ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СТАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ*

* Данная статья открывает цикл публикаций по проблемам использования статистических методов в педагогических исследованиях.

APPLICABILITY OF CERTAIN STATIC METHODS IN EDUCATIONAL RESEARCH

A. Hariton
A. Melnychuk
I. Kolokolova

Annotation

In this article some methodological instructions on utilization of statistical methods for scientific research in pedagogy are exposed. The publication will be useful to students, graduate students, PhD students, teachers of high school and gymnasium.

Keywords: mathematical and statistical methods, pedagogical research, pedagogical experiment.

Харитон Андрей Захарович
Доктор педагогики, профессор, Тираспольский Государственный университет, г. Кишинёв
Мельничук Анна Валерьевна
К.пед.н., доцент, Приднестровский Государственный Университет им. Т.Г. Шевченко, г. Тирасполь
Колоколова Инна Валерьевна
К.пед.н., доцент, Московский городской педагогический университет, Педагогический институт физической культуры и спорта

Аннотация

В статье изложены некоторые рекомендации относительно применения в педагогических исследованиях наиболее подходящих для этих целей статистических методов. Рассматриваются конкретные примеры применения статистических методов.

Ключевые слова:

Математико-статистические методы, педагогические исследования, педагогический эксперимент.

В наше время происходит широкое применение математико-статистических методов в экономике, медицине, психологии, педагогике и т.д.

Заметим, что в педагогических исследованиях математико-статистические методы стали применяться сравнительно недавно. Об этом, в частности, свидетельствуют и учебники педагогики, психологии. В них очень редко можно найти раздел, посвященный применению МСМ.

Анализ научно-методической литературы с точки зрения применения МСМ показывает, что лишь во второй половине XX века замечается более интенсивное применение математикой статистики в педагогических исследованиях. Об этом, в частности, свидетельствует книга авторов Gene V. Glass, Julian C. Stanlev: Statistical Methods in Education and Psyhology, Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs New Jersey, 1970 [3].

В бывшем Советском Союзе, в частности в России, заметно активизировалась исследовательская работа в области применения МСМ в педагогических исследованиях к 70 годам прошлого века. Стимулом этих исследований были работы: Фишер Р.: Статистические методы для исследователей, М., Госстатиздат, 1950 г.; Езикиель М., Фокс К.: Методы анализа корреляций и регрессий, М., статистика, 1974 г, а также первая по этой тематике докторская диссертация Ительсона Л. [6].

К концу XX века и начало XXI века исследовательская работа в области применения МСМ в педагогических исследованиях в России и бывших республиках Советского Союза значительно усилилась. Об этом свидетельствуют работы: [5], [9], [4], [10], [3], [8]. Среди названных работ имеются работы исследовательского характера, а также учебные пособия [1], [2], [7].

Таким образом, в России, Молдове, Украине и других странах бывшего Советского Союза, где педагогические исследования по прежнему тесно взаимосвязаны, имеется достаточное количество публикаций относительно применения МСМ в педагогических исследованиях. Вместе с тем начинающие исследователи в области педагогики, психологии, частных школьных методик, выпускники университетов по педагогическим специальностям встречают определенные трудности в применении МСМ.

Объясняется это тем, что в названных публикациях не излагается в достаточной степени методика применения МСМ с учетом недостаточной математической подготовки многих исследователей в области педагогики.

Возникла необходимость более детального изложения методики применения МСМ в педагогике, рассмотрения кроме основных теоретических основ и конкретных примеров. Предложенная нами статья преследует именно эту цель.

Изложим некоторые общие положения применения МСМ в педагогических исследованиях.

Математические, в частности статистические методы, применяются для выяснения закономерностей развития явлений в результате наблюдений, измерений отдельных их проявлений. Важное явление в педагогических исследованиях является педагогический эксперимент.

Педагогический эксперимент условно делится на несколько этапов: констатирующий эксперимент, сравнительный эксперимент, анализ полученных в результате эксперимента данных.

В экспериментальных науках, в отличие от теоретических наук, правильное применение математико-статистических методов для обработки полученных количественных данных является решающим условием подтверждающее или опровергающее выдвинутую гипотезу. Исследователь в области педагогики должен учесть, что в педагогических исследованиях такие явления как активность, пассивность, умения, навык, компетентность и т. д. не могут быть измерены как измеряются масса, расстояние, ускорение, площадь и т. д. В связи с этим в педагогических исследованиях применяются специальные статистические методы которые позволяют лишь приближенно оценить некоторые педагогические явления.

Собранные количественные данные в результате педагогического эскперимента располагают обычно в таблицах, которые принято делить на таблицы отношений и таблицы рангов.

Таблица отношений позволяет оценивать во сколько раз один измеряемый объект больше (меньше) другого объекта, принимаемого за эталоном.

В шкале рангов явления или объекты располагаются в порядке возрастания или убывания величины рассматриваемого признака. В таком случае каждому значению явления или объекта приписывается порядковое натуральное число, которое соответствует его место в данном ряду. Это число и является его рангом.

Пример ранговой шкалы можно получить на базе таблицы отношений 1. Назовем эту новую таблицу – **табл. 2**.

Исследователю в области педагогики следует помнить, что статистические методы дают объективные выводы при их применении к большому количеству испытуемых – более 1000. При незначительных количествах испытуемых полученные статистические данные должны подвергаться количественному анализу. Статистический анализ и качественный анализ в педагогических исследованиях всегда должны дополнять друг друга. Прежде чем переходить к методике применения некоторых статистических методов в педагогических исследованиях, следует также заметить что методов (критерий) очень много и выбор того или другого из них является спорным вопросом. Необходимо исходить из практической рекомендации: следует применять 2-3 метода из рекомендованных и сопоставить полученные данные.

Рассмотрим некоторые статистические методы, которые отдельно или в состав других статистических методов применяются в педагогических исследованиях за последние годы и которые были апробированы и поддержаны большинством исследователей в этой области.

1. ***Среднее арифметическое:***

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Xi \,.$$

Для контрольной группы (табл. 1) до начала эксперимента:

$$\bar{x} = \frac{1}{25}\left(8\cdot5+9\cdot4+7\cdot2+6\cdot5+5\cdot4+4\cdot2+3+10\cdot2\right) =$$

$$= \frac{171}{25} = 6,84$$

Для экспериментальной группы (табл. 1) до начала эксперимента:

$$\bar{x} = \frac{1}{22}\left(6\cdot5+8\cdot3+4\cdot3+5\cdot4+7\cdot2+9\cdot3+3+10\right) =$$

$$= \frac{140}{22} = 6,36$$

Для контрольной группы (табл. 1) после окончания эксперимента:

$$\bar{x} = \frac{1}{25}\left(8\cdot5+9\cdot5+6\cdot6+7\cdot2+10+5\cdot4+4\cdot2\right) =$$

$$= \frac{173}{25} = 6,92$$

Таблица 1.

Пример таблицы отношений:

КГ (контрольная группа) до начала эксперимента. Количество решенных задач	ЭГ (экспериментальная группа) до начала эксперимента. Количество решенных задач	КГ (контрольная группа) после окончания эксперимента. Количество решенных задач	ЭГ (экспериментальная группа) после окончания эксперимента. Количество решенных задач
8	6	8	7
8	8	8	8
9	4	9	4
7	6	6	6
6	5	6	5
6	8	6	9
6	7	7	7
5	9	6	9
10	3	10	4
8	8	8	9
9	6	9	7
5	5	5	5
6	9	6	9
7	4	7	4
8	7	8	8
9	9	9	9
10	5	9	6
5	6	5	7
5	5	5	6
4	4	5	5
4	6	4	6
3	10	4	10
6	-	6	-
9	-	9	-
8	-	8	-

Для экспериментальной группы (табл. 1) после окончания эксперимента:

$$\bar{x} = \frac{1}{22}\left(7 \cdot 4 + 8 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 9 \cdot 5 + 10\right) =$$

$$= \frac{150}{22} = 6,82.$$

Сравнивая полученные четыре значения средней арифметической $\bar{x}$ для данного эксперимента можно сделать некоторые выводы:

а) к началу эксперимента уровень успеваемости в контрольной группе в среднем выше на 0,48 больше чем в экспериментальной;

в) после окончания эксперимента уровень успеваемости в контрольной группе в среднем остался выше чем в экспериментальной группе, он выше на 0,1.

Вывод: экспериментальная группа в результате проведенного эксперимента уменьшила разрыв относительно контрольной группы на 0,38 в среднем.

Таблица 2.

№ п/п	КГ Количество решенных задач до начала эксперимента	ЭГ Количество решенных задач до начала эксперимента	КГ Количество решенных задач после окончания эксперимента	ЭГ Количество решенных задач после окончания эксперимента
1	3	3	4	4
2	4	4	4	4
3	4	4	5	4
4	5	4	5	5
5	5	5	5	5
6	5	5	5	5
7	5	5	6	6
8	6	5	6	6
9	6	6	6	6
10	6	6	6	6
11	6	6	6	7
12	6	6	6	7
13	7	6	7	7
14	7	7	7	7
15	8	7	8	8
16	8	8	8	8
17	8	8	8	9
18	8	8	8	9
18	8	9	8	9
20	9	9	9	9
21	9	9	9	9
22	9	10	9	10
23	9	-	9	-
24	10	-	9	-
25	10	-	10	-

c) контрольная группа в результате проведенного педагогического эксперимента улучшила в среднем свою успеваемость на $6{,}92 - 6{,}84 = 0{,}08$.

d) экспериментальная группа в результате проведенного педагогического эксперимента улучшила в среднем свою успеваемость на $6{,}82 - 6{,}36 = 0{,}46$

Вывод: экспериментальная группа в результате проведенного педагогического эксперимента улучшила в среднем успеваемость на 0,36 сравнительно с контрольной группой.

2. ***Математическое ожидание:*** Это понятие теории вероятностей. Определяется как среднее значение случайной величины. В педагогических исследованиях это понятие сводится к понятию среднее взвешанное арифметическое. Математическое ожидание обозначается: М(о).

Математическое ожидание или среднее арифметическое значение выборки показывает центральную тенденцию ряда, оно, как и просто среднее арифметическое, используется чаще при определении среднего числа ошибок количества решенных задач, усвоенных единиц знаний и т.

$$M(x) = x_1P_1 + x_2P_2 + \ldots + x_nP_n\ ,$$

где $P_1 = n_i / n,\ i = 1, 2, \ldots, n.$

Пример: Для контрольной группы (табл. 1) до начала эксперимента $M(o)$ равно:

$$M(o) = 3\cdot\frac{1}{25} + 4\cdot\frac{2}{25} + 5\cdot\frac{4}{25} + 6\cdot\frac{5}{25} + 7\cdot\frac{2}{25} +$$
$$+ 8\cdot\frac{5}{25} + 9\cdot\frac{4}{25} + 10\cdot\frac{2}{25} = 0{,}12 + 0{,}32 + 0{,}8 + 1{,}2 +$$
$$+ 0{,}56 + 1{,}6 + 1{,}44 + 0{,}8 = 6{,}84\ .$$

Математическое ожидание данной выборки, как и среднее арифметическое значение той же выборки, на практике берется в замен каждого значения выборки.

3. ***Мода:*** Это наиболее часто встречающееся значение исследуемого признака. Мода обозначается: Mo.

Примеры:

1) Для экспериментальной группы (табл. 1) до начала эксперимента Мода равна 6, то есть $Mo = 6$.

2) Для экспериментальной группы (табл. 1) после окончания эксперимента Мода равна 9.

Примечание: Числовой ряд (выборка) может иметь несколько мод.

Например, числовой ряд представляющий значения контрольной группы до начала эксперимента (табл. 1) имеет две моды: 6 и 8. Этот ряд является двухмодальным.

Мода, как среднее арифметическое, математическое ожидание служит числовой характеристикой на основе которой можно вычислить прогноз развития исследуемого нами педагогического процесса.

4. ***Медиана:*** Медианой числовой выборки является значение изучаемого признака, относительно которого числовая выборка делится на две равные части, причем в одной части содержатся значения признака не больше, а в другой части – не меньше медианой.

Медиана числовой выборки обозначается: Me.

Пример:

1) Для определения медианы выборки контрольной группы до начала эксперимента (таблица 1), расположим количество решенных задач в порядке возрастания (табл. 2):

3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10.

Медианой этого числового ряда является число, занимающее 13 место, то есть $Me = 7$.

2) Медиана выборки, содержащей четное число элементов равна среднему арифметическому значению двух центральных чисел:

Дана выборка:

4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10.

$$Me = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

Медиана, как и среднее арифметическое, математическое ожидание, мода является общей числовой характеристикой числового ряда.

5. ***Дисперсия:*** Дисперсия выборки (просто говорят "рассеивание") – это величина, которая характеризует разброс значений выборки вокруг среднего значения.

Следует заметить, что чем больше дисперсия, тем "случайнее" изученный процесс.

Дисперсия числовой выборки обозначается: $D(x)$.

Дисперсия выборки вычисляется применяя формулу:

$$D(x) = \left(x_1 - M(x)\right)^2 \cdot P_1 + \left(x_2 - M(x)\right)^2 \cdot P_2 + \ldots +$$
$$+ \left(x_n - M(x)\right)^2 \cdot P_n\ ,$$

где $M(x)$ – математическое ожидание выборки,
$P_1 = n_i / n,\ i = 1, 2, \ldots, n.$

Пример: Вычислим дисперсию контрольной группы и экспериментальной группы после проведенного педагогического эксперимента (таблица 2), а также Mo этих групп и посмотрим какие из этих числовых характеристик лучше характеризует проведенный эксперимент.

$$M_1(x) = 4\cdot\frac{2}{25} + 5\cdot\frac{4}{25} + 6\cdot\frac{6}{25} + 7\cdot\frac{5}{25} + 8\cdot\frac{5}{25} +$$
$$+ 9\cdot\frac{5}{25} + 10\cdot\frac{1}{25} = 0{,}32 + 0{,}8 + 1{,}44 +$$
$$+ 0{,}56 + 1{,}6 + 1{,}8 + 0{,}4 = 6{,}92\ .$$

$$M_2(x) = 4\cdot\frac{3}{22} + 5\cdot\frac{3}{22} + 6\cdot\frac{4}{22} + 7\cdot\frac{4}{22} + 8\cdot\frac{2}{22} +$$
$$+ 9\cdot\frac{5}{22} + 10\cdot\frac{1}{22} = 0{,}55 + 0{,}68 + 1{,}09 +$$
$$+ 1{,}27 + 0{,}73 + 2{,}05 + 0{,}45 = 6{,}82\ .$$

$$D_1(x) = \left(4 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{1}{25} + \left(4 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{2}{25} +$$
$$+ \left(5 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{3}{25} + \left(5 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{4}{25} + \left(5 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{5}{25} +$$
$$+ \left(5 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{6}{25} + \left(6 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{7}{25} + \left(6 - 6{,}92\right)^2 \cdot \frac{8}{25} +$$

$$+\left(6-6,92\right)^2\cdot\frac{9}{25}+\left(6-6,92\right)^2\cdot\frac{10}{25}+\left(6-6,92\right)^2\cdot\frac{11}{25}+$$
$$+\left(6-6,92\right)^2\cdot\frac{12}{25}+\left(7-6,92\right)^2\cdot\frac{13}{25}+\left(7-6,92\right)^2\cdot\frac{14}{25}+$$
$$+\left(8-6,92\right)^2\cdot\frac{15}{25}+\left(8-6,92\right)^2\cdot\frac{16}{25}+\left(8-6,92\right)^2\cdot\frac{17}{25}+$$
$$+\left(8-6,92\right)^2\cdot\frac{18}{25}+\left(8-6,92\right)^2\cdot\frac{19}{25}+\left(9-6,92\right)^2\cdot\frac{20}{25}+$$
$$+\left(9-6,92\right)^2\cdot\frac{21}{25}+\left(9-6,92\right)^2\cdot\frac{22}{25}+\left(9-6,92\right)^2\cdot\frac{23}{25}+$$
$$+\left(9-6,92\right)^2\cdot\frac{24}{25}+\left(10-6,92\right)^2\cdot\frac{25}{25}=0,34+0,68+$$
$$+0,44+0,59+0,74+0,88+0,24+0,27+0,30+$$
$$+0,34+0,37+0,41+0+0+0,70+0,71+0,79+$$
$$+0,84+0,89+3,46+3,63+3,81+3,98+4,15+$$
$$+9,49=38,05.$$

$$D_2(x)=\left(4-6,82\right)^2\cdot\frac{1}{22}+\left(4-6,82\right)^2\cdot\frac{2}{22}+$$
$$+\left(4-6,82\right)^2\cdot\frac{3}{22}+\left(5-6,82\right)^2\cdot\frac{4}{22}+\left(5-6,82\right)^2\cdot\frac{5}{25}+$$
$$+\left(5-6,82\right)^2\cdot\frac{6}{25}+\left(6-6,82\right)^2\cdot\frac{7}{22}+\left(6-6,82\right)^2\cdot\frac{8}{22}+$$
$$+\left(6-6,82\right)^2\cdot\frac{9}{22}+\left(6-6,82\right)^2\cdot\frac{10}{22}+\left(7-6,82\right)^2\cdot\frac{11}{22}+$$
$$+\left(7-6,82\right)^2\cdot\frac{12}{22}+\left(7-6,82\right)^2\cdot\frac{13}{22}+\left(7-6,82\right)^2\cdot\frac{14}{22}+$$
$$+\left(8-6,82\right)^2\cdot\frac{15}{22}+\left(8-6,82\right)^2\cdot\frac{16}{22}+\left(9-6,82\right)^2\cdot\frac{17}{22}+$$
$$+\left(9-6,82\right)^2\cdot\frac{18}{22}+\left(9-6,82\right)^2\cdot\frac{19}{22}+\left(9-6,82\right)^2\cdot\frac{20}{22}+$$
$$+\left(9-6,82\right)^2\cdot\frac{21}{22}+\left(10-6,92\right)^2\cdot\frac{22}{22}=0,36+0,73+$$
$$+1,08+0,60+0,75+0,90+0,21+0,24+0,28+$$
$$+0,31+0,02+0,02+0,02+0,02+0,95+1,01+$$
$$+3,67+3,89+4,10+4,32+4,54+10,11=38,13.$$

Замечаем, что дисперсия для экспериментальной группы в конце эксперимента больше на 0,08 чем дисперсия контрольной группы в конце эксперимента. Это означает что полученные результаты экспериментальной группы в конце эксперимента немного хуже чем соответственно контрольной группы.

Такой же вывод следует из сравнения значений мод: соответственно 9 и 8; 9 этих групп.

Рассмотренные нами статистические методы применяются в педагогических исследованиях для получения общих, прогнозных выводов.

Для более глубоких, обоснованных статистических выводов при проведении педагогических экспериментов применяются ряд других статистических методов.

Рассмотрим некоторые из этих методов.

6. ***Критерий Крамера–Уэлча или Вилкоксона–Манна–Уитни.*** В педагогических исследованиях эти два критерия записываются: критерий КУ и ВМУ. Они используются для определения достоверности совпадений и различий экспериментальных измерений.

Рассмотрим алгоритм и примеры применения этих статистических методов.

а) критерий КУ.

Эмпирическая формула этого критерия:

$$T_{-}=\frac{\sqrt{M\cdot N}\,\left|\overline{x}-\overline{y}\right|}{\sqrt{M\cdot D(x)+N\cdot D(y)}}$$

Правила применения:

– Вычислите Тэмп. по указанной выше формулы.

– Сравните полученное значение Тэмп. с критическим значением Т0,05 = 1,96.

Возможны два случая:

1) Тэмп. ≤ 1,96. Следует вывод: числовые характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости 0,05;

2) Тэмп. > 1,96. Следует вывод: достоверность различий числовых характеристик сравниваемых выборок составляет 95%.

Пример: Вычислим значения критерия КУ для контрольной и экспериментальной групп после окончания эксперимента (**табл. 2**):

$$\overline{x}=\frac{1}{25}\left(4\cdot2+5\cdot4+6\cdot6+7\cdot2+8\cdot5+9\cdot5+10\right)=$$
$$=\frac{173}{25}=6,92$$

$$\bar{y} = \frac{1}{22}\left(4\cdot 3+5\cdot 3+6\cdot 4+7\cdot 4+8\cdot 2+9\cdot 5+10\right) =$$

$$= \frac{150}{22} = 6,82$$

$0,06 < 1,96$ – характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости $0,05$ (5%).

$$T = \frac{\sqrt{25\cdot 22}\,\left|\bar{x}-\bar{y}\right|}{\sqrt{25\cdot 38,05+22\cdot 38,13}} =$$

$$= \frac{23,45\cdot 0,1}{\sqrt{951,25+838,86}} = \frac{2,345}{\sqrt{1790,11}} =$$

$$= \frac{2,35}{42,31} = 0,055 = 0,06 .$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Баева, Т. Применение статистических методов в педагогическом исследовании: Пособие для студентов и аспирантов. – М., 2001.
2. Ганина, О. Статистические методы психолого–педагогических исследований: Учебное пособие. – М.: ГПУ им. А.И. Герцена, 2002.
3. Гласс, Д. и Стенли Д. – Статистические методы в педагогике и психологии. – М.: Прогресс, 1976.
4. Грабарь, М., Краснянская, К. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. – М.: Педагогика, 2007.
5. Гуртовая, Н. Роль и место методов математической статистики в педагогических исследованиях: Дис. … канд. пед. наук. – М., 2004.
6. Ительсон, Л. Математические методы в педагогике и педагогической психологии: Дис. … д–ра пед. наук. – М., 1965.
7. Новиков, Д. Статистические методы в педагогических исследованиях. – М.: МЗ–Пресс, 2004.
8. Остапенко, Р. О корректности применения количественных методов в психолого–педагогических исследованиях: Дис. … канд. пед. наук. – Воронеж, 2011.
9. Чуйко, Л. Математические методы в педагогике как условие совершенствования качества образования: Дис. … канд. пед. наук. – М., 2006.
10. Hariton, A. Teoria probabilitatilor si statistica matematica. – Chisinau: UST, 2009.

Приднестровский Государственный Университет