DOI 10.37882/2223–2966.2022.05.02

КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Аханова Марина Анатольевна
К.с.н., доцент, ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет»
ahanovama@tyuiu.ru
Овчинникова Светлана Валерьевна
К.с.н., доцент, ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет»
Терехова Наталья Владимировна
К.п.н., доцент, ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет»

Аннотация. В статье описаны признаки, по которым устанавливается сходство динамических задач, относящихся к разным классам. Динамическими считаются те задачи комбинаторной оптимизации, в которых при их решении производится существующая информация, согласно которой осуществляется оценка результата, а нахождение оптимального решения осуществляется по этапам с вычислением частичных сумм целевой функции.

Основными признаками сходства для них является изменение результата решения во времени и для его текущего отсчета необходимость вычисления частичной целевой функции. Процесс их решения описывается ориентированным ацикличным графом, а частичные значения целевой функции меняются по времени и исчисляются в соответствии с рекуррентными правилами. При нахождении их оптимальных значений выполняется принцип Беллмана.

Выявлены свойства подобия, характерные для задач данного класса и определяющие их универсальность, вследствие чего при их решении используется один и тот же метод. Для решения этих задач, как правило, используют динамическое программирование. Анализ и использование свойства подобия в комбинаторной оптимизации дает возможность приводить нерешаемые задачи к решаемым. Приведены примеры некоторых динамических задач комбинаторной оптимизации.

Ключевые слова: комбинаторная оптимизация (КО), комбинаторная конфигурация, динамические задачи, сходство задач, целевая функция.

SIMILARITY CRITERIA FOR DYNAMIC PROBLEMS OF COMBINATORIAL OPTIMIZATION

M. Akhanova
S. Ovchinnikova
N. Terekhova

Summary. The article describes the signs by which the similarity of dynamic tasks belonging to different classes is established. Those combinatorial optimization problems are considered dynamic, in which, when solving them, the existing information is produced, according to which the result is evaluated, and the optimal solution is found in stages with the calculation of partial sums of the objective function.

The main signs of similarity for them is the change in the result of the solution in time and for its current reference the need to calculate a partial objective function. The process of their solution is described by a directed acyclic graph, and the partial values of the objective function change in time and are calculated in accordance with recursive rules. When finding their optimal values, the Bellman principle is fulfilled.

Similarity properties are revealed that are characteristic of problems of this class and determine their universality, as a result of which the same method is used to solve them. To solve these problems, as a rule, dynamic programming is used. The analysis and use of the similarity property in combinatorial optimization makes it possible to bring unsolvable problems to solvable ones. Examples of some dynamic problems of combinatorial optimization are given.

Keywords: combinatorial optimization (CO), combinatorial configuration, dynamic problems, problem similarity, objective function.

Введение

Свойство сходства изучают в геометрии, но оно характерно и для разнообразных физических явлений. В комбинаторной оптимизации (далее — КО) также имеет место сходство, связанное с тем, что для решения задач разных классов используют универсальные методы и алгоритмы [1].

Для ее установления необходимо провести анализ задач КО различных классов, и выявить признаки, по которым они решаются по одной и той же вычислительной схеме [2].

В комбинаторике и КО можно привести много примеров, когда задачи из разных классов решаются по одной и той же вычислительной схеме, например [3, 4]. Это свойство в литературе в достаточной степени не освещено, хотя существующие универсальные методы ориентированы на решение различных подобных задач [5].

В работах [6, 7] приведены некоторые признаки, по которым устанавливается сходство задач в КО, что дает возможность разрабатывать универсальные методы и алгоритмы. Поэтому одной из проблем в теории КО является выявление критериев подобия с целью обобщения и использования для их решения универсальных подходов.

Результаты исследования

1. Общематематическая постановка задачи КО.

Задачи КО, как правило, бывают заданы на одном/нескольких множествах ($A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ и $B = \{b_1, \ldots, b_m\}$), называемых базовыми [4].

Существует два вида базовых задач.

В *первом* виде базовых задач каждое из указанных множеств представим в виде графа. Вершинами графа являются элементы множества, а каждому из ребер графа соответствует некое число $d_{xy} \in R$ (R - множество действительных чисел), называемое весом ребра; где $x \in \{1, \ldots, n\}$, $y \in \{1, \ldots, m\}$, n — число элементов A, m — число элементов B.

Пусть $n = m$. Тогда между элементами множеств A и B присутствуют связи, численные значения которых являются весами. Величины $d_{xy} \in R$ представляют собой *входные* данные задачи, задаваемые посредством матриц.

Во *втором* виде базовых задач элементы заданного множества не связаны между собой, а веса выражены числами $k_i \in R$, $i \in \{1, \ldots, n\}$, которым соответствуют определенные свойства данных элементов, численные значения которых заданы посредством конечных последовательностей, которые также представляют собой *входные* данные задачи.

В указанных видах задач элементы одного/нескольких базовых множеств формируют комбинаторное множество V, которое представляет собой набор комбинаторных конфигураций конкретного типа.

На элементах v комбинаторного множества V вводится целевая функция $F(v)$. Ставится задача обнаружить элемент v^* комбинаторного множества V, при котором целевая функция достигает экстремума при заданных ограничениях.

В соответствии со способом вычисления $F(v)$ определим задачи, в которых для конкретного варианта решения значение целевой функции вычисляется одновременно. Данные задачи являются статическими.

Задачи, в процессе решения которых производится существующая информация, согласно которой осуществляется оценка результата, а нахождение оптимального решения осуществляется по этапам с вычислением частичных сумм целевой функции, являются динамическими.

При моделировании задач прикладного характера в пределах теории КО следует:

1. установить тип задачи (статическая/динамическая);
2. установить базовые множества, задающие конкретную задачу;
3. установить тип данной задачи согласно ее входным данным;
4. установить комбинаторную конфигурацию (аргумент целевой функции);
5. создать модель целевой функции.

Комбинаторная конфигурация (КК) представляет собой набор элементов любого типа, образуемый из всех/некоторых элементов базового множества $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ [6].

Обозначим КК упорядоченным множеством $v^l = (v_1^l, \ldots, v_h^l)$,

где $h \in \{1, \ldots, n\}$ — количество элементов v^l,
$V = \{v^l\}_l^z$ — множество КК.

Верхний индекс l ($l \in \{1, \ldots, z\}$) в v^l представляет собой порядковый номер v^l в V, z — количество v^l в V.

2. Признаки подобия динамических задач КО.

Основными признаками сходства для динамических задач являются изменение результата решения во времени и для его текущего отсчета вычисления частичной целевой функции. Процесс их решения описывается ориентированным ацикличным графом, а частичные значения целевой функции меняются по времени и исчисляются в соответствии с рекуррентными правилами.

При нахождении оптимального значения частичной целевой функции выполняется принцип Беллмана. Аргументом целевой функции в них являются выборки различных типов, а также разбиение n-элементного множества на подмножества. Они, как правило, разрешаются одним и тем же методом — динамическим программированием.

3. Примеры динамических задач КО.

К динамическим задачам относятся следующие задачи:
- задача Джонсона по теории расписаний,
- сегментация и распознавание речевых сигналов,
- задача классификации,
- задача сохранения окружающей среды и др.

Рассмотрим первые две из перечисленных задач.

Задача Джонсона по теории расписаний.

Наиболее простая задача в теории расписаний (задача Джонсона) может быть сформулирована так [2, 5].

Дано n деталей, каждой из которых предстоит последовательная обработка на m станках. На каждом из станков выполняется всего одна операция. Поставлена задача составить расписание обработки деталей таким образом, чтобы минимизировать время, потраченное на операции по обработке деталей. При этом время обработки деталей не должно превышать заранее заданную величину T.

В указанной задаче между элементами двух заданных множеств (A и B) существует зависимость, численные значения которой назовем весами.

Представим эти веса в виде несимметричной матрицы C размерностью m х n, где величина c_{sl} — значение времени, необходимое для обработки l-й детали s-м станком.

Время, которое может быть потрачено на последовательную обработку всех деталей (n элементов множества A) при любом исходе, не превышающем условленную величину T, неизвестно. В связи с этим, на первом этапе решения для выборки из n элементов $a_l \in A$ по n определяем перестановку с минимальным значением целевой функции, не превышающем T.

Если полученное решение не соответствует данному условию, то задача решается для выборки из n элементов $a_l \in A$ по h. Из чего следует, что в данной задаче аргумент целевой функции представляет собой размещение без повторений, получаемое посредством определения сопряжения из n элементов по h, для которого осуществляется h! перестановок, $h \in \{1, \ldots, n\}$.

Для i-го сопряжения введем комбинаторную матрицу $Q(\mu^i)$ размерностью m х h, включающую столбцы матрицы C, номера которых соответствуют номерам элементов множества A, образующих сопряжение без повторений $\mu^i \in M$, $i \in \{1,\ldots,2^n — 1\}$, где M — множество сочетаний.

Из фиксированной матрицы $Q(\mu^{i*})$ образуем h! комбинаторных матриц $Q'(\mu^{i*}, \omega^k)$, зависящих от перестановки $\omega^k = (\omega_1^k,.., \omega_h^k) \in \Omega$, $k \in \{1,\ldots, h!\}$, $h \in \{1,\ldots, n\}$, Ω — множественное число перестановок.

Целевая функция в задаче планирования по теории расписаний получит вид

$$F(\mu^{i^*},\omega^k) = \sum_{l=1}^{\eta}\sum_{s=1}^{\tilde{n}} g_{sl}\ (\mu^{i^*}) +$$

$$+\sum_{l=1}^{\eta-1}\sum_{s=2}^{\tilde{n}}\left|g'_{sl}(\mu^{i^*},\omega^k) - g'_{s-1\ l+1}(\mu^{i^*},\omega^k)\right| \qquad (1)$$

где

$$\sum_{l=1}^{\eta}\sum_{s=1}^{\tilde{n}} g_{sl}\ (\mu^{i^*}) —$$

постоянная величина для любой из h! перестановок, которая определяет заданное в условии время, потраченное на обработку деталей. Она не зависит от перестановки, а меняется в зависимости от варианта сопряжения μ^i;

$$\sum_{l=1}^{\eta-1}\sum_{s=2}^{\tilde{n}}\left|g'_{sl}(\mu^{i^*},\omega^k) - g'_{s-1\ l+1}(\mu^{i^*},\omega^k)\right|$$

общее время простоя станков — переменная величина, зависящая и от варианта сочетания μ^i, и от перестановки $\omega^k = (\omega_1^k,.., \omega_\eta^k)$.

По формуле (1) можно определить суммарное значение целевой функции.

Задача Джонсона заключается в нахождении таких μ^{i*}и ω^{k*}, для которых значение $F(\mu^{i*}; \omega^{k*})$ было бы минимальным и $F(\mu^{i*}; \omega^{k*}) < T$.

Процесс решения задачи описывается ориентированным ацикличным графом, а частные значения целевой функции меняются по времени и исчисляются в соответствии с рекуррентными правилами.

При вычислении частичной целевой функции для нее выполняется принцип Беллмана.

Задача распознавания речи и задача сегментации речевого сигнала.

Задача сегментации речевых сигналов заключается в выделении на заданном отрезке входного сигнала почти периодических и непериодических участков, а в почти периодических определяются длины текущего периода почти [8].

Распознавание речи представляет собой процесс автоматической обработки речевого сигнала для определения, передаваемой данным сигналом последовательности слов, и состоит в определении для речевого сигнала наиболее близкого эталонного сигнала из всех возможных [9].

Речь человека передает речевой сигнал, в котором наблюдаются участки почти периодические, которые моделируют гласные и согласные звуки, и непериодические (шумы) [10].

Представим речевой сигнал в виде дискретной функцией $f(j)\,|^{m}{}_{1}$, где m — количество ее значений (отсчетов сигнала), и осуществим его разделение на почти периодические и непериодические участки, а в почти периодических определим длины текущего «почти» периода.

Отрезок исследуемого сигнала разобьем на участки длиной

$$L \in \{L_{min}, L_{min} + \Delta, L_{min} + 2\Delta, \ldots, L_{max}\}$$

где L_{min} — минимально возможная длина «почти» периода,

L_{max} — максимально возможная длина «почти» периода,

Δ — значения прироста почти периода (определяется экспериментально).

За эталонный сигнал примем предыдущий участок. При распознавании речи для входного сигнала находится в библиотеке подобный эталонный сигнал.

Поскольку задача сегментации речевого сигнала и распознавания речи — динамические, то их решают динамическим программированием с использованием корреляции функции $f(j)\,|^{m}{}_{1}$.

Эти задачи описываются ориентированным ацикличным графом, частные значение целевой функции в ней изменяются во времени и исчисляются в соответствии с рекуррентными правилами.

При нахождении оптимального значения частичной целевой функции выполняется принцип Беллмана.

Заключение

КО можно привести много примеров, когда задачи из разных классов решаются по одной и той же вычислительной схеме. Это связано с тем, что указанным задачам присуще сходство, благодаря которому они решаются одним методом или модификацией одного и того же алгоритма.

Данное сходство отличается от геометрического и описано в теории подобия. Для его установления проводится анализ задач различных классов с целью выявления общих признаков (критериев), согласно которым определяется их сходство, что позволяет разрабатывать одинаковые методы и алгоритмы для их решения.

Задачи КО, как правило, сходны по аргументу целевой функции, а задачи по комбинаторике — по способу образования и упорядочения комбинаторных конфигураций, благодаря чему их множества генерируются одним и тем же алгоритмом или его модификацией.

Основными признаками сходства для динамических задач КО является изменение результата решения во времени и вычисление для него частной целевой функции.

Процесс их решения описывается ориентированным ацикличным графом, а частичные значения целевой функции меняются по времени и исчисляются в соответствии с рекуррентными правилами. При нахождении оптимального значения частичной целевой функции выполняется принцип Беллмана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рейнгольд Э., Нивергелы Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы — теория и практика/ Пер. с англ. Под ред. Алексеева. — М.: Мир,1980. 478 с.
2. Blum C., Roli A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison // ACM Computing Surveys. 2003. Vol. 35(3). pp. 268–308.
3. Дихтярь М., Эргле Е. Исторические комбинаторные задачи и комбинаторные модели //Математика. 2007. № 14. С. 23–24.
4. Левин В.И. Непрерывно-логическая модель решения комбинаторных задач// Информационные технологии. 2016. Том 22. № 11. С. 803–811.
5. Dorigo M., Blum C. Ant colony optimization theory: A survey// Theoretical computer science. 2005. Vol. 344(2–3). pp. 243–278.
6. Гуляницкий Л.Ф., Гложик Ю.С. Параллельный метод деформируемых многогранников для решения задач комбинаторной оптимизации // Искусственный интеллект. 2005. № 4. С. 130–139.
7. Blum C., Roli A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. ACM Computing Surveys. 2003. Vol. 35(3). pp. 268–308.
8. Цыплихин А.И., Сорокин В.Н. Сегментация речи на кардинальные элементы // Информационные процессы. 2006. Т. 6. № 3. С. 177–207.

9. Пресняков И.Н., Омельченко С.В. Алгоритмы распознавания речи// Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. 2004. № 126. С. 136–145.
10. Пресняков И.Н., Омельченко С.В. Распознавание речевого сигнала на фоне белого шума и узкополосной помехи// Прикладная радиоэлектроника. 2004. Т. 3. № 2. С. 29–35.

Тюменский индустриальный университет