DOI 10.37882/2223-2982.2023.5.10

АНАЛИЗ ТИПИЧНЫХ ОШИБОК, СОВЕРШАЕМЫХ СТУДЕНТАМИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ

ANALYSIS OF TYPICAL MISTAKES MADE BY STUDENTS IN THE STUDY OF PROBABILITY THEORY

I. Bessarabskaya

Summary: The article analyzes the most typical mistakes made by students studying the course in probability theory. It considers practical examples of avoiding mistakes in such sections as applying the traditional definition of probability and elements of combinatorics, using formulae of full probability and Bayes, in theorems Bernoulli, Poisson, Moivre-Laplace, as well as problems in which probability multiplication and addition theorems are applied. It is concluded that if to focus students' attention on these aspects, you can help them to overcome a lot of errors.

Keywords: students, typical errors, probability theory, events.

Бессарабская Ирина Эдуардовна
кандидат технических наук, доцент, МИРЭА - Российский Технологический Университет, Россия, Москва
irina.bessarabskaya@gmail.com

Аннотация: В статье проводится анализ самых типичных ошибок, которые допускают студенты, изучающие курс теории вероятности. Возникающие типичные ошибки проанализированы на примере конкретных задач в таких разделах как применение традиционной дефиниции вероятности и элементов комбинаторики, использование формул полной вероятности и Байеса, а также задачи, в которых применяются теоремы умножения и сложения вероятностей, теоремы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа. В статье делается вывод, что если заострить внимание студентов на указанных в статье аспектах, то можно помочь им в преодолении многих ошибок.

Ключевые слова: студенты, типичные ошибки, теория вероятности, события.

При анализе наиболее распространенных ошибок целесообразно рассматривать конкретные задачи с правильными решениями.

Как отмечал Карл Пирсон, в математике существует единственная область, в которой очень велика возможность ошибки: это теория вероятностей. Вероятно, это связано с тем, что некоторые рассуждения, основанные не на математическом подходе, а на так называемом здравом смысле, кажутся логичными и очевидными на первый взгляд. Нужно быть весьма самонадеянным, чтобы, к примеру, при решении дифференциальных уравнений руководствоваться догадками, а не теорией и предусмотренными правилами. И наоборот, когда студенты решают задачи по теории вероятностей, у них появляются многочисленные предположения и допущения, которые, как им кажется, позволяют им решить ту или иную задачу. Как нам представляется, эта активность должна стимулироваться, подавлять ее не стоит.

Как указано в литературе [2; 6], некоторые ошибки бывают очень ценными и важными. Но при этом следует анализировать заблуждения и ошибки, которые являются наиболее характерными. Подчеркнем, что их могут допустить не только начинающие неопытные студенты – даже такие математические гении, как Лейбниц и Даламбер, допускали ошибки, решая некоторые задачи теории вероятностей.

Рассмотрим методологические ошибки, понимая при этом, что студенты, разумеется, допускают многочисленные ошибки других видов – при составлении формул, при произведении расчетов и пр.

В основе данного исследования лежит накопленный педагогический опыт в преподавании теории вероятностей учащимся различных специальностей, включая экономические, технические, физико-математические и пр.

1. Применение традиционной дефиниции вероятности и элементов комбинаторики

Классическая дефиниция вероятности является основополагающим теоретическим положением, которое является основанием для построения решения самых разнообразных задач. Самый большой вклад в формирование данной дефиниции был внесен Я. Бернулли, который однажды высказал гениальную идею о том, что "вероятность есть степень достоверности и отличается от неё, как часть от целого". Пусть в совокупности существует n равновозможных элементарных исходов определенного эксперимента; из их числа m приводят к событию A (иными словами, благоприятствуют его наступлению). В таком случае коэффициент вероятности события A вычисляется по формуле:

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

Конечно, указанная формула является элементарной, и запомнить ее несложно. Сложность заключается в том, что следует понимать под понятием "элементарные исходы", решая конкретную задачу, и каким образом можно произвести их подсчет.

В различных источниках [3; 5 и др.] отмечается, что традиционная дефиниция вероятности может применяться лишь в случаях, если разные исходы эксперимента имеют симметрию и являются равновозможными. Подчеркнем, что Бернулли, а впоследствии Муавр не указывали на этот факт; такое требование, как равновозможность исходов, стало частью классической дефиниции вероятности намного позднее, и сделал это Лаплас. Так как до него это требование не принималось во внимание, при решении задач теории вероятностей допускались многочисленные ошибки.

В 1754 г. Даламбером была издана энциклопедическая статья "Герб и решка". Ученый говорил о том, что если монету подбросить два раза, то она как минимум единожды упадет гербом кверху с вероятностью 2/3, так как существует 3 вероятных исхода (герб-герб, герб-решка и решка-решка). Из этих исходов первые два - благоприятные. Конечно, если подобная ошибка была допущена Даламбером, то обычным ученикам или студентам при решении таких задач впервые ошибиться тем более несложно. В действительности же имеется ещё одна вероятность: решка-герб. Этот факт может привести в недоумение, так как может показаться, что это совершенно то же самое, что и герб-решка. Но это непонимание студента проходит, если объяснить ему следующее. Допустим, что человек подбросил монеты не одномоментно, а поочередно, или, к примеру, эти монеты являются разными – например, 5 рублей и 10 рублей. В этом случае будет очевидно, что герб-решка и решка-герб будут двумя разными элементарными исходами.

Таким образом, в сумме количество исходов составляет 4, а искомая вероятность будет составлять 3/4, а не 2/3. Это можно выразить и иными словами: исход "один герб и одна решка, если не указан порядок" не будет носить элементарный характер и не будет равновозможным к исходам "два герба" и "две решки". Поняв важность равновозможности элементарных исходов при использовании традиционной дефиниции вероятности, студент не допустит ошибку, решая аналогичные и более трудные задачи. К примеру, необходимо дать ответ на следующий вопрос: почему практика свидетельствует о том, что, побрасывая два кубика, в сумме выпадает 9 чаще, чем 10. Казалось бы, оба результата можно достичь при помощи двух способов – соответственно $9 = 3+6 = 4+5$ и $10 = 4+6 = 5+5$? Ответ очевиден: в действительности первое событие подразумевает возможность четырех благоприятных элементарных исходов ($3+6$, $6+3$, $4+5$, $5+4$), а второе – лишь трех ($4+6$, $6+4$, $5+5$), а суммарное количество этих исходов равно 36.

В рассмотренных примерах исходы можно подсчитать легко и быстро. Но есть и более сложные случаи, в которых используется традиционная дефиниция вероятности, но и необходимо использовать элементы комбинаторики. Тут главная сложность, а значит, и риск допущения ошибки, заключается, как правило, в том, чтобы выбрать вид соединений – размещение, сочетание, перестановку. Разумеется, студенту можно сказать, что перестановки подразумевают необходимость определить порядок в элементах конкретного множества, сочетания подразумевают необходимость выбрать определенное подмножество элементов из всей совокупности (не учитывая порядок), размещение же подразумевает и выбор, и определение порядка избранных элементов. Однако увязать условия определенной задачи с приемами комбинаторики, как правило, бывает достаточно сложно. Основная проблема при этом опять заключается в том, чтобы описать равновозможные элементарные исходы. Как правило, множество элементарных исходов может быть введено разными способами. Этому соответствует выбор тех или иных типов соединений.

Чтобы проиллюстрировать сказанное, рассмотрим задачу. В шестизначном номере телефона имеется две цифры 1 и четыре цифры 5. Но человек забыл, в каком порядке они располагаются. Необходимо определить, с какой вероятностью человек сможет набрать правильное сочетание указанных цифр с первой попытки.

Какие элементы комбинаторики необходимо использовать в данном случае? Дать однозначный ответ на этот вопрос невозможно, так как все зависит от способа введения множества равновозможных элементарных исходов. На некоторое время оставим номера телефонов. Допустим, перед нами лежат шесть листков бумаги, на каждом из которых написаны цифры: 5, 5, 5, 5, 1, 1.

Эти листки, даже с одинаковыми цифрами, следует отличать друг друга – к примеру, пусть они будут разных цветов. При изменении порядка листков будут получаться разные перестановки, в которых общее число $n = 6! = 720$. Это число и является общим числом исходов. Для определения количества благоприятных исходов в данном случае рассматриваются такие комбинации, которые не нарушат корректность условия перестановки листков с цифрой 1 и цифрой 5: $m=4!2!=48$. В соответствии с традиционной дефиницией вероятности, мы получим $P(A) = 48/720 = 1/15$. (Подчеркнем, что в данном случае мы не используем понятие перестановок с дублированием элементов).

Теперь наши рассуждения будут принципиально противоположными. Назвать определенный номер телефона подразумевает указание номеров двух позиций, которые занимают единицы (пятёрки расположатся на оставшихся позициях). Число возможностей этого выбора представляет собой суммарное количество равновозможных исходов, которое будет равно количеству комбинаций сочетаний из 6 по 2:

$$n=C_6^2=\frac{6!}{2!4!}$$

В данном случае речь может идти лишь об одном благоприятном исходе (m =1). В соответствии с традиционной дефиницией вероятности, мы вновь получаем результат P(A) =1/15.

Приведенный пример свидетельствует о том, что достаточно сложно использовать комбинаторику, решая задачи классической дефиниции вероятности. А может быть, и не нужно определять теми или иными правилами. Решая задачу, следует в первую очередь не выбирать тип соединений (особенно учитывая, что нередко можно решить задачи, не используя комбинаторику), а составить правильную схему, отражающую все равновозможные элементарные исходы. Это может помочь решающему выяснить, следует ли при решении пользоваться элементами комбинаторики, и если да, то какими конкретно.

2. Задачи, в которых применяются теоремы умножения и сложения вероятностей

Эти теоремы были разработаны и окончательно сформулированы Муавром и Байесом. Первое, что следует отметить - это определение вероятности суммы событий, являющихся совместными. Самая распространенная ошибка в данном случае состоит в том, что, стремясь определить вероятность возникновения как минимум одного из двух возможных событий, студены суммируют эти вероятности [4]. Они не принимают во внимание факт их совместности.

В качестве примера рассмотрим задачу, попытку решения которой предпринимал в свое время Я. Бернулли до того, как появились основные теоремы теории вероятностей. Двум осужденным предлагают подкинуть по одному кубику. Тот, кому выпадет меньше очков, будет подвергнут смертной казни, второму даруют жизнь. При выпадении одинакового количества очков каждый сможет остаться в живых. Существует в совокупности 36 равновозможных исходов. Среди них 6 исходов с “ничьей”, подходящих каждому осуждённому. Таким образом, для каждого из них предусмотрено 15 + 6 = 21 благоприятный исход, то есть вероятность спасения равна составляет 7/12. Какова вероятность спасения как минимум одного осужденного? Ответ является очевидным: вероятность равна 1, но простое суммирование вероятностей показывает результат 7/12 +7/12+ > 1.

Сейчас известно, что коэффициент вероятности суммы событий меньше, чем сумма их вероятностей, на величину вероятности их произведения:

$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

В связи с этим данная задача должна быть решена следующим образом:

$P(A+B) = +7/12+7/12 - 6/36 = 1$.

Следует разъяснить обучающемуся важность проведения четкой границы между формулировками “хотя бы одно событие” (то есть 1 и больше) и “одно из событий” (только одно, неважно, какое именно). Если студент этой разницы не понимает, он будет допускать ошибки.

Помимо совместности событий существует еще одно основополагающее свойство, которое необходимо понять при усвоении главных теорем о вероятности. Речь идет о зависимости событий.

Зависимость событий, как правило, связывается с таким понятием, как условная вероятность [1]. Отметим, что условная вероятность P(A/B) - это вероятность наступления события А, определяемая при условии наступления события В. Событие А зависимо от события В при условии, что $P(A/B) \neq P(A)$.

Для определения вероятности произведения двух событий используется формула:

$P(AB) = P(B)P(A/B) = P(A)P(B/A)$.

Если $P(A/B) = P(A)$ (A не находится в зависимости от B), то и $P(B/A) = P(B)$, т.е. B также не находится в зависимости от A.

Итак, и независимость, и зависимость событий является взаимной. Для определения вероятности произведения событий, являющихся независимыми, используется формула:

$P(AB) = P(A)P(B)$.

С определенной долей условности можно утверждать, что математическое вычисление зависимости и независимости отражает обычные, повседневные, представления о данном понятии. В частности, практически все согласны с тем, что не находятся в зависимости друг от друга результаты подбрасывания двух монеток, кубиков, даты рождения двух людей, не являющихся родственниками, и пр. При этом у некоторых все-таки имеются неправильные представления о том, что существуют определенные зависимости событий, например, они основываются на принципе «в одну воронку снаряд дважды не попадает».

Нередко трудности возникают при решении задач на последовательный выбор элементов разного типа, в которых требуется найти вероятность, с которой элементы будут выбраны в определенной последовательности. Это задача на теорему умножения для зависимых событий, в которой необходимо учесть последовательность наступления событий. Ошибкой является то, что последовательность наступления событий не учитывается. Например, рассмотрим стандартный пример, в котором в коробке лежат 20 деталей, из которых 4 бракованные, остальные хорошие. Из коробки наугад последовательно без возвращения вынимаются 3 детали. Какова вероятность того, что первой будет вынута хорошая деталь, второй бракованная, а третьей опять хорошая? Для структуризации данной задачи можно ввести следующие события: A={первая вынутая деталь хорошая}, B={вторая вынутая деталь бракованная}, C={третья вынутая деталь хорошая}, D={вынуты последовательно хорошая, бракованная, хорошая детали}. Очевидно, что событие D можно представить в виде: D=A*B*C, где события A, B и C – зависимые, поэтому по теореме умножения: P(D)=P(ABC)=P(A)*P(B/A)*P(C/AB).

В начальный момент в ящике находится 20 деталей, из которых 16 хороших. Вероятность события A определяется из первоначального условия и равна 16/20=4/5. Рассмотрим далее вероятность события B/A. Это вероятность вынуть 1 бракованную деталь при исходных условиях: всего деталей 19, а бракованных 4. Тогда вероятность события B/A равна: P(B/A)=4/19. Аналогично, вероятность события C/AB - это вероятность вынуть 1 хорошую деталь при исходных условиях: всего деталей 18, а хороших 15. Тогда вероятность события C/AB равна: P(C/AB)=15/18=5/6.

Итак, P(D)=(4/5)*(4/19)*(5/6)=8/57≈0,14

3. Использование формул полной вероятности и Байеса

На самом деле теоремы, рассматриваемые в статье, разработал не Байес, а Лаплас. Если событие A может случиться одновременно с любым другим событием из числа событий, которые являются несовместными (H1, H2, … Hn) и которыми образуется полная группа (сейчас их принято называть понятием “гипотезы”, тогда как название Лапласа было “причины”), то верна формула, которая называется формулой полной вероятности:

P(A)=P(H1)P(A/ H1) + P(H2)P(A/ H2) +… P(Hn)P(A/ Hn)

Если при аналогичных условиях известно, что эксперимент привел к наступлению события A, то вероятность одновременного наступления гипотезы Hi устанавливается при помощи формулы Байеса:

$$P(H_i/A)=\frac{P(H_i)\times P(A/H_i)}{P(A)}$$

Когда студенты решают задачи, применяя формулы полной вероятности и Байеса, они, как правило, допускают две типичных ошибки. Во-первых, они неверно выделяют гипотезы и, во-вторых, неверно определяют их вероятности. Относительно первого типа ошибок надо отметить, что нельзя включать в гипотезы само событие A, наступление которого произошло. Гипотезы касаются только тех событий, которые влияют на вероятность наступления события A.

Например: в группе из 25 школьников 5 отличников и 7 троечников. Вероятность сдачи экзамена для отличника составляет 0,95, для троечников равна 0,7, для всех других – 0,4. Случайным образом выбирается один школьник. Он сдал экзамен. Какова вероятность того, что он троечник?

Вероятные гипотезы в этой задаче не касаются того факта, что школьник сдал экзамен, поэтому H1={выбранный школьник является отличником}, H2={выбранный школьник является троечником}, H3={выбранный школьник не является отличником и не является троечником}.

Выбран один школьник, а значит, исходов, которые будут благоприятствовать событию H1 5 единиц, то есть m=5. Суммарное число исходов, n=25. Вероятность гипотезы H1: P(H1)=5/25. Таким же образом производится вычисление вероятностей гипотез H2 и H3. P(H2)=7/25,P(H3)=13/25.

Пусть событие A={школьник сдал экзамен}. Все три необходимых условных вероятности данного события содержит условие задачи:

P(A/H1)=0,95
P(A/H2)=0,7
P(A/H3)=0,4

Используя формулу полной вероятности, определяем вероятность наступления A:

P(A)=P(H1)*P(A/H1)+P(H2)*P(A/H2)+P(H3)*P(A/H3)=5*0,95/25+7*0,7/25+13*0,4/25=0,594

Для определения вероятности того, что данный школьник окажется троечником, следует произвести пересчет вероятности второй гипотезы H2, используя формулу Байеса.

P(H2/A)=(P(H2)*P(A/H2))/P(A)= (7*0,7/25)/0,594=0,33

Самое большое количество ошибок студенты допускают, определяя вероятности гипотез. Рассмотрим другой пример: в первой коробке 6 качественных инструментов и 17 некачественных. Во второй коробке 5 качественных и 22 некачественных. Из первой коробки во вторую переместили 2 инструмента. Необходимо определить вероятность того, что инструмент, который после этого достали из второй коробки, будет некачественным. В этой задаче применяется формула полной вероятности. Гипотезы должны быть сформулированы следующим образом:

H1={оба перемещенных инструмента некачественные},

H2= {оба перемещенных инструмента качественные},

H3={один перемещенный инструмент некачественный, один - качественный}.

Так как инструменты были переложены из первой коробки, то вероятности гипотез таковы: P(H1)=(6/23)*(5/22), P(H2)=(17/23)*(16/22),

P(H3)= (6/23)*(17/22)+(17/23)*(6/22)

Следует обратить внимание, что при вычислении вероятности третьей гипотезы нередко учитывается только один вариант: или сначала вынули некачественный инструмент, а потом качественный, или наоборот, в то время, когда учесть надо оба случая. Для проверки правильности определения вероятностей гипотез следует сложить полученные вероятности, поскольку в сумме они должны быть равны 1. В данной задаче P(H1)+ P(H2)+ P(H3)=1. Теперь следует произвести подсчет условных вероятностей события A={инструмент, который был извлечен из первой коробки после перемещения - некачественный}. Так как после перемещения во второй коробке будет находиться 29 инструментов, а инструмент достается один, то суммарное число исходов n=29. Если реализуется первая гипотеза, некачественных инструментов во второй коробке будет 7, и условная вероятность P(A/H1)= 7/29. При реализации гипотезы H2, некачественных инструментов будет 5, и в этом случае P(A/H2)=5/29. При осуществлении гипотезы H3 некачественных инструментов будет 6, в таком случае P(A/H3)=6/29. Затем, используя формулу полной вероятности, определяем:

P(A)=P(H1)P(A/ H1)+P(H2)P(A/ H2)+P(H3)P(A/H3)=(6/23)*(5/22)*(7/29)+

+(17/23)*(16/22)*(5/29)+[(6/23)*(17/22)+(17/23)*(6/22)]*(6/29)=1397/7337=0,19

4. Схема последовательных независимых испытаний

Для решения задач в условиях схемы последовательных независимых испытаний применяется формула Бернулли, а также теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа. При этом наибольшая сложность заключается в правильном выборе применяемой для решения данной конкретной задачи теоремы. Формула Бернулли дает точный ответ и в этом смысле предпочтительнее, но она может быть применена только при небольшом количестве испытаний. Если же число испытаний велико, можно найти вероятность приближенно, используя теоремы Пуассона или Муавра-Лапласа. При выборе нужной теоремы необходимо руководствоваться следующими правилами: теорема Пуассона неприменима если вероятность наступления события в одном испытании, p близка к ½. Она применяется только при малых p. Локальная теорема Муавра-Лапласа, наоборот, дает результат тем точнее, чем ближе p к ½ и не применяется при малых p. Интегральная теорема Муавра-Лапласа применяется в случае, когда необходимо найти вероятность наступления события A не один раз, а несколько, то есть когда количество m наступлений события A находится в некотором интервале.

Например, рассмотрим следующую задачу. Телефонная станция обслуживает 5000 абонентов. Для каждого абонента вероятность того, что он позвонит в течение часа, равна 0,0004. Найти вероятность того, что в течение часа позвонят три абонента.

Для решения данной задачи введем событие B={абонент позвонил на станцию в течение часа}. Вероятность этого события постоянна и мала: p=0,0004, поэтому следует использовать теорему Пуассона, параметр λ=2, m=3.

Обозначим через   событие {m=3}. По теореме Пуассона находим:

$P(A_3)=[8\exp(-2)]/3!=0{,}1805.$

В следующей задаче предположим, что вероятность появления события A в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна 0,8. Надо найти вероятность того, что событие A в 100 испытаниях появится 70 раз. Поскольку вероятность появления события A постоянна и не является малой, то теорема Пуассона неприменима. Решение находится с помощью локальной теоремы Муавра-Лапласа:

$$P=\left(1/\sqrt{npq}\right)*\varphi(X),$$

где $x=(m-np)/\sqrt{npq}$

φ(x) – табличная функция, называемая малой функцией Лапласа.

Имеем p=0,8, q=1-p=0,2, n=100, m=70, npq=16, np=80, $\sqrt{npq}$ =4, x=(70-80)/4=-2,5

Так как малая функция Лапласа φ(x) четна, то φ(-2,5)= φ(2,5)

Окончательно имеем:

P(A)=0,25* φ(2,5)=0,25*0,0175=0,004375

5.Случайные величины, способы задания законов распределения

В этом разделе студенты допускают большое количество одинаковых ошибок. Данная тема может быть разделена на две части: дискретные случайные величины (СВ) и непрерывные случайные величины. В заданиях на тему дискретных СВ в основном необходимо бывает вычислить закон распределения СВ, принимая во внимание условия задачи, установить функцию распределения вероятностей этой СВ - F(x) и составить ее график.

Одной из наиболее распространенных является ошибка, когда, выстраивая закон распределения дискретной СВ, вероятности, которые получают студенты, в сумме бывают больше или меньше 1.

Например: 3 биатлониста по очереди стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого составляет 0,8; для второго – 0,7; для третьего – 0,6. Необходимо составить закон распределения СВ X={количество попаданий после трех выстрелов}.

СВ X может иметь значения 0,1,2,3. Введем события A_1={попадание в цель первого биатлониста},A_2={попадание в цель второго биатлониста}, A_3={попадание в цель третьего биатлониста}. При этом событие {X=0} - означает одновременное ненаступление всех 3 указанных событий. Данные события являются независимыми, а значит, воспользовавшись теоремой умножения для независимых событий, мы получим, что вероятность, с которой СВ X примет значение 0, составляет:

P(X=0)=(1-0,8)(1-0,7)(1-0,6)=0,2*0,3*0,4=0,024.

Событие {X=3} - это одновременное наступление всех 3 событий. Рассуждая аналогично, получаем вероятность, P(X=3)=0,8*0,7*0,6=0,336.

Событие {X=1} подразумевает, что наступает лишь одно из 3 событий A_i при условии, что два остальных события не наступят. Можно выделить три подобных варианта, которые являются несовместимыми. Используя теорему сложения для несовместимых событий и умножения для независимых событий, а также применяя вероятности событий , мы можем определить вероятность события {X=1} так:

P(X=1)=0,8*(1-0,7)*(1-0,6)+(1-0,8)*(1-0,7)*0,6+(1-0,8)*0,7*(1-0,6)= 0,188.

Событие {X=2} означает, что могут наступить только два из трех событий A_i . Вероятность события {X=2} составляет:

P(X=2)=0,8*0,7*(1-0,6)+0,8*(1-0,7)*0,6+(1-0,8)*0,7*0,6=0,452

Таким образом, мы получим следующий закон распределения:

X	0	1	2	3
p	0,024	0,188	0,452	0,336

Для проверки удостоверимся, что сумма вероятностей P(x_1)+ P(x_2)+P(x_3)+P(x_4) составляет 1.

Совершенно исключить ошибки студентов, которые они допускают, решая задачи по теории вероятностей, не представляется возможным, но можно помочь им, если, изучая раздел, посвященный случайным событиям, заострить их внимание на следующих аспектах:

1. следует проводить учебные обсуждения, которые представляют собой весьма эффективную форму обучения, в отличие от классических занятий, где основная роль отводится педагогу, а учащимся нужно лишь производить расчеты, пользуясь предложенными формулами;
2. необходимо одновременно применять формулы Бернулли и Пуассона, что позволит определить условия и сферу их использования;
3. важно понять связь и отличия в задачах, в которых необходимо использовать формулы полной вероятности и Байеса. При этом обязательно следует проверять, имеет ли место полная группа событий, являющихся несовместными, т.е. гипотезы;
4. необходимо проработать понятия “совместность” и “независимость” событий, чтобы можно было обоснованно использовать теоремы сложения и умножения вероятностей;
5. 5) необходимо составлять правильную схему, отражающую равновозможные элементарные исходы. Это поможет решающему понять, нужно ли при решении воспользоваться элементами комбинаторики, и если нужно, то какими конкретно;
6. требование равновозможного характера элементарных исходов в традиционной дефиниции вероятности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусак А.А., Бричикова Е.А. Теория вероятностей. Минск: ТетраСистемс, 2006.
2. Бирюкова Л.Г. и др. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ИНФРА – М, 2004.
3. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2003г.
4. Семенчин Е.А. Теория вероятностей в примерах и задачах СПб.: ООО Лань, 2007.
5. Крупин В.Г., Тугунбаев А.А. Теория вероятностей М.: Факториал Премм, 2006.
6. Белько И., Свирид Г. Теория вероятностей и математическая статистика. Минск: Новое Знание, 2004.

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»