаторов доступа, в системе находятся два запроса на восстановление — один от коммутатора ядра, второй от неисправного коммутатора доступа, обслуживающий прибор занят, один запрос находится в очереди, сеть неисправна;

$a_{1,2}$ — неисправны коммутатор ядра и два из трех коммутаторов доступа, в системе находятся три запроса на восстановление — один от коммутатора ядра, два от неисправных коммутатора доступа, обслуживающий прибор занят, два запроса находятся в очереди, сеть неисправна;

$a_{1,3}$ — неисправны коммутатор ядра и все три коммутатора доступа, в системе находятся четыре запроса

на восстановление, обслуживающий прибор занят, три запроса находятся в очереди на обслуживание, сеть неисправна.

Граф состояний рассматриваемой СМО представлен на рисунке 2.

Для определения вероятности безотказной работы коэффициента готовности двухуровневой локальной сети с одним коммутатором ядра и тремя коммутаторами доступа учитываем вероятности тех состояний СМО, при которых система является работоспособной. В нашем случае это состояние $a_{0,0}$. Значение вероятности $P_{0,0} = 0,997154$.

С целью повышения отказоустойчивости сети в ее архитектуру был дополнительно введен второй коммутатор ядра ($N = 2, m_1 = 2, m_2 = 3$).

Модифицированная СМО может находиться в следующих состояниях:

$a_{0,0}$ — все коммутаторы, входящие в структуру сети, исправны и функционируют, запросов на восстановление (обслуживание) нет, обслуживающий прибор свободен;

$a_{0,1}$ — коммутаторы ядра исправны, в системе находится один запрос на восстановление от объекта второго типа, обслуживающий прибор занят, очереди на обслуживание нет, сеть неисправна (не выполнено второе условие);

$a_{0,2}$ — коммутаторы ядра исправны, в системе находятся два запроса на восстановление от объекта второго типа, обслуживающий прибор занят, в очереди на обслуживание находится один запрос, система (сеть) неисправна;

$a_{0,3}$ — коммутаторы ядра исправны, в системе находятся три запроса на восстановление от объектов второго типа, обслуживающий прибор занят, в очереди на обслуживание находятся два запроса, система (сеть) неисправна;

$a_{1,0}$ — один из двух коммутаторов ядра неисправен, в системе находится один запрос на восстановление от объекта первого типа, обслуживающий прибор занят, очереди нет, сеть в целом исправна (выполняются оба условия);

$a_{1,1}$ — неисправен один коммутатор ядра и один из трех коммутаторов доступа, в системе находится два запроса на восстановление — один от объекта первого типа и один от объекта второго типа, обслуживающий прибор занят, один запрос находится в очереди на обслуживание, сеть неисправна;

$a_{1,2}$ — неисправен один коммутатор ядра и два из трех коммутаторов доступа, в системе находится три запроса на восстановление — один от объекта первого типа и два от объектов второго типа, обслуживающий прибор занят, два запроса находятся в очереди на обслуживание, сеть неисправна;

$a_{1,3}$ — неисправны коммутатор ядра и все три коммутатора доступа, в системе находятся четыре запроса на восстановление, обслуживающий прибор занят, три запроса находятся в очереди на обслуживание, сеть неисправна.

$a_{2,0}$ — неисправны два коммутатора ядра, в системе находятся два запроса на восстановление от объекта первого типа, обслуживающий прибор занят, в очереди на восстановление находится один запрос, сеть неисправна;

$a_{2,1}$ — неисправны два коммутатора ядра и один из трех коммутаторов доступа, в системе находятся три запроса на восстановление — два от объекта первого типа и один от объекта второго типа, обслуживающий прибор занят, два запроса находятся в очереди на обслуживание, сеть неисправна;

$a_{2,2}$ — неисправны два коммутатора ядра и два из трех коммутаторов доступа, в системе находятся четыре запроса на восстановление — два от объекта первого типа и два от объектов второго типа, обслуживающий прибор занят, три запроса находятся в очереди на обслуживание, сеть неисправна;

$a_{2,3}$ — неисправны два коммутатора ядра и все три коммутатора доступа, в системе находятся пять запросов на восстановление, обслуживающий прибор занят, четыре запроса находятся в очереди на обслуживание, сеть неисправна.

Граф состояний модифицированной СМО представлен на рисунке 3.

Для определения коэффициента готовности (вероятности безотказной работы) модифицированной двухуровневой локальной сети с двумя коммутаторами ядра и тремя коммутаторами доступа суммируем вероятности $P_{0,0}$ и $P_{1,0}$. В результате получаем значение, равное 0,999878.

Наличие значений коэффициента готовности сети до и после модификации позволяет оценить соответствующие значения времени недоступности сети в год по формуле:

$$8760 \cdot (1 - P_{net}).$$

P_{net} — вероятность безотказной работы или коэффициент готовности сети для стационарного режима.

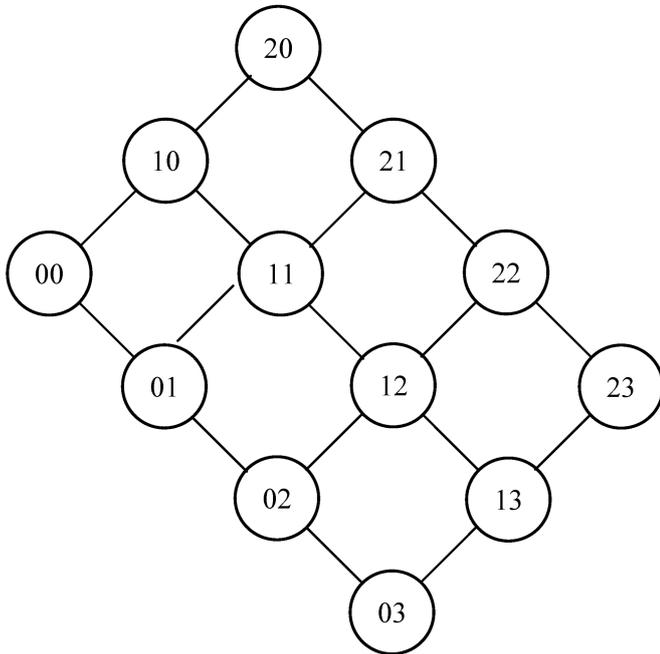


Рис. 3. Граф состояний модифицированной СМО

Снижение времени недоступности сети после модернизации произошло с двадцати пяти до одного часа в год.

Интенсивность отказов коммутатора ядра $\nu_1 = \frac{1}{8760} \text{ ч}^{-1}$ (в среднем коммутатор отказывает один раз в год), а интенсивность восстановления $\mu_1 = \frac{1}{24} \text{ ч}^{-1}$

(в среднем восстановление коммутатора занимает одни сутки). Интенсивность отказов коммутатора доступа

$\nu_2 = \frac{1}{8760} \text{ ч}^{-1}$ (в среднем коммутатор отказывает один

раз в год), а интенсивность восстановления $\mu_2 = 1 \text{ ч}^{-1}$ (в среднем восстановление коммутатора занимает один час).

Заключение

Найдена формула нахождения вероятности того, что в любой момент времени система находится в определенном состоянии. Таким образом, можно сделать вывод, что Марковская модель обслуживания с дискретным множеством состояний может быть использована для расчета комплексных показателей надежности локальных компьютерных сетей. Показаны соответствующие примеры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н.Ш. Кремер, — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 538 с.
2. Замятина, О.М. Вычислительные системы, сети и телекоммуникации. Моделирование сетей. / О.М. Замятина. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 159 с.
3. Сапожников, В.В. Основы теории надежности и технической диагностики. / В.В. Сапожников, В.В. Сапожников, Д.В. Ефанов. — М.: Издательство Лань, 2019. — 588 с.
4. Белик, А.Г., Качество и надежность программных систем. / А.Г. Белик, В.Н. Цыганенко. — Омск: Издательство ОмГТУ, 2018. — 80 с.
5. D. Teare, C. Paquet. Campus Network Design Fundamentals. — Cisco Press, 2005, 408 p.
6. Викторова, В.С. Модели и методы расчета надежности технических систем. / В.С. Викторова, А.С. Степанянц. — Москва, 2016. — 219 с.
7. Богатырев, В.А. Надежность резервированного вычислительного комплекса при ограниченном восстановлении / В.А. Богатырев, С.М. Алексанков, Д.В. Демидов, В.Ф. Беззубов. — Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 4 Компьютерные системы и информационные технологии. — 2013. — №3(85). — С. 67–72.

© Терсков Виталий Анатольевич (terskovva@mail.ru); Сакаш Ирина Юрьевна (stella93@yandex.ru)
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»