

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ТРАССИРОВКИ ТРЕХМЕРНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ

**Куспеков К.А.,**

Казахский национальный технический университет имени К.И. Сатпаева  
г. Алматы, Республика Казахстан  
kuspekov\_k@mail.ru

*Аннотация.* Приведено методика выбора оптимальных объемно - планировочных решений по трассировке разветвленных инженерных сетей. Теоретическое решение этой проблемы основано на построение Штейнера в трехмерном пространстве с ортогональной метрикой. Геометрическая модель сети представляется в виде кратчайших линий связывающих фиксированное множества точек.

*Ключевые слова:* трехмерная сеть, ортогональная метрика, геометрическая модель, кратчайшие линии, кратчайшее дерево Штейнера, оптимальная конфигурация сети.

## GEOMETRIC METHODS FOR TRACING OF THREE-DIMENSIONAL ENGINEERING NETWORKS

**Kuspekov K.,**

The Kazakh national technical university of K.I. Satpaeva  
(Almaty, Republic of Kazakhstan)

*Abstract.* Describes the methods of selecting the optimal volume - planning decisions on the trace of branched engineering networks. A theoretical solution of this problem is based on the Steiner's construction in three-dimensional space with orthogonal metric. The geometric model of the network is represented as the shortest line connecting the fixed point set.

*Keywords:* three-dimensional network, orthogonal metric, geometric model, the shortest line, the shortest-path Steiner's tree, the optimal network configuration.

**В**ведение. При проектировании различных инженерных объектов возникают задачи трассировки инженерных сетей (прокладка трубопроводов газа, холодной и горячей воды, линий электропередач). Проектировщики одновременно разрабатывают и решают экономические, технические и организационные задачи, обуславливающие технико-экономический эффект выполняемого проекта. При этом каждое техническое решение должно быть экономически обосновано и осуществлено при определенной организационной форме, соответствующей данному типу объекта. Одним из этапов оптимального проектирования и расчета инженерных сетей являются выбор экономичного и надежного варианта трассировки или конфигурации. Трудность заключается в том, что одновременно нужно рассчитывать варианты прокладки нескольких видов сетей, которые имеют различные

технологические назначения. В основу данной проектной задачи должны быть положены следующие требования:

- сеть должна охватывать все пункты и всех потребителей;
- иметь суммарную минимальную длину;
- иметь возможно меньшую строительную стоимость;
- бесперебойно функционировать при нормальной работе и при возможных авариях на отдельных участках.

Повышение качества проектных работ, сокращения сроков проектирования и поиска выбора оптимальных объемно-планировочных решений по трассировке разветвленных инженерных сетей возможно применением вычислительной техники, которое в свою очередь требует разработки моделей, методов и алгоритмов соответствующего класса задач.

**Постановка задачи.** Анализ и проведенные исследования показывают, что решение указанной проблемы является сложной и многовариантной задачей дискретной оптимизации. При решении данной задачи предполагается расположение инженерных сетей параллельно осям прямоугольной системы координат пространства. Задача оптимизации трассировки заключается в том, чтобы для некоторого заданного количества фиксированных пунктов, т.е. после компоновки источников потребления определить количество и наилучшее расположение дополнительных пунктов и определить кратчайший путь, соединяющий эти вершины. В процессе проектирования фиксированные пункты геометрически моделируются точками, средства, соединяющие эти пункты – линиями. В такой постановке проблема оптимизации трассировки сети сводится к решению геометрической задачи Штейнера в пространствах с ортогональной метрикой [1] – построение кратчайших связывающих линий для заданного множества точек с введением дополнительных точек, оптимизирующих ее решение. На первом этапе проектирования разрабатываются геометрические модели инженерных сетей, затем решаются оптимизационные задачи, которые сводятся к различным обобщениям проблемы Я. Штейнера. Как известно это проблема в общем виде еще не решена и относится к классу экстремальных комбинаторных задач дискретной оптимизации [2].

#### Моделирование трехмерной инженерной сети.

На заданные координатные оси  $Oxyz$  отложим равные между собой отрезки  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = a$ . Величина “ $a$ ” выбирается исходя из требуемой точности построения и она не должна превышать наименьшего расстояния точек, и которых необходимо построить кратчайшую связывающую линию через каждую точку деления оси абсцисс проводим профильные плоскости, через каждую точку деления оси аппликат – горизонтальные плоскости. Получим три пучка плоскостей, делящих пространство на множество элементарных кубиков. Предположим, что заданные точки расположены в вершинах элементарных кубиков, что значительно облегчает решение задачи. Ребра рассматриваемых

кубиков образуют трехмерную сеть [3]. В [1] были установлены свойства и условия существования кратчайшего дерева Штейнера с ортогональной метрикой. В [4] предложен алгоритм построения оптимальной конфигурации газораспределительной сети на плоскости с ортогональной метрикой.

Аналогичные условия и свойства могут быть получены для построения кратчайшего дерева в трехмерном пространстве. В частности, можно отметить, что: 1) в трехмерном пространстве конфигурацию кратчайших связывающих линий представляет также дерево; 2) ветви дерева представляют собой совокупность отрезков прямых; 3) ветви дерева растут по направлениям, параллельным осям координат  $x, y, z$ ; 4) если точка  $M_1$  является вершиной дерева, то в ней сходятся не более шести отрезков; 5) расстояние между двумя точками определяется формулой:

$$d(M_1, M_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| + |z_1 - z_2|. \quad (1)$$

Рассмотрим трехмерную ортогональную сеть и множество из 3 точек расположенных на узлах (рис. 1). Требуется построить конфигурацию кратчайшего дерева, имеющую суммарную минимальную длину.

Исходя из принципа наименьшего удлинения и построения эквидистанционной поверхности для любого кратчайшего дерева [3], из множества заданных точек  $M_1, M_2$  и  $M_3$  выбираем две точки, расстояние между которыми не больше, чем для другой пары. Такой парой оказались точки  $M_2$  и  $M_3$ , которые расположены на противоположных вершинах параллелепипеда, множество кратчайших, связывающих данные две точки  $M_2$  и  $M_3$ , линий заполняет его. Из этого множества кратчайших линий выделим крайние ломаные:  $M_2 - N_1^3 - N_1^3 - M_3$ ;  $M_2 - N_1^3 - N_2^2 - M_3$ ;  $M_2 - N_1^1 - N_2^2 - M_3$ ;  $M_2 - N_1^1 - N_2^3 - M_3$ ;  $M_2 - N_1^2 - N_2^3 - M_3$ ;  $M_2 - N_1^2 - N_1^3 - M_3$ . На следующем шаге вершину  $N_1^1$  этого многогранника соединяем с точкой  $M_1$ . Точки  $N_1^1 M_1$  так же являются противоположными вершинами параллелепипеда могут быть соединены между собой множеством кратчайших линий, проходящих через ребра соответствующего параллелепипеда.

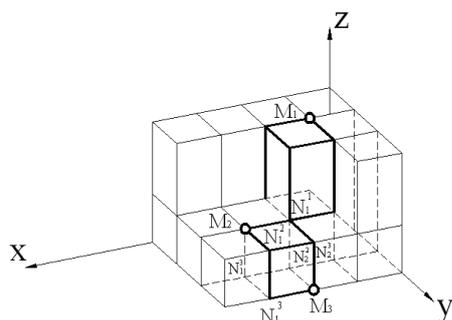


Рис. 1. Кратчайшее дерево Штейнера для трех точек  $E^3$

Структуру соединения полученной ортогональной конфигурации кратчайшего дерева для трех заданных точек  $M_1, M_2, M_3$  и точки Штейнера запишем так:

$$\begin{array}{l} M_1 \\ M_2 - N_1^1 \\ M_3 \end{array} \left. \begin{array}{l} / \\ \\ \backslash \end{array} \right\}$$

При проектировании трехмерных инженерных сетей, для определения оптимальной конфигурации трассировки на основе этого принципа предлагается следующая методика построения кратчайшего дерева для конечного множества из  $m$  точек:

1. Через заданные множества  $m$  точек пространства проводятся взаимно перпендикулярные прямые, параллельные осям декартовой системы координат  $Oxyz$ . Образуется трехмерная сеть, шаг сети выбирается исходя из требуемой точности.

2. Определяются расстояния между всеми данными точками по формуле (1) и составляется диагональная матрица расстояний.

3. Каждый последующий шаг заключается в определении минимального элемента матрицы расстоя-

ний. Вычеркиваются строки и столбцы матрицы, которые проходят через минимальный элемент. Может оказаться, что несколько элементов имеют одинаковые минимальные значения. Тогда выбирается любой из этих минимальных элементов. Каждому элементу матрицы расстояний соответствуют две точки, или точка и кратчайшее поддерево, или два кратчайших поддерева.

4. После каждого очередного шага необходимо объединить выбранную пару, уточнить конфигурацию связывающего кратчайшего дерева и построить эквидистанционную поверхность выбранного порядка. С помощью эквидистанционных поверхностей определяются расстояния от точки до кратчайшего дерева и между кратчайшими деревьями. Составляется новая матрица расстояний.

5. Если задано  $m$  точек, то построение состоит из  $m-1$  шагов. В конце решения получим одно единственное дерево, связывающее все  $m$  точки и имеющие кратчайшую длину.

**Заключение.** При определении оптимальной конфигурации трехмерной инженерной сети, большое практическое значение имеют пространства с ортогональной метрикой, где кратчайшие линии, связывающие заданные точки, проводят параллельно осям прямоугольной декартовой системы координат. Разработана методика построения кратчайших связывающих линии для множества точек пространства, для этого изучены и обобщены некоторые способы определения точек Штейнера и построения кратчайшего дерева, удовлетворяющие некоторые наперед заданные требования. Разработан программный продукт «ORTSET- E<sup>3</sup>» в среде Delphi.

### Список литературы

1. Hanan M. On Steiner's problem with rectilinear distance / M. Hanan // SIAM. J. Appl. Math. - 1966. - Vol. 14, №2. – P. 203-216.
2. Иванов А.О. Теория экстремальных сетей. Монография / Иванов А.О., Тужилин А.А.-Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
3. Есмухан Ж.М., Куспеков К.А. Прикладная геометрия инженерных сетей. / Есмухан Ж.М., Куспеков К.А //Монография. – Алматы.: Ғылым, 2012г.-132с.
4. Куспеков К. А. Алгоритм построения оптимальной конфигурации газораспределительной сети на плоскости с ортогональной метрикой / К. А. Куспеков // Омский научный вестник. – Омск, 2012. - №1(107). С.14-16.
5. Куспеков К. А. Моделирование маршрута перемещения штучных грузов в автоматизированных складах кратчайшими связывающими линиями / К. А. Куспеков // Вестник СибАДИ. – Омск, 2012. - №6 (28). С.106-108.