

Объяснение эксперимента OPERA*

Антонов Александр Александрович,
кандидат технических наук, доцент,
директор научного центра информационных
технологий «ТЕЛАН Электроникс»,
01.04.03
telan@bk.ru

Аннотация. Приводятся экспериментальные и теоретические доказательства физической реальности именованных комплексных чисел. Объясняется, что мнимая компонента комплексных чисел физически соответствует скрытым дополнительным измерениям. Причем не только микромира, но также и макромира, и даже мира обычных человеческих измерений.

Показывается, что использование принципа физической реальности комплексных чисел позволяет:

- решить физическую проблему согласования результатов экспериментов OPERA со специальной теорией относительности;
- показать, что экспериментами OPERA доказываются наличие у нейтрино нулевой массы покоя;
- решить математическую проблему преодоления противоречивости решений алгебраических уравнений с использованием действительных и комплексных чисел;
- создать совершенную теорию резонанса на комплексных частотах.

Ключевые слова: комплексные числа, колебательные процессы, резонанс, специальная теория относительности, масса покоя, релятивистская масса, нейтрино, скрытые измерения.

Explain the OPERA Experiment

Antonov Alexander Alexandrovich
Ph.D. of technical Science, Associate Professor,
Scientific Director of the Center for Information
Technology «Telan Electronics»

Abstract. We offer experimental and theoretical evidence of the physical reality of concrete complex numbers. It is explained that the imaginary component of complex numbers physically corresponds to the hidden extra dimensions, not only in the microcosm, but in the macrocosm, as well, and even in the world of regular human dimensions. It is shown that the use of the principle of physical reality of complex numbers allows:

- solving the physical problem of aligning the results of the OPERA experiments with the special theory of relativity;
- demonstrating that the OPERA experiments prove a neutrino has zero rest mass;
- solving the mathematical problem of resolving the contradictions in solution of algebraic equations on the set of real and complex numbers;
- developing a perfect theory of resonance at complex frequencies.

Keywords: Complex Numbers, Oscillatory Processes, Resonance, Special Theory of Relativity, Rest Mass, Relativistic Mass, Neutrino, Universe's Hidden Dimensions.

Введение

22 сентября с.г. 173 ученых CERN опубликовали [1] сенсационные результаты экспериментов OPERA (Oscillation Project with Emulsion-tRacking Apparatus), в которых было зафиксировано

статистически значимое указание на превышение скорости света мюонными нейтрино. Математической обработке были подвергнуты экспериментальные данные, полученные за последние три года. Следует также отметить, что в 2006 г. аналогичные результаты были получены [2] в американском эксперименте MINOS (Main Injector Neutrino Oscillation Search), которые однако физиками были проигнорированы из-за относительно меньшей точности измерений.

* Это – репринт статьи «Antonov A.A., 2011, Using the Principle of Physical Reality of Complex Numbers to Explain the OPERA Experiment, *European Journal of Scientific Research*, vol. 65, no. 3, pp. 321 – 328».

Естественно, для опровержения или подтверждения результатов экспериментов OPERA требуются дополнительные независимые эксперименты, проведенные другими исследователями на другом оборудовании. Поэтому, чтобы сделать такую проверку возможной, коллаборация OPERA и опубликовала свои результаты.

Если же эксперименты OPERA будут подтверждены, некоторые базовые понятия современной физики, и, прежде всего, специальной теории относительности (СТО), очевидно, потребуют пересмотра.

Доказательства физической реальности комплексных чисел

Чтобы объяснения результатов экспериментов OPERA были понятными, предварительно необходимо объяснить физический смысл мнимых и комплексных чисел.

Мнимые числа были открыты в 1545 г. Джироламо Кардано (1501–1576), а возможно, еще раньше Паоло Вальмесом (???? – 1486), которого по приговору инквизиции казнили “гуманным образом без пролития крови – сожжением живьем на костре”. Позже в 1777 г. Леонардом Эйлером (1707 – 1783) для мнимой единицы предложил символ $i = \sqrt{-1}$. Термин же комплексные числа в 1831 г. ввел в употребление Карл Фридрих Гаусс (1777 – 1856) [3].

Неудивительно, что в существовавшей в то время обстановке средневекового всесия инквизиции Исаак Ньютон (1642 – 1727) отказался в своих работах использовать мнимые числа. Но в 20-м веке Альберт Эйнштейн (1879 – 1955) при создании специальной теории относительности, не сумев понять физический смысл комплексных чисел, также отказался признать их физическую реальность.

Поэтому физический смысл комплексных чисел не объяснен до сих пор.

Доказательство с использованием переходных колебательных процессов

Из-за отсутствия понимания физического смысла комплексных чисел, оказывается, своя неразрешенная проблема до сих пор существует не только в физике, но и в математике. Точнее, в алгебре [4], [5].

Действительно, до сих пор в алгебре используют два взаимно исключающие друг друга алгоритма решения алгебраических уравнений – с использованием действительных чисел и с использованием комплексных чисел.

При использовании действительных чисел алгебраическое уравнение степени n (из последующего текста будет ясно почему аргумент обозначен p , а не x),

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \quad (1)$$

может иметь n решений, $n-1$ решений, $n-2$ решений, ... или даже ни одного решения.

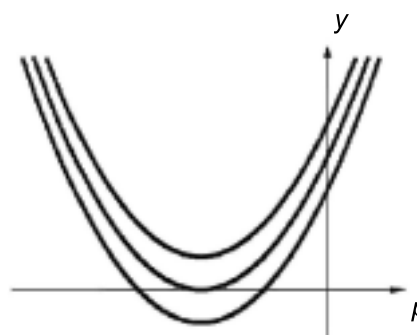


Рис. 1

Почему так получается, очень понятно иллюстрируется графическим решением, например, квадратного уравнения,

$$\begin{cases} y = a_2 p^2 + a_1 p + a_0 \\ y = 0 \end{cases}$$

как точек пересечения параболы $y = a_2 p^2 + a_1 p + a_0$ и оси p (см. рис. 1). Причем иллюстрируется настолько хорошо, что становится даже непонятно, как может идти речь о

других решениях с использованием комплексных чисел.

Но, оказывается, не менее понятное графическое решение

$$\begin{cases} |y| = |a_2(\sigma + j\omega)^2 + a_1(\sigma + j\omega) + a_0| \\ y = 0 \end{cases}$$

может быть приведено и для случая использования комплексных чисел $p = \sigma + i\omega$ (см. рис. 2), как точек касания поверхности $|y| = |a_2(\sigma + j\omega) + a_1(\sigma + j\omega) + a_0|$ и плоскости $p = \sigma + i\omega$. Причем при использовании комплексных чисел количество решений всегда равно степени n уравнения (1) (т.е. для квадратного уравнения их всегда два).

Таким образом, в случае, когда дискриминант квадратного уравнения отрицателен, при использовании комплексных чисел получаем два решения (рис. 2с), а при использовании действительных чисел – ни одного (рис. 1). Очевидно, что эти два утверждения взаимно друг друга исключают. И поэтому истинным может быть только одно из них.

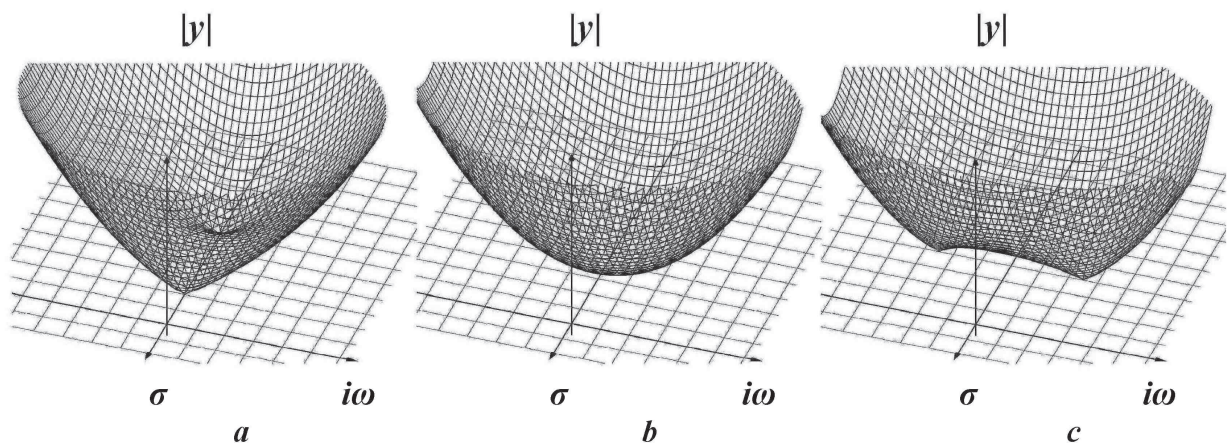


Рис. 2

Какое же из них выбрать? В алгебре ответ на поставленный вопрос отсутствует.

Поэтому, чтобы убедительно ответить на вопрос, какое же из упомянутых выше решений на самом деле существует в реальном физическом мире, воспользуемся физическим экспериментом. И вспомним в этой связи, что при изучении протекающих в линейных колебательных системах процессов решают соот-

ветствующие дифференциальные уравнения. Причем при нахождении переходного процесса решают соответствующие исходным дифференциальным уравнениям характеристические алгебраические уравнения вида (1). Но решают их всегда (и это очень важно подчеркнуть) только с использованием комплексных чисел. Так делают потому, что такому решению соответствуют реально физически существующие колебательные переходные процессы (например, цунами). Существуют же они на комплексных частотах $p = \sigma \pm i\omega$.

А если бы реально существующие переходные процессы соответствовали решениям характеристических уравнений с использованием действительных чисел, то цунами в природе не существовало бы. По той же причине, не звучал бы камертон, не качался бы после толчка маятник, в оркестрах отсутствовали бы ударные музыкальные инструменты и т.д.

Следовательно, единственно истинными и физически существующими являются решения алгебраических уравнений с использо-

ванием комплексных чисел. Применительно же к колебательным переходным процессам это означает, что комплексные частоты этих колебаний $p = \sigma \pm i\omega$ являются физически реальными.

Полученные результаты, таким образом, подтверждают прозорливость выдающегося ученого, создателя операционного исчисления Oliver Heaviside (1850 – 1925), который

писал: «Математика – это экспериментальная наука».

Доказательство с использованием резонансных колебательных процессов

Из-за отсутствия понимания физического смысла комплексных чисел существует еще одна до сих пор неразрешенная проблема. На этот раз уже в физике. Точнее, в теории резонанса. Причем настолько серьезная, что, не умея объяснить это физическое явление (а предметом изучения физики по определению должны быть все реально существующие физические процессы), его по существу исключили из физики. Так, в алфавитном указателе PACS 2010 (Physics and Astronomy Classification Scheme) упоминание о нем отсутствует. В разделах “List of Topics” или “Aims and Score” физических журналов термин “Resonance” также нигде не упоминается.

Поэтому резонанс в настоящее время детально изучается лишь в прикладных науках. Причем наиболее удобными для его экспериментального исследования являются электрические цепи, так как в них быстро и просто могут быть реализованы любые частные случаи. Но, хотя впервые резонанс в электрических цепях был обнаружен Феликсом Савари (1797 – 1841) еще в 1826 году [6], это физическое явление полностью не изучено до сих пор.

Существующая теория резонанса в электрических цепях на действительных частотах безупречно справедливой является лишь в не представляющих практического интереса LC-цепях. И в этих LC-цепях при резонансе:

- модуль иммитансной функции принимает экстремальное значение;
- мнимая компонента иммитансной функции принимает нулевое значение;
- частота вынужденных колебаний равна частоте свободных колебаний.

В реальных же LCR-цепях ни один из указанных признаков резонанса практически никогда не выполняется. Поэтому в научной и учебной литературе при исследовании

электрических LCR-цепей пользуются только приближенными формулами, хоть как-то соответствующими указанным признакам резонанса.

Если же применительно к указанным признакам резонанса пользоваться точными формулами, то резонансные частоты, соответствующие разным его признакам, оказываются разными. Более того, резонансных частот, даже соответствующих одному и тому же признаку, в большинстве случаев оказывается несколько. И никогда резонансные частоты не равны частотам свободных колебаний. Последнее обстоятельство в первой половине прошлого века пытался объяснить академик Л.И. Мандельштам [7], но безуспешно. После него других попыток как-то усовершенствовать теорию резонанса более не предпринималось.

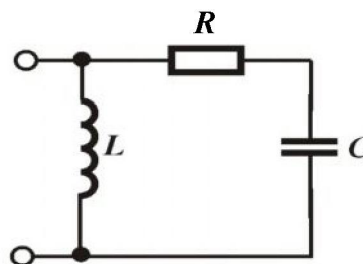


Рис. 3

Чтобы не быть голословным, несовершенство существующей теории резонанса на действительных частотах проиллюстрируем на примере простейшего электрического колебательного LCR-контура (см. рис. 3).

В этой электрической LCR-цепи модуль комплексной проводимости принимает максимальное значение на резонансной частоте

$$\omega_{res1} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^2 - 4\sigma_0^2}} = \omega_0 \frac{Q}{\sqrt{Q^2 - 1}} \neq \omega_0$$

где $2\sigma_0 = R/L$; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; $Q = \omega_0/2\sigma_0$;

Мнимая компонента комплексной проводимости этого колебательного LCR-контура принимает нулевые значения на резонансных частотах (уже не одной, а двух!)

$$\left[\begin{array}{l} \omega'_{res2} = 0 \\ \omega''_{res2} = \omega_0 \sqrt{\frac{\omega_0^3 \sqrt{\omega_0^2 + 8\sigma_0^2} + 4\sigma_0^2 \omega_0^2}{\omega_0^4 + 8\sigma_0^2 \omega_0^2 - 16\sigma_0^4}} = \omega_0 \sqrt{\frac{Q^3 \sqrt{Q^2 + 2} + Q^2}{Q^4 + 2Q^2 - 1}} \neq \omega_0 \end{array} \right.$$

И, наконец, частота свободных колебаний в этом LCR-контуре равна

$$\omega_{free} = \sqrt{\omega_0^2 - \sigma_0^2} = \omega_0 \sqrt{\frac{4Q^2 - 1}{4Q^2}} \neq \omega_0$$

Как видно, все эти частоты не равны друг другу.

Для других электрических LCR-цепей получаются аналогичные результаты, в рамках теории резонанса на действительных частотах до сих пор никем не объясненные. Правда, отличия всех этих частот ω_{res1} , ω_{res2} и ω_{free} от величины ω_0 относительно невелики (однако они значительно превышают различия скоростей света и сверхсветовых нейтрино в эксперименте OPERA). Тем не менее, они доказывают несостоятельность существующей теории резонанса на действительных частотах и требуют своего объяснения.

Такое объяснение приводится в публикациях [8] – [12], в которых изложена безупречная теория резонанса на комплексных частотах. В этих работах доказано теоретически и экспериментально, что резонанс, как физическое явление, в действительности существует не на действительных, а на комплексных частотах. Это доказывает физическую реальность и самих комплексных частот и производных от них величин – комплексных сопротивлений и проводимостей, комплексных токов и напряжений, комплексных мощностей и энергий.

Вероятно, наиболее необычными в этой новой теории резонанса на комплексных частотах являются ее экспериментальные доказательства, которые существующей теорией резонанса на действительных частотах никак не могут быть объяснены.

Приведем одно из них. На рис. 4 приведены три электрические цепи, в которых резонанс на комплексных частотах используется для построения режекторных фильтров. Как видно, на входы электрических цепей, изображенных на рис. 4а и рис. 4б, подаются одинаковые входные сигналы U_{imp} , представляющие собой сумму прямоугольных радиоимпульсов U_1 и экспоненциальных радиоимпульсов U_2 , которые существующими фильтрами действительных частот разделить невозможно. Приведенными же на рис. 4 режекторными фильтрами комплексных частот такое разделение выполняется без малейших затруднений (и это может проверить каждый).

Так, в схеме, приведенной на рис. 4а входной LC-контур настроен в резонанс на комплексно-сопряженные частоты $p_{res} = \pm i\omega_0$ прямоугольного радиоимпульса U_1 . И поэтому на выход проходит неискаженный экспоненциальный радиоимпульс U_2 .

В схеме, приведенной на рис. 4б, наоборот, входной LCR-контур настроен в резонанс на комплексно-сопряженные частоты $p_{res} = -\sigma_0 \pm i\omega_0$ экспоненциального радиоимпульса U_2 . И поэтому на выход проходит неискаженный прямоугольный радиоимпульс U_1 .

Более того, на рис. 4с приведена схема, в которой в качестве резонансной используется аperiodическая электрическая цепь. Поэтому в ней входная RC-цепь настроена в резонанс на комплексную частоту $p_{res} = -\sigma_0$, в результате чего из имеющегося на входе сигнала U_{imp} , являющегося суммой прямоугольного радиоимпульса U_1 и экспоненциального радиоимпульса U_2 , на выход проходит только прямоугольный радиоимпульс U_1 .

Из описанных экспериментов видно, что резонанс на комплексных частотах может

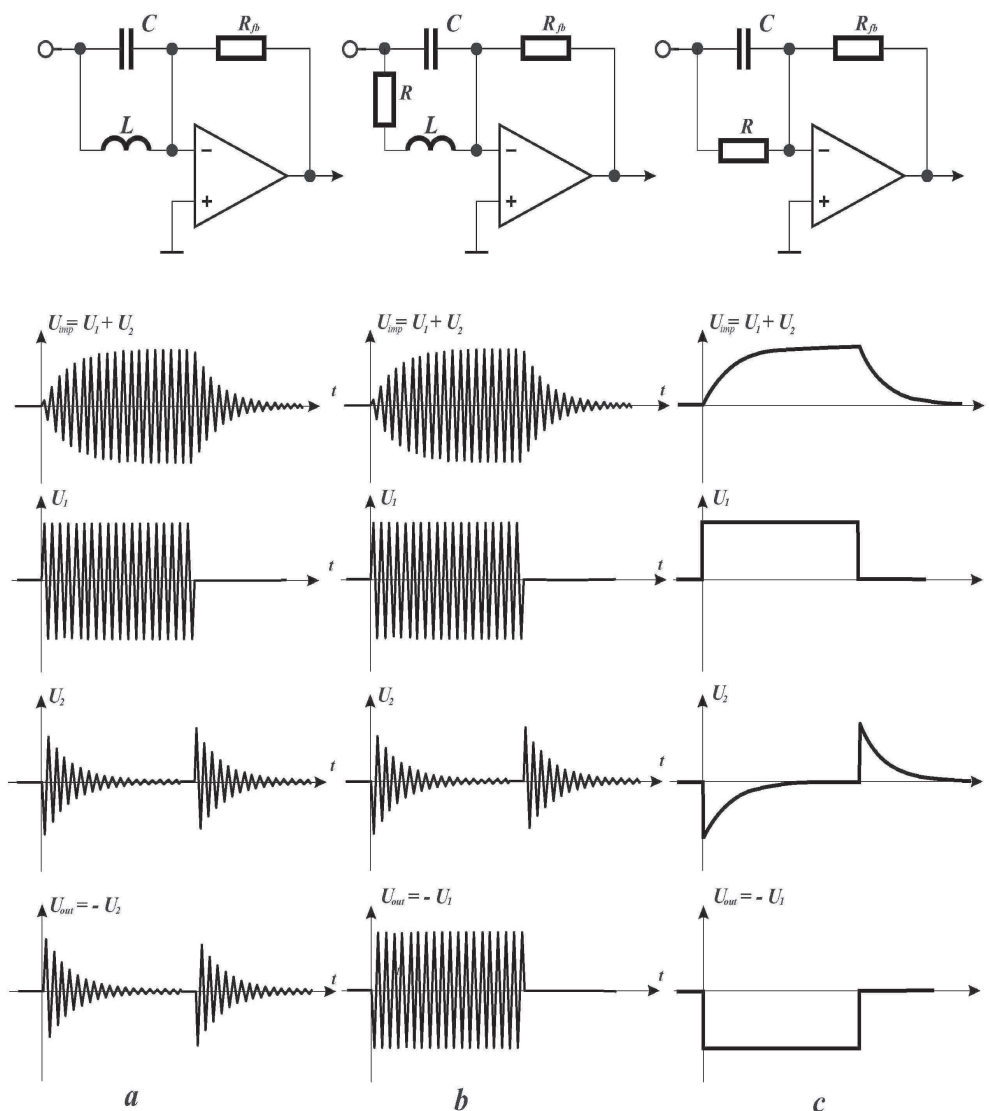


Рис. 4

существовать не только при воздействии на соответствующую электрическую цепь незатухающими синусоидальными колебаниями, но также – затухающими синусоидальными колебаниями и даже экспоненциальными видеоимпульсами. Следовательно, описанные многообразные проявления резонанса на комплексных частотах убедительно подтверждают его физическую реальность и физическую реальность самих комплексных частот.

Физическая интерпретация комплексных чисел

Хотя упомянутые выше теоретические и экспериментальные доказательства физической реальности комплексных чисел неопровержимы, напрашивается вопрос, а нельзя ли эти комплексные числа как-то увидеть или иным образом убедиться в их существовании. К сожалению, нельзя. Нет у людей соответствующих органов чувств.

Но такая ситуация не оригинальна. Люди своими органами чувств никак не могут зарегистрировать ни магнитное поле, ни рентгеновское излучение, ни электрическое напряжение (если оно не слишком велико), ни строение атомов и молекул, ни черные дыры и многое другое. Во все это люди просто верят на основании того, что им говорят ученые (или показывают приборы). Так и в физическую реальность комплексных чисел нужно просто поверить.

В описываемой ситуации, однако, имеется важная особенность. Числа всегда служат для измерения чего-то. Например, для оценки величины времени, массы, энергии и т.д. Короче говоря, всего, что можно как-то измерить. Следовательно, и мнимые числа могут что-то измерять, т.е. могут служить какими-то измерениями. Но какими?

Для ответа на поставленный вопрос, вспомним формулу Эйлера $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, которая очевидным образом может быть преобразована к виду

$$e^{(\sigma \pm i\omega)t} = e^{\sigma t} (\cos \omega t \pm i \sin \omega t)$$

Нетрудно заметить, что в показателе степени в последней формуле содержится комплексная частота $p = -\sigma \pm i\omega$, физическая реальность которой была доказана выше. Поэтому вся левая часть формулы Euler является физически реальным числом. Следовательно, и ее правая часть, содержащая действительную и мнимую компоненты, также является физически реальным числом.

Изложенные соображения позволяют мнимую компоненту в формуле Эйлера по аналогии с [13] назвать скрытым измерением, дополнительным к измерению с помощью действительных чисел. Причем, поскольку формула Euler справедлива и в случае, когда $\sigma = 0$, т.е. применительно не только к затухающим, но и к незатухающим колебаниям, то скрытые дополнительные измерения имеют место и в случае вращения электронов вокруг ядра атома, и в случае вращения планет вокруг своих звезд и во многих других случаях. Следовательно, в этих микро- и макромирах должны существо-

вать свои физические реальности, измеряемые комплексными и мнимыми числами.

И в этом заключается отличие описанных выше скрытых дополнительных измерений [14] – [17] от скрытых дополнительных измерений, которые предполагается открыть на Большом Адронном Коллайдере, поскольку последние относятся исключительно к микромиру.

Обсуждение эксперимента OPERA

Возвратимся теперь к эксперименту OPERA. Если его результаты будут подтверждены, то специальную теорию относительности неизбежно придется дорабатывать [18]. Ведь ее, в отличие от теории резонанса, несмотря на возникшие трудности объяснения новых экспериментальных результатов, из физики исключить невозможно.

В новой редакции специальной теории относительности, естественно, должны быть даны объяснения тем обстоятельствам, которые учитывал Альберт Эйнштейн при создании своей теории, а также тем новым обстоятельствам, которые следуют из экспериментов OPERA. В частности, в ней должна быть предложена новая интерпретация формулы Лоренца-Эйнштейна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Из нее следует, что релятивистская масса m движущегося физического объекта со скоростью v , не превышающей скорости света c , больше массы покоя m_0 и является числом действительным. В случае же, если скорость движения этого физического объекта v превысит скорость света c , его релятивистская масса m станет мнимым числом.

Но что это означает? Какой физический смысл может иметь мнимая масса? Не умея ответить на этот вопрос, Альберт Эйнштейн указанную ситуацию разрешил наиболее простым образом, вообще отказавшись признать какой-либо физический смысл комплексных чисел. И такое его решение однозначно

привело к непризнанию возможности движения любых физических объектов со сверхсветовой скоростью.

Но если полагать, как было доказано выше, что мнимые числа имеют физический смысл и соответствуют скрытым дополнительным измерениям, то можно сделать вывод, что, преодолевая пороговую величину скорости $v = c$, движущийся физический объект переходит в скрытое дополнительное измерение, где становится недоступен для регистрации аппаратурой, находящейся в нашем измерении действительных чисел. В таком случае СТО останется справедливой и для ситуации, когда $v > c$ [19].

При таком подходе допустимо полагать, что скрытое измерение устроено таким же образом, что и наше измерение действительных чисел. И в скрытом измерении (или измерениях?) действуют те же физические законы, что и в нашем измерении. И тогда почти все становится понятным.

Становится понятным, что тахионы – это, скорее всего, такие же, как и в нашем измерении, элементарные частицы, которые каким-то образом смогли преодолеть пороговый уровень скорости $v = c$ и за счет этого перейти в скрытое измерение. Или вообще всегда там находились. И поскольку тахионы так или иначе ока-

зались в скрытом измерении, то их из нашего измерения зарегистрировать невозможно.

Становится понятным также, что нейтрино могут иметь сверхсветовую скорость. Но только при условии, что их масса покоя m_0 равна нулю. Тогда даже на сверхсветовых скоростях их релятивистская масса m будет нулевой. А потому нейтрино, не обладая мнимой массой, в скрытое измерение не перейдут и останутся доступными для регистрации в нашем измерении.

Заключение

Так как результаты эксперимента OPERA предположительно не соответствуют некоторым базовым положениям существующей трактовки специальной теории относительности, их проверка, безусловно, необходима.

Однако, если полученные экспериментальные данные подтвердятся, то они в результате использования принципа физической реальности комплексных чисел позволят создать новую более универсальную СТО, которая будет справедлива не только в случае $v < c$, но и в случае $v > c$. И скорее всего, именно так и будет, поскольку принцип физической реальности комплексных чисел уже позволил весьма успешно решить другие (рассмотренные выше) давние физико-математические проблемы.

Список литературы:

1. Adam T. and other 172 coauthors, Submitted 22 Sep 2011, “Measurement of the neutrino velocity with the OPERA detector in the CNGS beam”. <http://arxiv.org/abs/1109.4897>
2. D.G. Michael et al., 2006, “Observation of muon neutrino disappearance with the MINOS detectors in the NuMI neutrino beam”. *Physical Review Letters*, Vol. 97: 191801. *doi:10.1103/PhysRevLett.97.191801*
3. Виноградов И.М., ред., 1982, Математическая энциклопедия, том 2, Изд. «Советская энциклопедия», Москва.
4. Antonov A.A., 2010, “Solution of Algebraic Quadratic Equations Taking into Account Transitional Processes in Oscillation Systems”, *General Mathematics Notes*, Vol. 1, No. 2, pp. 11-16. http://geman.in/yahoo_site_admin/assets/docs/2_Solution_of_algebraic_quadraticAntonov.30172055.pdf
5. Antonov A.A., 2010, “Oscillation Processes as a Tool of Physics Cognition”, *American Journal of Scientific and Industrial Research*, Vol. 1, No. 2, pp. 342 – 349. <http://scihub.org/AJSIR/PDF/2010/2/AJSIR-1-2-342-349.pdf>
6. Blanchard Ju., 1941, “The History of Electrical Resonance”, *Bell System Technical Journal*, Vol. 20, No 4, pp. 415 – 433.

7. Мандельштам Л. И. Лекции по колебаниям. Изд. АН СССР, том 4. 1955.
8. Антонов А.А., Бажев В.М., 1974, “Средства формирования отклоняющих токов для спиральной развертки луча на экране ЭЛТ», авт. св. СССР №433650.
9. Антонов А.А., 1987, Исследование резонанса, Препринт №67, Института проблем моделирования в энергетике Академии наук Украины, Киев.
10. Antonov A.A., 2008, “Physical Reality of Resonance on Complex Frequencies”, European Journal of Scientific Research, Vol. 21, No. 4, pp. 627 – 641. http://www.eurojournals.com/ejsr_21_4_06Alexander.pdf
11. Antonov A.A., 2009, “Resonance on Real and Complex Frequencies”, European Journal of Scientific Research, Vol. 28, No. 2, pp. 193 – 204. http://www.eurojournals.com/ejsr_28_2_03.pdf
12. Antonov A.A., 2010c, “New Interpretation of Resonance”, International Journal of Pure and Applied Sciences and Technology, Vol. 1, No. 2, pp. 1 – 12. http://www.ijopaasar.in/volumes/vol_1_no2_december_2010
13. Randall L., 2005, Warped Passages: Unraveling the Universe’s Hidden Dimensions, Ecco, NY.
14. Антонов А.А. Дополнительные измерения в физике открыты. Научная перспектива. No 9, стр. 60 – 64, 2011. <http://www.naupers.ru/6archive.html>
15. Antonov A.A., 2011b, “Evidence of Existence of the Universe’s Extra Dimensions”, International Journal of Advances in Science and Technology, Special Issue, Vol. 2, No.6, pp. 1 – 11. <http://www.docstoc.com/docs/87753782/Paper-1>
16. Antonov A.A., 2011c, “Transitional Processes as a Tool for Revealing Universe’s Hidden Dimensions”, International Journal of Emerging Sciences, Vol. 1 No 2, pp. 83-94. <http://ijes.info/1/2/4254124.pdf>
17. Antonov A.A., 2011d, “Resonant Processes as a Tool for Revealing the Universe’s Hidden Dimensions”, American Journal of Scientific and Industrial Research, Vol. 2, No 4, pp. 567 – 572. [doi:10.5251/ajsir.2011.2.4.567.572](https://doi.org/10.5251/ajsir.2011.2.4.567.572)
18. Grossman L., 23 September 2011, “Faster-than-light neutrino claim bolstered”, New Scientist. <http://www.newscientist.com/article/dn20961-fasterthanlight-neutrino-claim-bolstered.html>
19. Антонов А.А., 2011, “Комментарий эксперимента OPERA”, Современная наука: Естественные и технические науки, №1, стр. 13-14. <http://www.nauteh-journal.ru/index.php/---etn01-11/221-a>