

# АНАЛИЗ ПОЧТИ-ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ КЛАССА СДВИГОВЫХ ФУНКЦИЙ

## ANALYSIS OF ALMOST PROPORTIONAL CHARACTERISTICS OF TIME SERIES BASED ON A CLASS OF SHIFT FUNCTIONS

I. Staroverov  
V. Kuzmin

*Summary.* In the world, the amount of information is constantly growing every day and gives rise to the problem of effective methods for analyzing nonlinear fluctuations with a trend that do not change the data structure. In the article, studies were carried out, the purpose of which was to determine the mathematical roughness of the results for the class of shift functions for different metrics. Based on the above goal, the task was to estimate almost proportional characteristics for various types of data. As a hypothesis under study, a statement is made about the coincidence, obtaining close values of almost-proportions for different metrics. The work was carried out on two different time series in terms of behavior — weather and economic data. According to the results of the work, an analysis of almost-proportional characteristics of time series based on distances in functional metric spaces was carried out. To evaluate the parameters of a geometric progression, it is required to determine the origin, the denominator of the progression, and the position of the unit. The analysis was carried out on the basis of a class of functions represented by distances in functional spaces, where two parameters appear — the origin and the denominator of a geometric progression. Based on the results of the analysis carried out, the work revealed a single result of mathematical roughness for the class of shift functions for determining almost-proportions in different functional metric spaces.

*Keywords:* empirical data, near-proportions, geometric progression, shift functions, functional spaces.

**Староверов Игорь Николаевич**

Ассистент, МИРЭА — Российский технологический университет, г. Москва  
st.igornik@gmail.com

**Кузьмин Виктор Иванович**

Профессор, д.т.н., МИРЭА — Российский технологический университет, г. Москва  
vik271935@yandex.ru

*Аннотация.* В мире постоянно с каждым днём растёт объём информации и порождает проблему эффективных методов анализа нелинейных колебаний с трендом не меняющих структуру данных. В статье проведены исследования целью которых являлось определение математической грубости результатов для класса сдвиговых функций при разных метриках. На основе вышеизложенной цели ставилась задача по оценке почти-пропорциональных характеристик при различных типах данных. В качестве исследуемой гипотезы выдвигается утверждение о совпадении, получении близких значений почти-пропорций для разных метрик. Работа проводилась на двух отличных по характеру поведения временных рядах — погодные и экономические данные. По результатам работ, проведен анализ почти-пропорциональных характеристик временных рядов на основе расстояний в функциональных метрических пространствах. Для оценки параметров геометрической прогрессии требуется определять начало отсчёта, знаменатель прогрессии и положение единицы. Анализ велся на основе класса функций, представленных расстояниями в функциональных пространствах, где фигурируют два параметра — начало отсчёта и знаменатель геометрической прогрессии. По результатам проведенного анализа в работе выявлен единый результат математической грубости для класса сдвиговых функций для определения почти-пропорций в разных функциональных метрических пространствах.

*Ключевые слова:* эмпирические данные, почти-пропорции, геометрическая прогрессия, сдвиговые функции, функциональные пространства.

## Введение

**В** мире постоянно с каждым днём растёт объём информации и порождает проблему эффективных методов анализа нелинейных колебаний с трендом не меняющих структуру данных.

Специфика эмпирических данных заключается в том, что в них представлен результат взаимодействия процессов, происходящих на принципиально разных уровнях. Из-за этого необходимо разделить исходный вариант данных на составляющие, которые характе-

ризуют быстрые и медленные движения. В результате анализа быстрых движений появляется возможность определить иерархию наиболее близких к периодам (почти-периодам) интервалов. Знание почти-периодов позволяет определить критические уровни системы, кардинально меняющие структуру ряда. [1,2,3]

Медленные движения, выступающие в роли основных тенденций, анализируются на основе нелинейных преобразований, то есть анаморфоз, переводящих исходные данные в кусочно-линейные зависимости. Если сопоставить рассчитанные характеристики почти-пе-

Таблица 1. Класс сдвиговых функций в функциональных метрических пространствах

№	Сдвиговые функции
(1)	$b(k, t_0) = \frac{1}{N/k} \left( \sum_{\tau=1}^{N/k}  f(t \cdot k + t_0) - f(t + t_0) ^p \right)^{\frac{1}{p}}$
(2)	$b(k, t_0) = \frac{1}{N/k} \sqrt[2N]{\sum_{\tau=1}^{N/k} (f(t \cdot k + t_0) - f(t + t_0))^{2N}}$

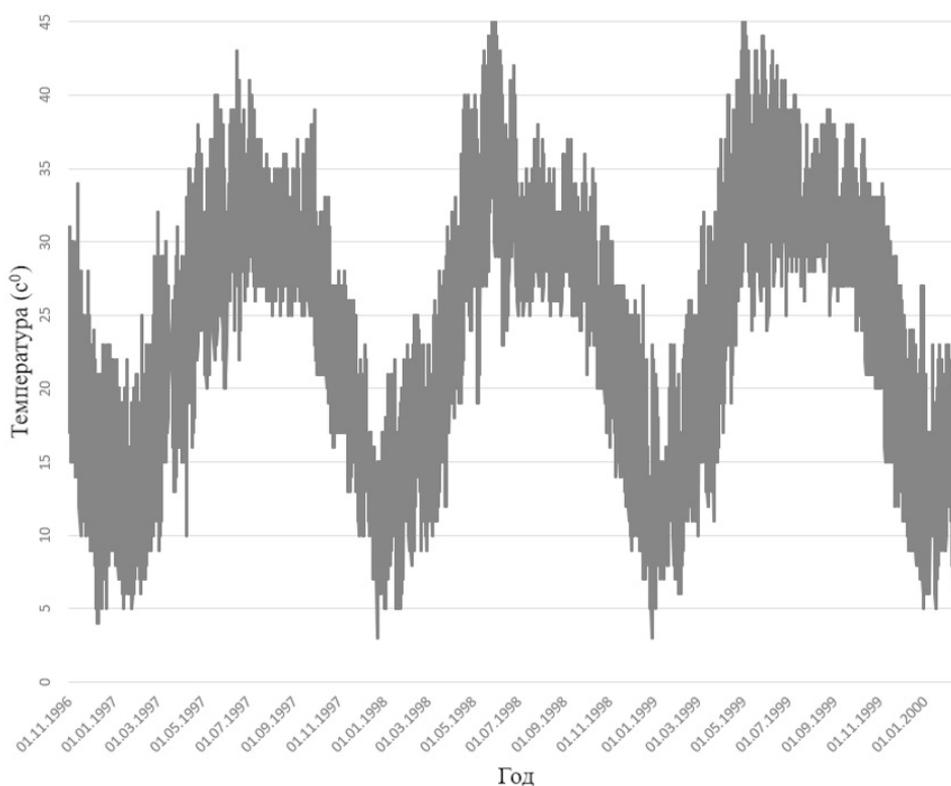


Рис. 1. Температурные замеры над городом Дели

риодов и трендов, то становится возможным определить общую структуру временного ряда. [4,5]

Также существует проблема почти-пропорций, которую можно выявить как с помощью алгоритмов нахождения почти-пропорций, так и через воспроизведения с помощью соотношений почти-периодов. [6,7,8]

В данной работе проводится анализ математической грубости результатов для класса сдвиговых функций типа геометрической прогрессии на основе расстояний в метрических пространствах. В качестве данных были выбраны температурные замеры погоды над городом Дели и данные акции компании Samsung

для рассмотрения длинных и средних наборов данных.

#### Метод

Для выявления ритмов геометрической прогрессии будем опираться на тот факт, что они удовлетворяют следующему соотношению  $f(t*k)-f(t)=0$ , где  $f(t)$  — значение исследуемого ряда в момент времени  $t$ ,  $k$  — модуль геометрической прогрессии.

Тогда, почти-пропорцией будем называть такое число  $k$ , если для него выполняется неравенство  $|f(t*k)-f(t)| < \mathcal{E}$ , где  $\mathcal{E} > 0$  — смещение. Для дискретного случая,

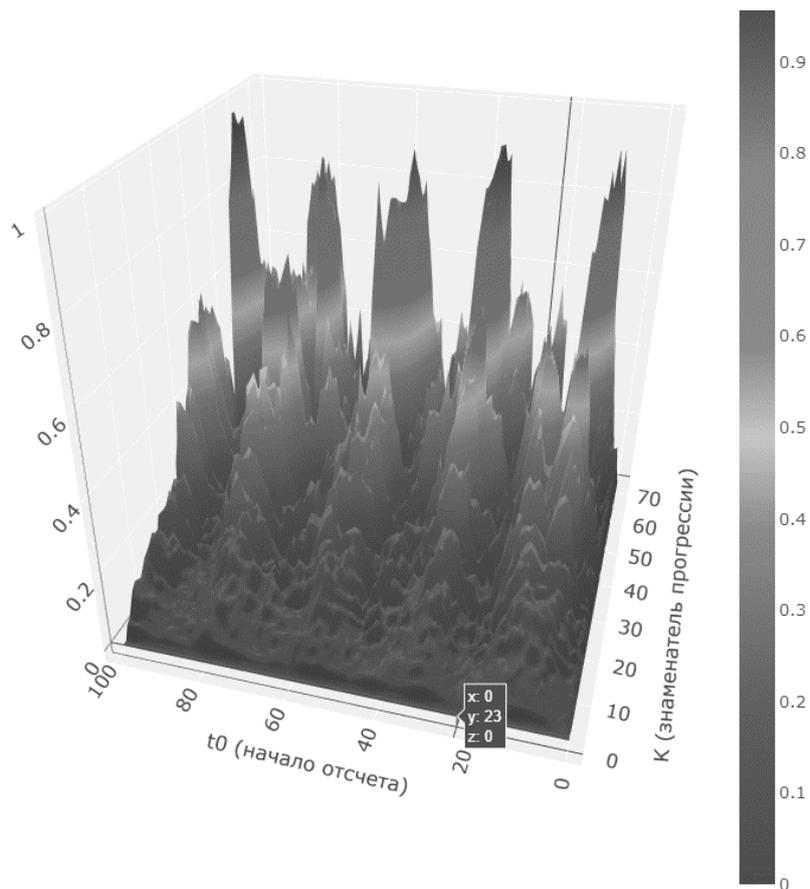


Рис. 2. 3D график для сдвиговых функций для определения параметра  $t_0$

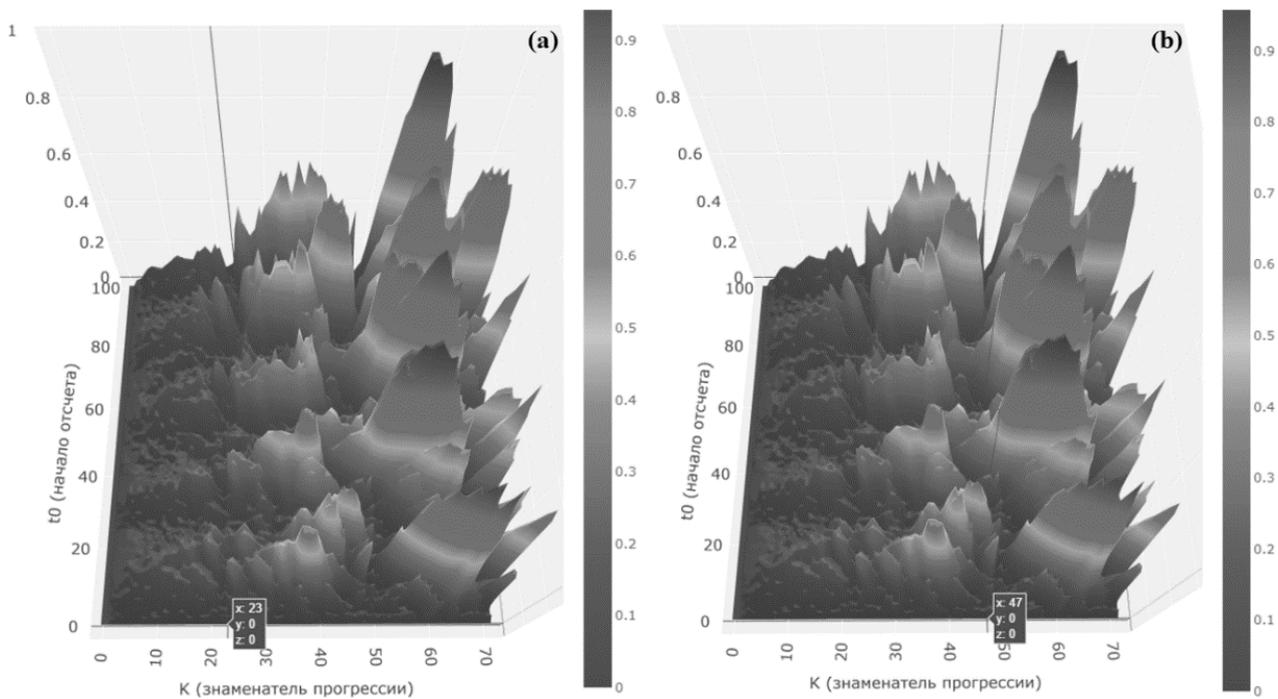


Рис. 3(а, б). 3D график для сдвиговых функций для определения параметра  $k$

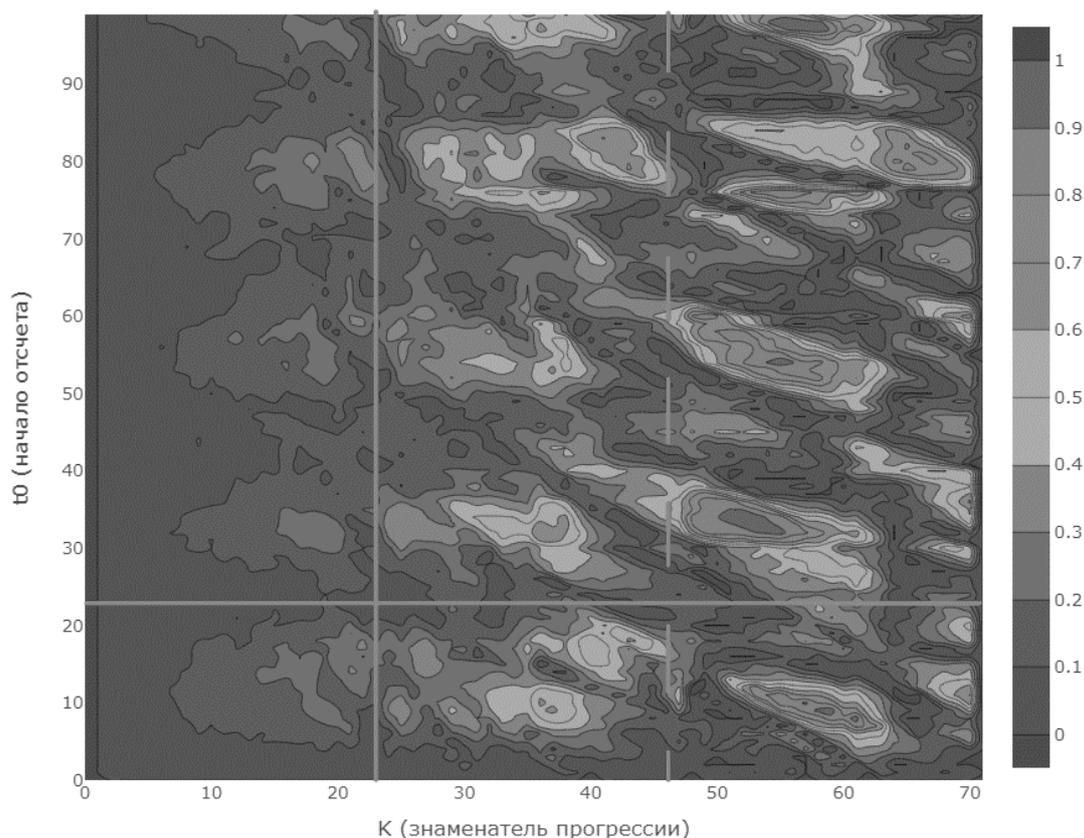


Рис. 4. Контурная карта сдвиговых функций с выявленными каналами минимумов  $t_0$  и  $k$

если  $N$  — общее число отсчётов функции  $f(t)$ , заданной экспериментальными значениями, получаем функцию, для определения почти-пропорций, которая имеет вид:

$$b(k) = \frac{1}{N/k} \sum_{t=1}^{N/k} |f(t \cdot k) - f(t)|$$

Для идентификации геометрической прогрессии необходимо знать положение нуля отсчёта  $t_0$ , который может находиться внутри или за пределами исследуемых данных. Поэтому, с учётом определения нуля отсчёта, формула для поиска почти-пропорций принимает следующий вид:

$$b(k, t_0) = \frac{1}{N/k} \sum_{t=1}^{N/k} |f(t \cdot k + t_0) - f(t + t_0)|$$

В таком случае, система почти-пропорций  $k$  функции  $f(t)$  может быть определена как совокупность локальных минимумов представленной функции. Чем глубже будут минимумы на графике функции, тем ближе к истинному значению модуля геометрической прогрессии временного интервала, соответствующего этому мини-

муму, и тем выше его значимость в данном временном ряде.

В таблице 1 представлены сдвиговые функции основанных на метриках функционального анализа.

#### Обозначение в формулах

- $N$  — общее число отсчётов функции;
- $k$  — знаменатель прогрессии;
- $t$  — время;
- $t_0$  — начало отсчета геометрической прогрессии;
- $p$  — задаваемый степенной параметр.

#### Результаты и обсуждение

В качестве первого объекта для проверки математической грубости полученных результатов возьмём почасовые данные температуры в Цельсиях над городом Дели (01.11.1996–22.02.2000). Количество точек во временном ряду равно 18.630. [9] Данные представлены на графике (Рис. 1) в обычном масштабе, где по оси  $x$  отложены значения года, а по оси  $y$  значение температуры в Цельсиях.

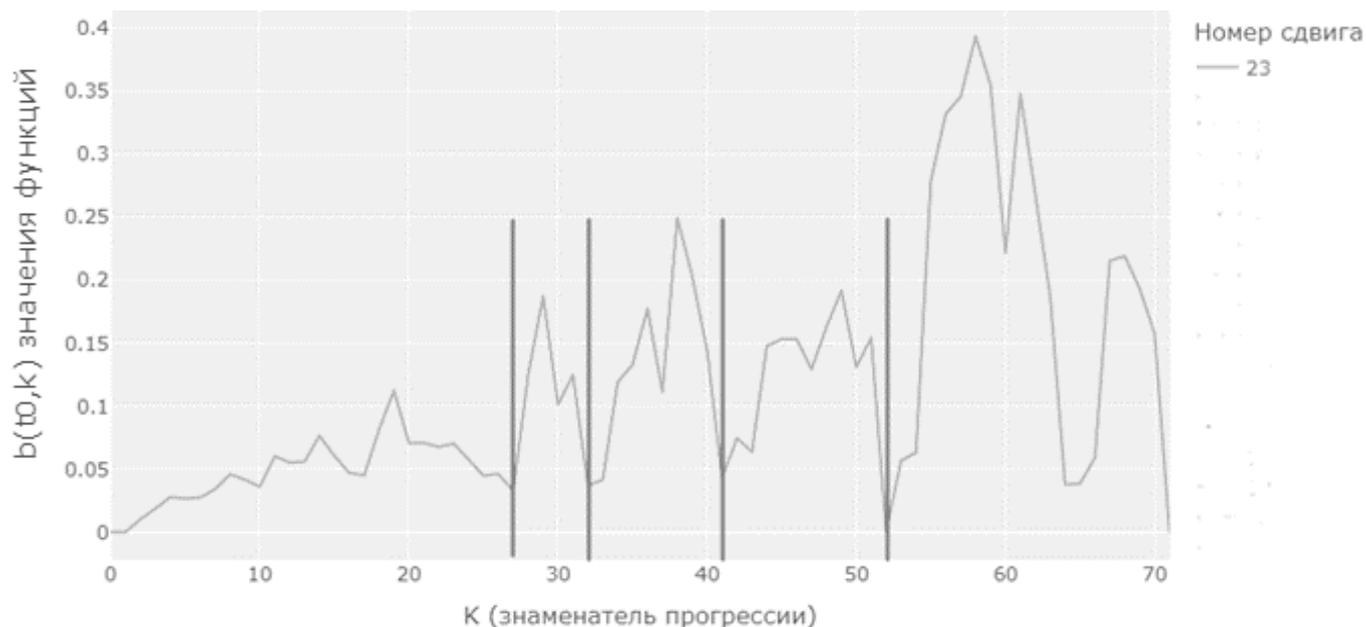


Рис. 5. Срез по  $t_0$  для сдвиговых функций

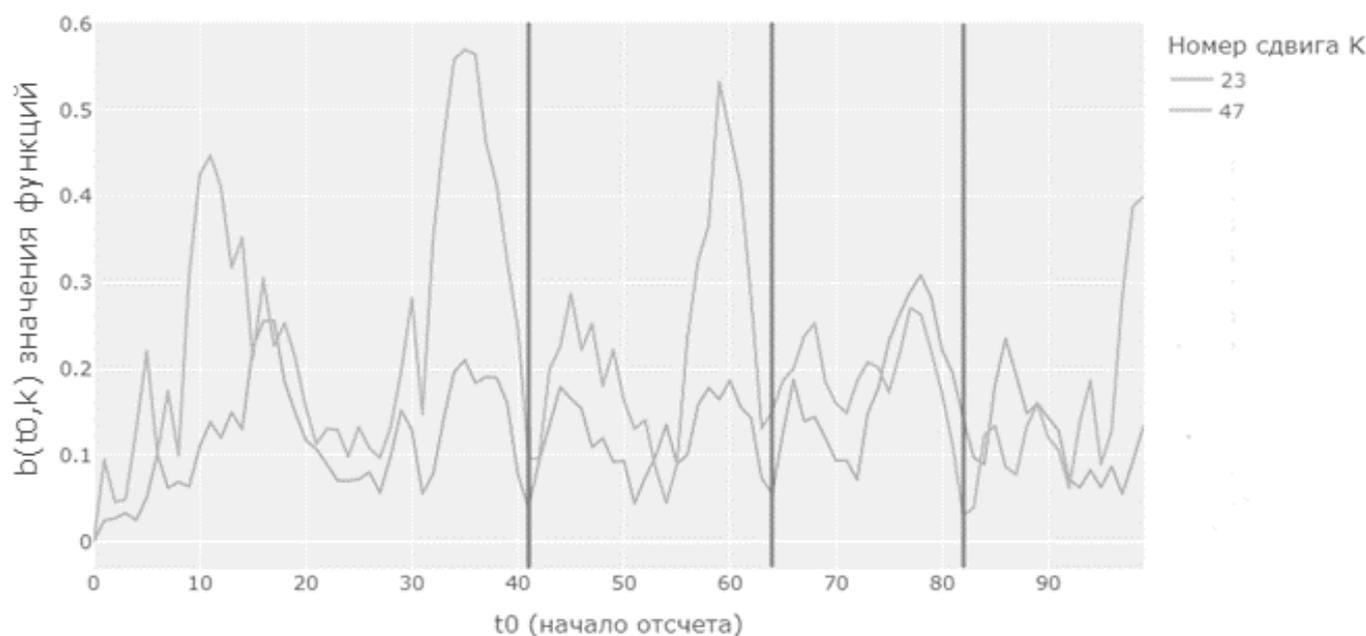


Рис. 6. Срезы по  $k$  для сдвиговых функций

Для определения почти-пропорций для большого набора данных приступим к рассмотрению сдвиговых функций. По формулам (1), (2) построены сдвиговые функции в разных функциональных метрических пространствах, в том числе и с задаваемым параметром  $p = 5, 25$ , где по оси  $x$  откладывается  $k$  знаменатель прогрессии, по оси  $y$  откладывается начало отсчета  $t_0$ .

На рисунке 2 представлен общий 3D график для сдвиговых функций в разных метрических пространствах формулы (1), (2), так как полученные результаты для сдвиговых функций схожи по своей структуре. Согласно 3D графику (рис. 2) был определен параметр  $t_0 = 23$ .

Далее, были рассмотрены значения для знаменателя геометрической прогрессии  $k$  (Рис. 3(a, b)).

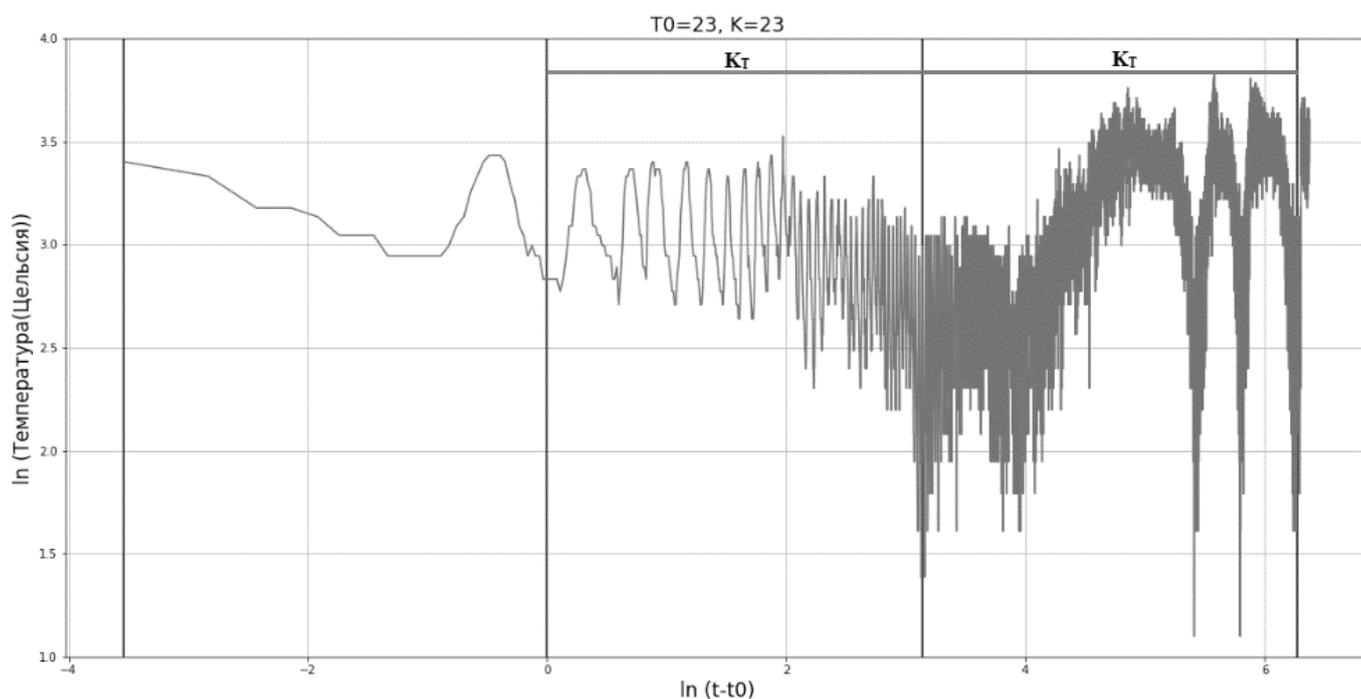


Рис. 7. Построение почти-пропорции для параметров  $t_0=23, K=23$



Рис. 8. Цена акции компании Samsung

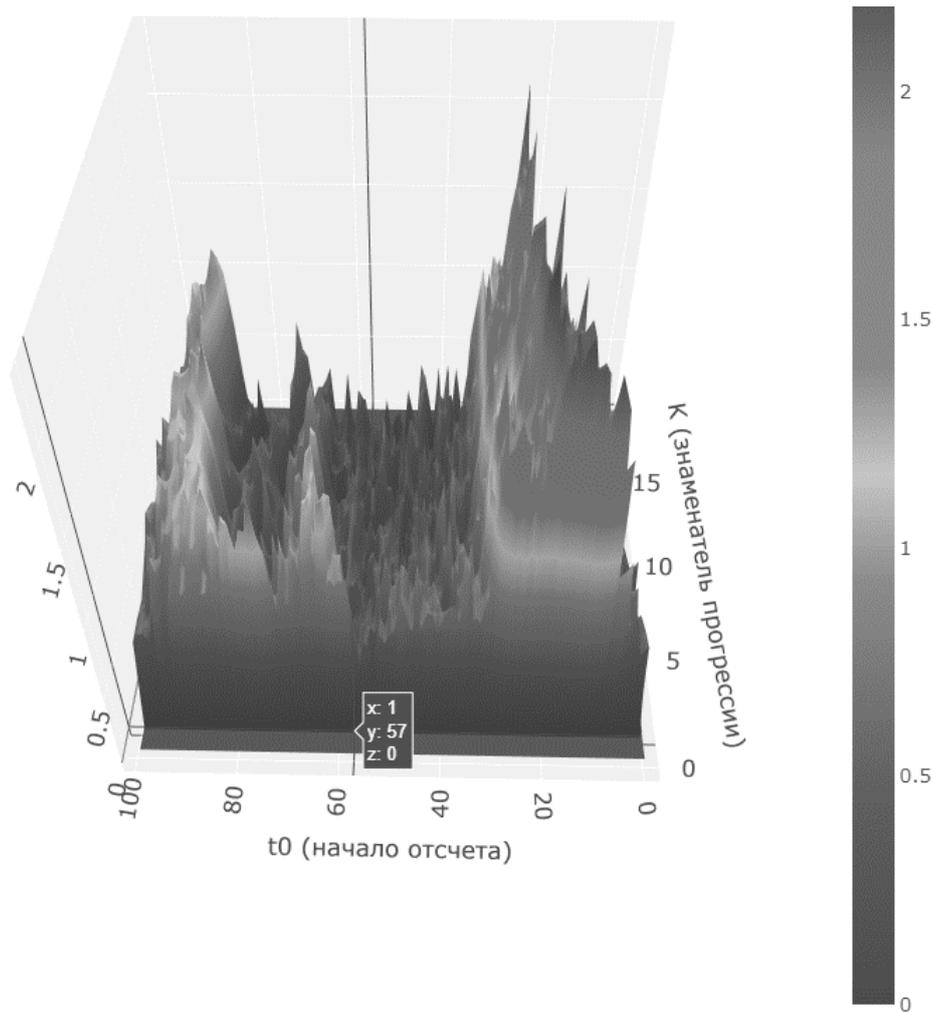


Рис. 9. 3D график для сдвиговых функций

Согласно 3D графику (рис. 3(a, b)) определены значения для параметра  $k=23, 47$ . Перенесем полученные значения для параметра  $t_0$  и  $k$  на контурный график (рис. 4).

На контурной карте можно увидеть, что на значениях  $t_0=23, k=23$  определены каналы минимума, а также последующие удвоение параметров  $t_0, k$ .

Рассмотрим срез  $t_0=23$  (Рис. 5), на котором были помечены значения минимумов равные 27, 32, 41, 52, где общая структура минимумов для среза  $t_0$  определяется числом 2.25.

Аналогичным образом рассмотрим срезы для параметра  $k$  равные 23 и 47, с целью рассмотрения характера схожести минимумов по знаменателю прогрессии (Рис. 6). По построенным срезам выявлены следующие минимумы равные 41, 64, 82, где общая структура минимумов для срезов  $k$  определяется числом 1.5.

Построим график почти-пропорции по выявленным ранее значениям параметра  $t_0$  и  $k$ , у которого оси имеют логарифмический масштаб, где по оси  $x$  значение разницы времени и начала отсчета, а по  $y$  логарифмированные значения температуры в Цельсиях (рис. 7). Выставим единицу на минимум и, тем самым, зададим положение начала отчета для геометрической прогрессии.

Из графика (рис. 7) выше можно заметить, что значения геометрической прогрессии строго попадают в локальные минимумы. Рассматривать почти-пропорции для параметра  $k=47$  не имеет смысла, так как они будут иметь большой такт, выходящий за рамки исследуемого ряда.

В качестве второго объекта для проверки математической грубости полученных результатов возьмём данные по ценам акции компании Samsung взяты с недельным интервалом с 03.01.2000 по 04.05.2022. Коли-

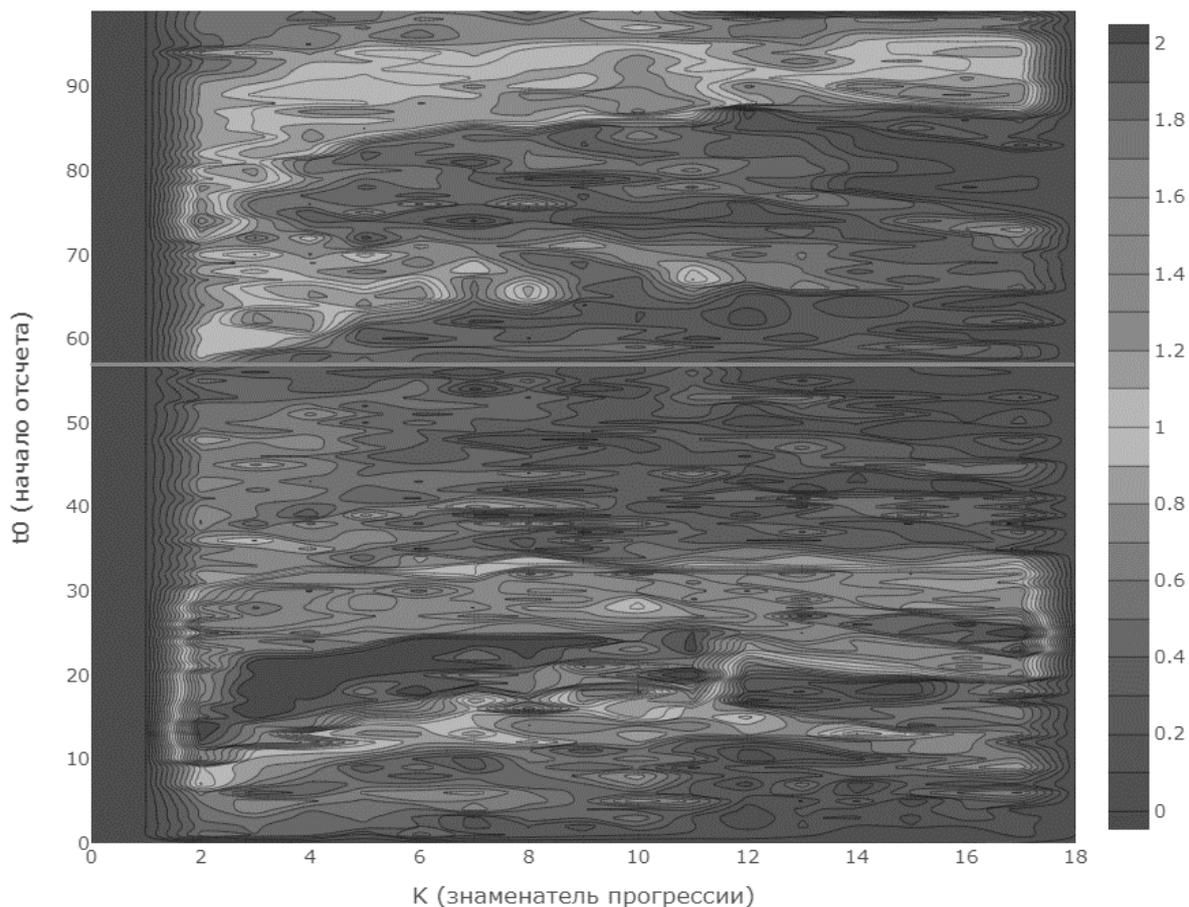


Рис. 10. Контурная карта сдвиговых функций с выявленным каналом минимумов  $t_0$

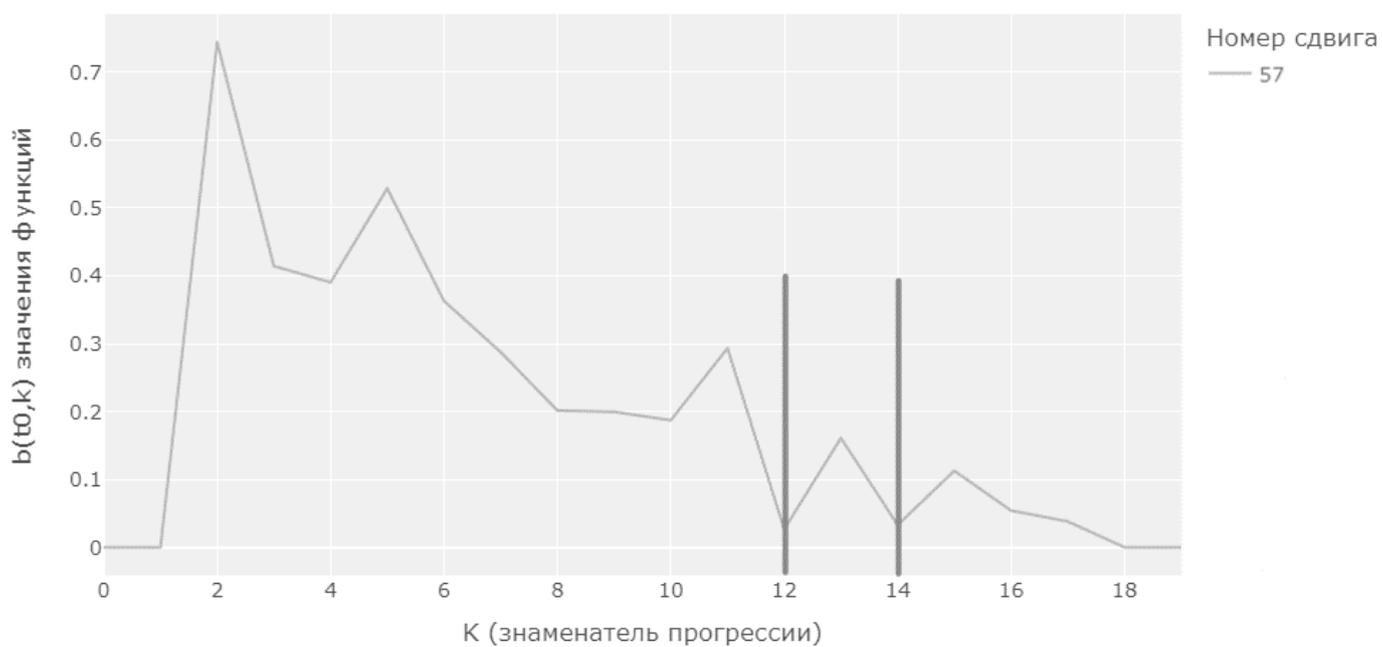


Рис. 11. Срез по  $t_0$  для сдвиговых функций

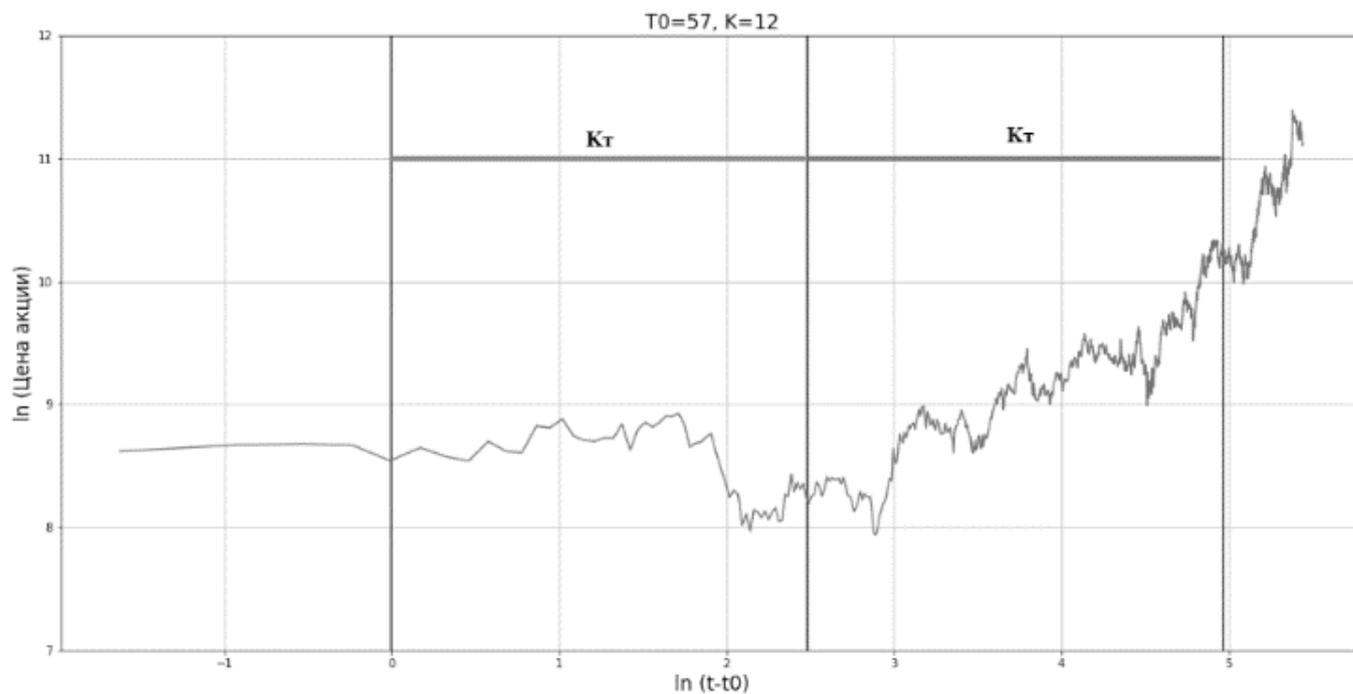


Рис. 12. Почти-пропорции для сдвиговых функций

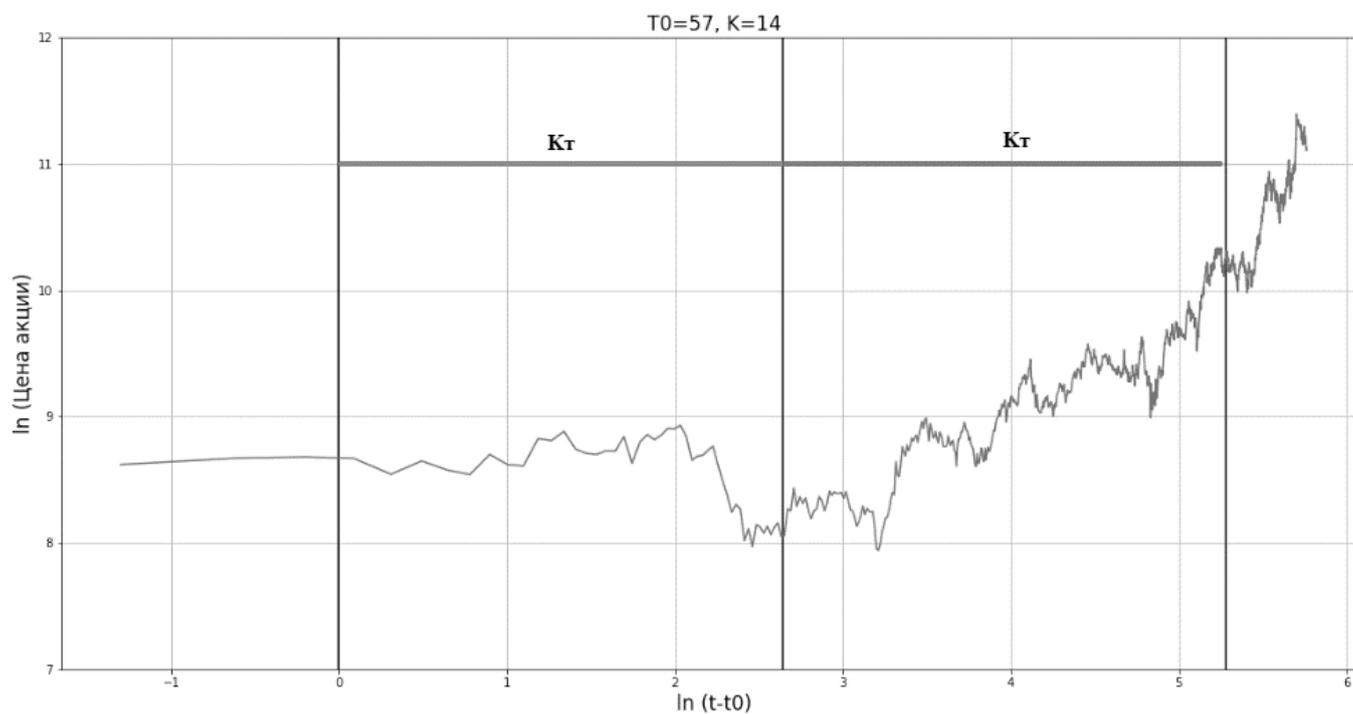


Рис. 13. Почти-пропорции для сдвиговых функций

Таблица 2. результат метаматематической грубости для сдвиговых функций

№	Класса сдвиговых функций	Температурные над городом Дели	Акции Samsung
(2)	$b(k, t_0) = \frac{1}{N/k} \sqrt[2N]{\sum_{t=1}^{N/k} (f(t \cdot k + t_0) - f(t + t_0))^{2N}}$	$t_0 = 23, k = 23$	$t_0 = 57, k = 14$
При варьировании параметра $p$		$p = 5, p = 25$	
(1)	$b(k, t_0) = \frac{1}{N/k} \left( \sum_{t=1}^{N/k}  f(t \cdot k + t_0) - f(t + t_0) ^p \right)^{\frac{1}{p}}$	$t_0 = 23, k = 23$	$t_0 = 57, k = 14$

чество точек во временном ряде равно 1167. [10] Данные представлены на (рис. 8) в обычном масштабе, где по оси  $x$  отложены значения года, а по оси  $y$  значение цены акции.

Для определения почти-пропорций для среднего набора данных приступим к рассмотрению сдвиговых функций. По формулам (1), (2) построены сдвиговые функции в разных функциональных метрических пространствах, в том числе и с задаваемым параметром  $p = 5, 25$ , где по оси  $x$  откладывается  $k$  знаменатель прогрессии, по оси  $y$  откладывается начало отсчета  $t_0$ .

На Рисунке 9 представлен общий 3D график для сдвиговых функций в разных метрических пространствах формулы (1), (2), так как полученные результаты для сдвиговых функций схожи по своей структуре. Согласно 3D графику (рис. 9) был определен параметр  $t_0 = 57$ , а значения для параметра  $k$  определить невозможно из-за отсутствия таких каналов минимума.

Полученное значение для параметра  $t_0$  перенесены на контурный график (рис. 10). По оси  $x$  откладываются значения для знаменателя прогрессии  $k$ , а по оси  $y$  откладываются значения для параметра начала нулевого отсчета  $t_0$ .

На контурной карте можно увидеть на значение  $t_0 = 57$  канал минимума, который явно определяет значение для данного параметра.

Далее, необходимо рассмотреть срез для класса сдвиговых функций по параметру  $t_0 = 57$  (Рис. 11), на котором определены значения минимумов равные 12 и 14, которые необходимы для определения значения параметра  $k$ . Общая структура для минимумов среза  $t_0$  определяется числом 1,5. По оси  $x$  значение для параметра  $k$ , а по оси  $y$  значения функций.

Полученные результаты при рассмотрении класса сдвиговых функций для данного временного ряда схожи для формул (1), (2). В следствие этого достаточно будет построить обобщенные графики для полученных результатов параметров  $t_0$  и  $K$ .

Построим графики почти-пропорции, по выявленным ранее значениям параметров  $t_0$  и  $y$ , у которых оси имеют логарифмический масштаб (Рис. 12, 13). По оси  $y$  логарифмированное значение разницы времени и начала отсчета, а у логарифмированные значения цены акции.

Выставим единицу отсчета на первый минимум и тем самым определим положение начала отчета для геометрической прогрессии.

На рисунке 12 видно, что при параметрах  $t_0 = 57, k = 12$ , значения геометрической прогрессии попадают в локальные минимумы.

На рисунке 13 видно, что при параметрах  $t_0 = 57, K = 14$  значения геометрической прогрессии попадают в локальные минимумы.

Исследуя математическую грубость для класса сдвиговых функций с данным временным рядом, можно сказать, что параметры  $t_0$  и  $k$  определялись одинаково в рассматриваемых метрических пространствах.

Обобщенный результат математической грубости представлен в таблице 2.

Можно сказать, что при исследовании математической грубости сдвиговых функций типа геометрической прогрессии в разных метрических пространствах была установлена полная согласованность на разных наборах данных.

## Заключение

Подводя итоги работы, можно отметить следующее: был реализован метод по определению значения точки начала отчета  $t_0$  и знаменателя геометрической прогрессии  $k$ , проведена проверка математической гру-

бости полученных результатов для сдвиговых функций на основе расстояний в разных метрических пространствах. Примечательным является факт выявления геометрической прогрессии со знаменателями порядка десятков, тогда как известные в литературе к настоящему времени знаменатели не превосходят единиц.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин В.И., Гадзаов А. Ф. Методы построения моделей по эмпирическим данным. — М.: МИРЭА, 2012. — 94 с. (дата обращения 15.03.2022).
2. Кузьмин В.И., Тытик Д. Л., Гадзаов А. Ф. Дискретность и непрерывность в свойствах физико-химических систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. (дата обращения 20.03.2022).
3. — Кузьмин В. И., Гадзаов А. Ф. Технический анализ. — М.: МИРЭА, МГУПИ 2015. — 71 с. (дата обращения 25.03.2022).
4. Кузьмин В.И., Самохин А. Б. Почти периодические функции с трендом. — М.: «ВЕСТНИК МГТУ МИРЭА» № 4 2015 Том II, 2015. (дата обращения 07.04.2022).
5. Кузьмин В.И., Гадзаов А. Ф. Математические методы анализа периодических компонент нелинейных процессов и прогнозирования динамики ограниченного роста на их основе. — М.: «ВЕСТНИК МГТУ МИРЭА» № 4 2015 Том II, 2015. (дата обращения 07.04.2022).
6. Кузьмин В.И., Гадзаов А. Ф. Модели и методы научно-технического прогнозирования. — М.: МИРЭА, 2016. — 90 с. (дата обращения 12.04.2022).
7. A.A. Paramonov, V. I. Kuzmin and R. I. Dzerjinsky. Analysis of almost-periodic and almost-proportional characteristics of a representative sample local minima time series. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 2020. [Электронный ресурс] — URL: [iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1047/1/012045](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1047/1/012045). (дата обращения 18.04.2022).
8. Kuzmin V., Gadzaov A., Dzerjinsky R. Methods for data analysis. — М.: Издательство «Перо», 2021. — 243 с. (дата обращения 02.05.2022).
9. Поисковая система Kaggle [Электронный ресурс] / Kaggle. — URL: <https://www.kaggle.com/datasets/mahirkukreja/delhi-weather-data>. (дата обращения 03.05.2022).
10. Поисковая система Yahoo [Электронный ресурс] / Yahoo. — URL: <https://finance.yahoo.com/quote/005930.KS?p=005930.KS&.tsrc=fin-srch>. (дата обращения 04.05.2022).

© Староверов Игорь Николаевич (st.igornik@gmail.com), Кузьмин Виктор Иванович (vik271935@yandex.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»