

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛЕНТОЧНОГО КОНВЕЙЕРА ЗЕРНА ДЛЯ ЕГО СОРТИРОВКИ НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

SIMULATION OF A CONSUMER BELT CONVEYOR FOR ITS SORTING BASED ON SPECTRAL ANALYSIS

A. Sivtsev
A. Generalov

Summary. An algorithm for creating a simple model of a grain conveyor belt with foreign impurities, the amount and size of which is regulated, is proposed. An algorithm for modeling the spectral properties of objects of the above model is described. An example of using this model for spectral analysis for the presence of impurities in grain is given.

Keywords: grain sorting, spectral analysis, intersection area.

Сивцев Алексей Олегович

Ассистент, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет пищевых производств»
sivtsevao@mgpp.ru

Генералов Александр Витальевич

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет пищевых производств»
sadha.generalov@gmail.com

Аннотация. Предложен алгоритм создания простой модели ленточного конвейера зерна, имеющего посторонние примеси, количество и размеры которых регулируются. Описан алгоритм моделирования спектральных свойств объектов вышеупомянутой модели. Приведён пример использования данной модели для спектрального анализа на наличие посторонних примесей в зерне.

Ключевые слова: сортировка зерна, спектральный анализ, площадь пересечения.

По данным Продовольственной и сельскохозяйственной организации ООН, Россия, с 2014 по 2017 гг., стоит на третьем месте в мире в рейтинге стран по производству пшеницы. По данным той же организации, в период с 2000 по 2017 гг., Россия только наращивала своё производство пшеницы. Данные по производству пшеницы взяты как пример производств зерновых культур. И даже из этого примера видна положительная тенденция в наращивании зернового производства в России. Имея такую тенденцию, Россия остаётся неразвитой в плане технологичности её производства. Так, по данным федеральной службы государственной статистики, число используемых передовых производственных технологий в производстве пищевых продуктов с 2019 по 2020 гг. упало на 18%, а доля машин в общем объёме на производствах в 2019 г. составила 38,5%. Похожий анахронизм можно заметить и в нормативно-технических документах РФ. По ГОСТу 30483–97 методом выделения примесей из навески зерна или семян бобовых культур является ручная разборка с применением сит. Проанализировав рынок сортировочного оборудования для зерна в РФ, можно убедиться в неточности отечественной сортировки. Минимальное количество оборудования для сортировки использует оптические технологии для выявления кол-ва примесей в зерне, использование которых увеличивает точность очистки. И если к производству оптической техники в России вопросов нет, то в сфере

алгоритмизации не всё так гладко. Алгоритмов по оптическому обнаружению примесей в зерне в свободном доступе нет. Данная статья является пособием по созданию модели ленточного конвейера зерна, на основе которой можно обрабатывать разные алгоритмы по обнаружению примесей, проверяя их на эффективность.

Математическая модель ленточного конвейера

Основой данной модели является умозрительная ось координат, по которой и будут перемещаться объекты [1], представляющие собой зёрна и примеси. Границы видимой части ленты задаются заранее. В данном случае границами будут условные X_{max} и Y_{max} . Таким образом объекты будут перемещаться по ленте справа налево по оси абсцисс — от большего значения координаты, ограничивающей видимую часть ленты, до нуля. Заполнение же будет происходить снизу вверх по оси ординат — от нуля до большего значения координаты, ограничивающей видимую часть ленты. Каждый создаваемый объект будет хранить в себе координаты центров по OX и OY . Объекты будут делиться на два вида: зёрна и примеси. В зависимости от вида, они также будут хранить данные о своей форме: эллипс, который представляет собой зерно, будет хранить значения его полуосей; прямоугольник, который представляет собой примесь, будет хранить значения половин его



Рис. 1. Пример заполненного столбца

высоты и ширины. Видимая часть конвейерной ленты будет состоять из столбцов, заполненных эллипсами и прямоугольниками (см. рис. 1).

Заполнение каждого нового столбца происходит следующим образом:

1. создаётся первый элемент столбца с начальными координатами центра ($X_{max}, 0$);
2. значение координаты его центра по OY увеличивается так, чтобы все точки данной фигуры имели значение координаты по OY больше нуля (иными словами, нужно поднять фигуру так, чтобы она была выше OX);
3. далее создаётся следующий элемент столбца с координатами центра равными координатам центра предыдущего объекта (иными словами, новый объект создаётся внутри предыдущего);
4. значение координаты центра нового объекта по OY изменяется так, чтобы он не имел точек пересечения с предыдущим объектом (иными словами, нужно поднять новую фигуру так, чтобы она не пересекалась с предыдущей);
5. далее пункты 3 и 4 повторяются, пока значения координат всех точек новых объектов по OY меньше значения Y_{max} (иными словами, пока все точки новых объектов ниже заданной максимальной высоты видимой части ленточного конвейера).

Для реализации пункта 4 следует составить алгоритм поиска двух точек каждой из фигур: точка с самым маленьким и самым большим значением координаты по OY . И если в рамках данной модели найти указанные точки для прямоугольника без угла поворота легко, то для эллипса с углом поворота α они определяются по нижеуказанным формулам.

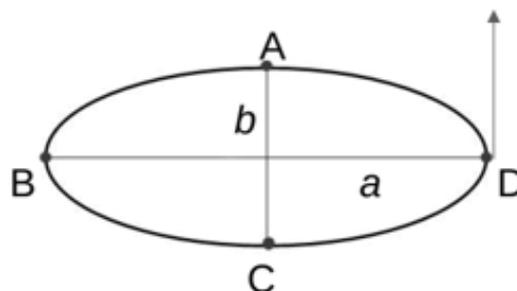


Рис. 2. Пример эллипса с указанием направления поворота

♦ Если $\alpha < 90^\circ$:

$$D = y_0 + a * \sin(\alpha); A = y_0 + b * \cos(\alpha); \quad (1)$$

$$B = y_0 - a * \sin(\alpha); C = y_0 - b * \cos(\alpha). \quad (2)$$

♦ Если $\alpha > 90^\circ$:

$$D = y_0 + a * \sin(\alpha); A = y_0 - b * \cos(\alpha); \quad (3)$$

$$B = y_0 - a * \sin(\alpha); C = y_0 + b * \cos(\alpha). \quad (4)$$

♦ Если $\alpha = 90^\circ$:

$$D = y_0 + a; A = y_0; \quad (5)$$

$$B = y_0 - a; C = y_0. \quad (6)$$

Где y_0 и x_0 — координаты центра эллипса; a и b — полуоси эллипса.

Формулы справедливы для эллипса, вращение которого происходит против часовой стрелке, а расположение указанных в формулах точек имеет вид рис. 2.

Далее можно приступить к описанию алгоритма перемещения столбцов:

1. каждый новый столбец создаётся по тому же алгоритму, что и предыдущий (то есть создаются «поверх» предыдущих);
2. значения координат каждого элемента предыдущего столбца по OY изменяются так, чтобы элементы предыдущего столбца не имели точек пересечения с элементами нового столбца (иными словами, предыдущий столбец перемещается влево по OY);



Рис. 3. графическая интерпретация результата работы программы

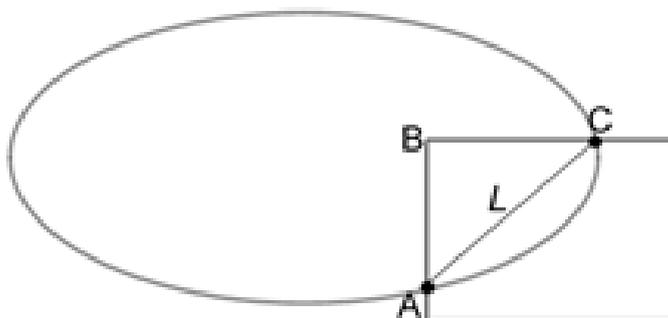


Рис. 4. многоугольник ABC, получившийся при пересечении эллипса с прямоугольником

3. далее все столбцы, созданные ранее, также «перемещаются влево»;
4. столбцы, элементы которых имеют значения координат по Ox меньше нуля, удаляются.

Для реализации пунктов 2 и 3 необходимо найти самое большое значение координаты по Ox и самое маленькое для всех фигур столбца. Если для прямоугольника способ их определения понятен, то для эллипса следует пользоваться следующими формулами.

♦ Если $\alpha < 90^\circ$:

$$D = x_0 + a * \cos(\alpha); A = x_0 - b * \sin(\alpha); \quad (7)$$

$$B = x_0 - a * \cos(\alpha); C = x_0 + b * \sin(\alpha). \quad (8)$$

♦ Если $\alpha > 90^\circ$:

$$D = x_0 - a * \cos(\alpha); A = x_0 - b * \sin(\alpha); \quad (9)$$

$$B = x_0 + a * \cos(\alpha); C = x_0 + b * \sin(\alpha). \quad (10)$$

♦ Если $\alpha = 90^\circ$:

$$D = x_0; A = x_0 - b; \quad (11)$$

$$B = x_0; C = x_0 + b. \quad (12)$$

Таким образом, если учесть погрешности в вычислениях, задать при создании каждого эллипса случайный угол поворота, размеры полуосей, а для прямоугольника случайные высоты и длины, представляя данную модель графически, получится результат, который можно наблюдать на рис. 3.

Придание объектам оптических свойств

Наличие физических свойств объектов математической модели имеет место при возможности их считать. В данном случае считывание происходит с помощью объекта, представляющего собой эллипс со значениями полуосей, заданными заранее. Данный объект будет называться сканером.

У объектов, попавших на сканер, высчитывается площадь, которая представляет собой мощность потока светового излучения [2], упавшего на тело. С по-

$$x = \frac{x_0 - x_{0c}}{|x_0 - x_{0c}|} * a_c * \sqrt{1 - \frac{(y - y_{0c})^2}{b_c^2}} + x_{0c} \quad (1)$$

$$\frac{((x - x_0) * \cos(\alpha) + (y - y_0) * \sin(\alpha))^2}{a^2} + \frac{(-(x - x_0) * \sin(\alpha) + (y - y_0) * \cos(\alpha))^2}{b^2} = 1 \quad (2)$$

$$f(y) = \frac{x_0 - x_{0c}}{|x_0 - x_{0c}|} * a_c * \sqrt{1 - \frac{(y - y_{0c})^2}{b_c^2}} + x_{0c} \quad (3)$$

$$g(y) = \frac{-2 * (y - y_0) * \sin(\alpha) * \cos(\alpha) * (b^2 - a^2)}{2 * (\cos(\alpha)^2 * b^2 + \sin(\alpha)^2 * a^2)} - \frac{\frac{(x_0 - x_{0c})}{|x_0 - x_{0c}|}}{2 * (\cos(\alpha)^2 * b^2 + \sin(\alpha)^2 * a^2)} * \sqrt{(2 * (y - y_0) * \sin(\alpha) * \cos(\alpha) * (b^2 - a^2))^2 - 4 * (\cos(\alpha)^2 * b^2 + \sin(\alpha)^2 * a^2) * ((y - y_0)^2 * (\sin(\alpha)^2 * b^2 + \cos(\alpha)^2 * a^2) - a^2 * b^2)} \quad (4)$$

$$\frac{(x - x_{0c})^2}{a_c^2} + \frac{(y - y_{0c})^2}{b_c^2} < 1 \quad (5)$$

мощью этих данных, зная коэффициенты отражения разных зерновых культур, можно высчитать близкую к действительности мощность потока светового излучения, отражённого от тела.

Основная сложность в реализации сканера заключается в высчитывании площади объектов, имеющих более одной общей точки с эллипсом, представляющем сканер.

Определение площади пересечения двух эллипсов

Для начала следует убедиться в наличии общих точек двух эллипсов и, если они имеются, определить значения их координат. Для этого следует ввести условные обозначения:

- x_0, y_0 — координаты центра эллипса, представляющего зерно;
- a, b — полуоси эллипса, представляющего зерно;
- x_{0c}, y_{0c} — координаты центра эллипса, представляющего сканер;
- a_c, b_c — полуоси эллипса, представляющего сканер.

Тогда уравнение эллипса, представляющего собой сканер, будет иметь вид уравнения эллипса, выраженного через x (см. ур. 1) [4].

Уравнение эллипса, представляющего собой зерно, будет иметь уравнение эллипса с углом наклона α (см. ур. 2) [4].

Зная данные уравнения, можно составить систему и методом итераций определить не только наличие общих точек, но и их координаты.

После нахождения координат точек пересечения двух эллипсов можно приступить к нахождению площади их пересечения. Сделать это можно с помощью интегрирования модуля разности их функций [5], которые имеют вид (см. ур. 3 и ур. 4).

Зная подынтегральные функции, можно найти определённый интеграл, значение которого и будет являться искомой площадью, с помощью формулы Симпсона [3].

Определение площади пересечения эллипса с прямоугольником

Чтобы определить наличие общих точек между прямоугольником и эллипсом, достаточно рассмотреть прямоугольник как четыре прямые, ограниченные вершинами рассматриваемого прямоугольника. Зная уравнение прямой, а также уравнение эллипса, представляющего собой сканер (см. ур. 1), можно найти точки их пересечения методом итераций, составив систему их уравнений. Так следует сделать для каждой прямой, составляющей прямоугольник.

Зная точки пересечения, можно приступить к нахождению площади их пересечения. Зная координаты

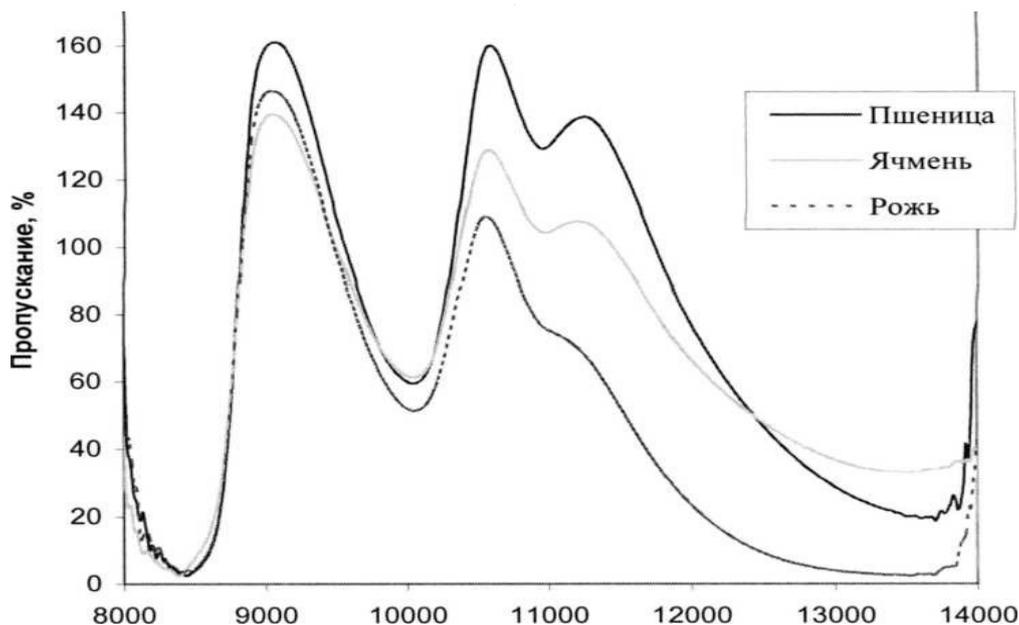


График 1. Графики действительных спектров отражения разных зерновых культур

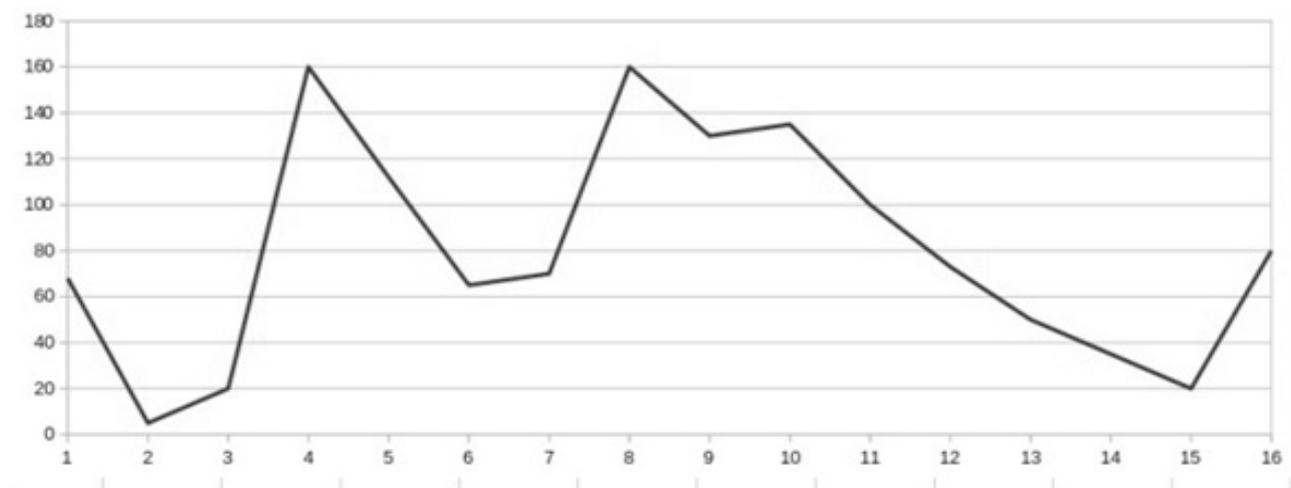


График 2. Дискретизированный на 16 частей график спектра отражения пшеницы

вершин прямоугольника, можно определить, которые из них находятся внутри эллипса с помощью неравенства [6] (см. ур. 5).

Приняв точки пересечения эллипса с прямоугольником и точки, находящиеся внутри эллипса, за вершины некоторого многоугольника (многоугольник *ABC* на рис. 4), можно найти его площадь по формуле площади Гаусса.

Остаётся найти площадь пересечения прямой *L* (см. рис. 4) с эллипсом. Сделать это можно с помощью инте-

грирования модуля разности функции прямой и эллипса.

Определение положения фигуры относительно эллипса, представляющего сканер

Если фигура не имеет общих точек с эллипсом, представляющем сканер, то она расположена относительно него либо внутри, либо снаружи. Определить это можно с помощью неравенства (см. ур. 5).

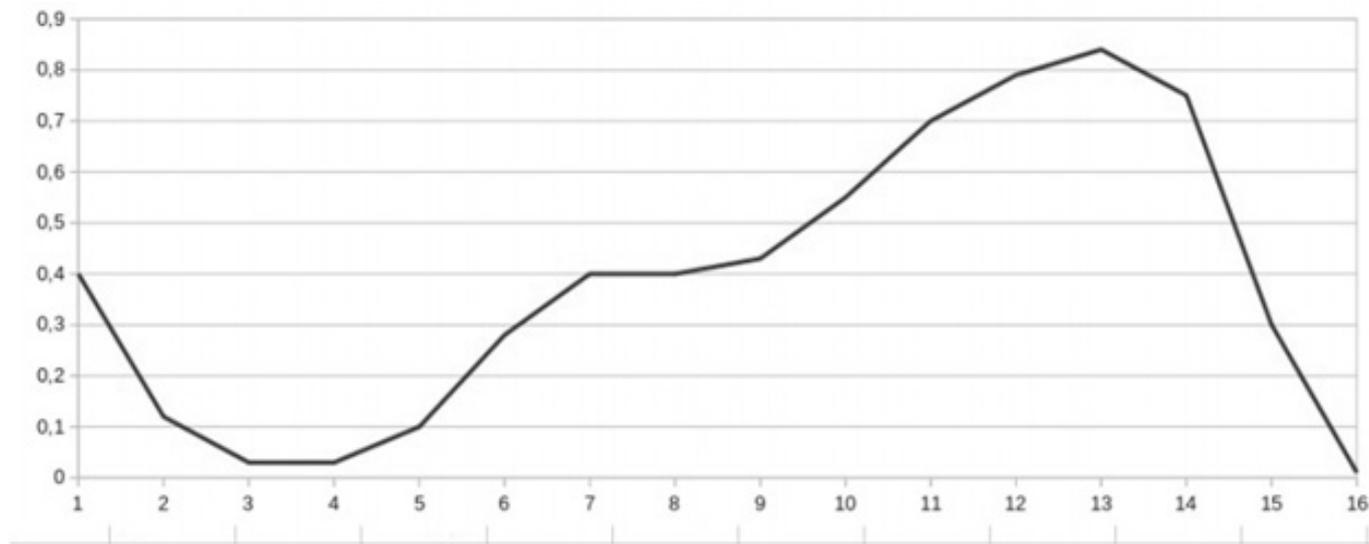


График 3. Часть синусоиды, представляющая собой график спектра отражения мусора

Если фигура расположена относительно сканера внутри его, то площадь находится по формуле полной площади эллипса или прямоугольника соответственно.

Пример использования модели для спектрального анализа

После реализации вышеописанной модели можно приступить к созданию алгоритма спектрального анализа зерна на наличие в нём посторонних примесей.

Получение мощности светового потока, отражённого от объекта

Мощность отражённого светового потока зависит от мощности светового потока, упавшего на объект, и оптических свойств объекта. Если мощность светового потока, упавшего на объект, известна (см. стр. 5), то мощность отражённого светового потока предстоит вычислить. Для этого нужно задать объектам коэффициенты отражения [7].

Для зерна можно использовать график действительного спектра отражения зерна (см. график 1).

Дискретизировав [8] выбранный график, можно получить коэффициент отражения для каждого значения длины волны. В данном примере будет использован дискретизированный на 16 частей график спектра отражения пшеницы (см. график 2).

Теперь, зная значения коэффициенты отражения (на граф. 2 значения на оси ординат, делённые на 10^3) зерна для каждого дискретного значения длины волны

[9], можно определить, во сколько раз мощность отражённого от него светового потока меньше упавшего.

Для этого следует ввести условные обозначения:

p — коэффициент отражения;

Φ — мощность светового потока, отражённого от тела;

Φ_0 — мощность светового потока, упавшего на тело;

N — во сколько раз мощность отражённого светового потока меньше упавшего.

Тогда, зная формулу (см. ур. 6), можно легко найти значения N для каждой длины волны.

$$N = \frac{1}{p} \quad (6)$$

Зная значения N для каждого дискретного значения длины волны, можно найти мощности отражённого от объекта светового потока для каждой длины волны, умножив мощность упавшего светового потока на N .

Для мусора алгоритм действий будет идентичен. Как пример, графиком спектра отражения мусора может являться часть синусоиды (см. график 3).

Зная мощности световых потоков, отражённых от зерна и мусора, для каждой длины волны, можно, просуммировав их (суммировать следует мощности, относящиеся к одинаковым длинам волн), построить график спектра отражения зерна с мусором (см. ур. 7). Полученные данные будут являться смоделированным результатом работы спектроанализатора.

$$p = \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (7)$$

Вывод

Описанный выше алгоритм создания модели ленточного конвейера зерна с примесями является основой для создания более сложных моделей, так как

данный пример имеет целью описать математическую основу для создания подобных моделей. Модель [10], описанная выше, может использоваться не только для испытания алгоритмов спектрального анализа, но и для оптического анализа на выявление в зерне примесей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на C++ = Object-Oriented Analysis and Design with Applications / Пер. И. Романовский, Ф. Андреев. — 2-е изд. — М., СПб.: «Бином», «Невский диалект», 1998.
2. Гуревич М.М. Фотометрия. Теория, методы и приборы. — 2-е изд. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1983.
3. Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике. М.: Интуит, Бином, 2006.
4. И. Бронштейн. Эллипс // Квант, № 9, 1970.
5. Виноградов И.М. Интеграл // Математическая энциклопедия. — М., 1977.
6. Беккенбах Э.Ф. Неравенства // Наука. — М., 1978.
7. ГОСТ 26148–84. Фотометрия. Термины и определения.
8. Самофалов К.Г., Романкевич А.М., Валуйский В.Н., Каневский Ю.С., Пиневиц М.М. Прикладная теория цифровых автоматов. — Киев. Вища школа, 1987.
9. Гагарин А.П. Свет // Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. — М. Большая российская энциклопедия, 1992. — Т. 3.
10. Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Прохоров Ю.В. — М., Сов. Энциклопедия, 1988–847 с.
11. Назойкин, Е.А. Идентификация производственных процессов с использованием методов имитационного моделирования / Е.А. Назойкин, И.Г. Благовещенский // Современное состояние и перспективы развития упаковки в пищевой промышленности: Материалы Конференции с международным участием, Москва, 05 апреля 2018 года. — Москва: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет пищевых производств», 2018. — С. 97–102. — EDN XRPFRB.

© Сивцев Алексей Олегович (sivtseva@mgupp.ru), Генералов Александр Витальевич (sadha.generalow@gmail.com).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»