

COMPARISON OF CHARGING METHODS  
FOR CAPACITIVE ENERGY STORAGE<sup>2</sup>**R. Bashmakov**

*Summary.* In light of the development of areas such as wireless sensor networks and IoT, the question arises of efficient energy storage using small, efficient and rechargeable autonomous power sources — supercapacitors. This article explores the issue of charging such capacitive energy storage devices. For the first time, an analytical comparison of charges with constant current, constant voltage and constant power was made for a limited time and maximum charging power. A method for evaluating the efficiency of the charging process is proposed, using a simulation model that takes into account the current consumed by the load, the power of the power source and the charging time.

*Keywords:* wireless networks, sensor networks, Internet, charging of capacitive energy storage devices.

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ЗАРЯДКИ  
ЕМКОСТНЫХ НАКОПИТЕЛЕЙ  
ЭНЕРГИИ<sup>1</sup>**Башмаков Роман Андреевич**

*Соискатель, Северо-Кавказский федеральный университет*  
bashmakov\_r@inbox.ru

*Аннотация.* В свете развития таких областей, как беспроводные сенсорные сети и IoT, возникает вопрос об эффективной аккумуляции энергии с помощью маленьких, эффективных и заряжаемых источников автономного питания — суперконденсаторов. В данной статье исследуется вопрос зарядки таких емкостных накопителей энергии. Впервые произведено аналитическое сравнение зарядок с постоянным током, постоянным напряжением и постоянной мощностью при ограниченном времени и максимальной мощности зарядки. Предложен метод оценки эффективности процесса зарядки, использующий имитационную модель, учитывающую потребляемый нагрузкой ток, мощность источника питания и время зарядки.

*Ключевые слова:* беспроводные сети, сенсорные сети, интернет, зарядка емкостных накопителей энергии.

**П**оследнее время беспроводные сенсорные сети (Wireless Sensor Networks, WSN) привлекают много внимания благодаря своей универсальной природе и широкому применению в киберфизических системах [1], Интернете вещей [2] и других новых областях [3]. WSN используются во многих приложениях, включая мониторинг окружающей среды, отслеживание объектов, сети транспорта, обнаружение пожаров и беспроводные сети для медицинских систем. В результате коммерческое использование WSN быстро увеличивается [4].

WSN состоит из большого числа статических сенсорных узлов с ограниченными возможностями питания, которые часто общаются по радиосвязи [5, 6]. Узлы датчиков имеют несколько встроенных датчиков, которые могут делать измерения, таких как температура и влажность.

Обычно, когда батарея беспроводного сенсора разрядится, WSN больше не сможет выполнять свои функции, если источник энергии не будет заменен. Большая часть исследований по WSN предполагает использование ограниченного источника энергии для питания датчиков и фокусируется на минимизации потребления энергии для продления срока службы сети. Беспроводная сенсорная сеть, не зависящая от ограниченного источника питания, фундаментально обладает бесконечным сроком службы. Это подтолкнуло поиск альтернативного источника энергии для питания WSN, особенно для приложений, требующих внедрения датчиков на длительные периоды, когда замена батареи невозможна или нецелесообразна. Идеальная WSN работает на энергии, которую можно собирать, что называется сбором энергии (energy harvesting) WSN (EHWSN), сбором энергии из окружающей среды, солнечным сбором энергии WSN (Solar EH-WSN, SEH-WSN),

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20–38–90093.

<sup>2</sup> The study was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research within the framework of scientific project No. 20–38–90093.

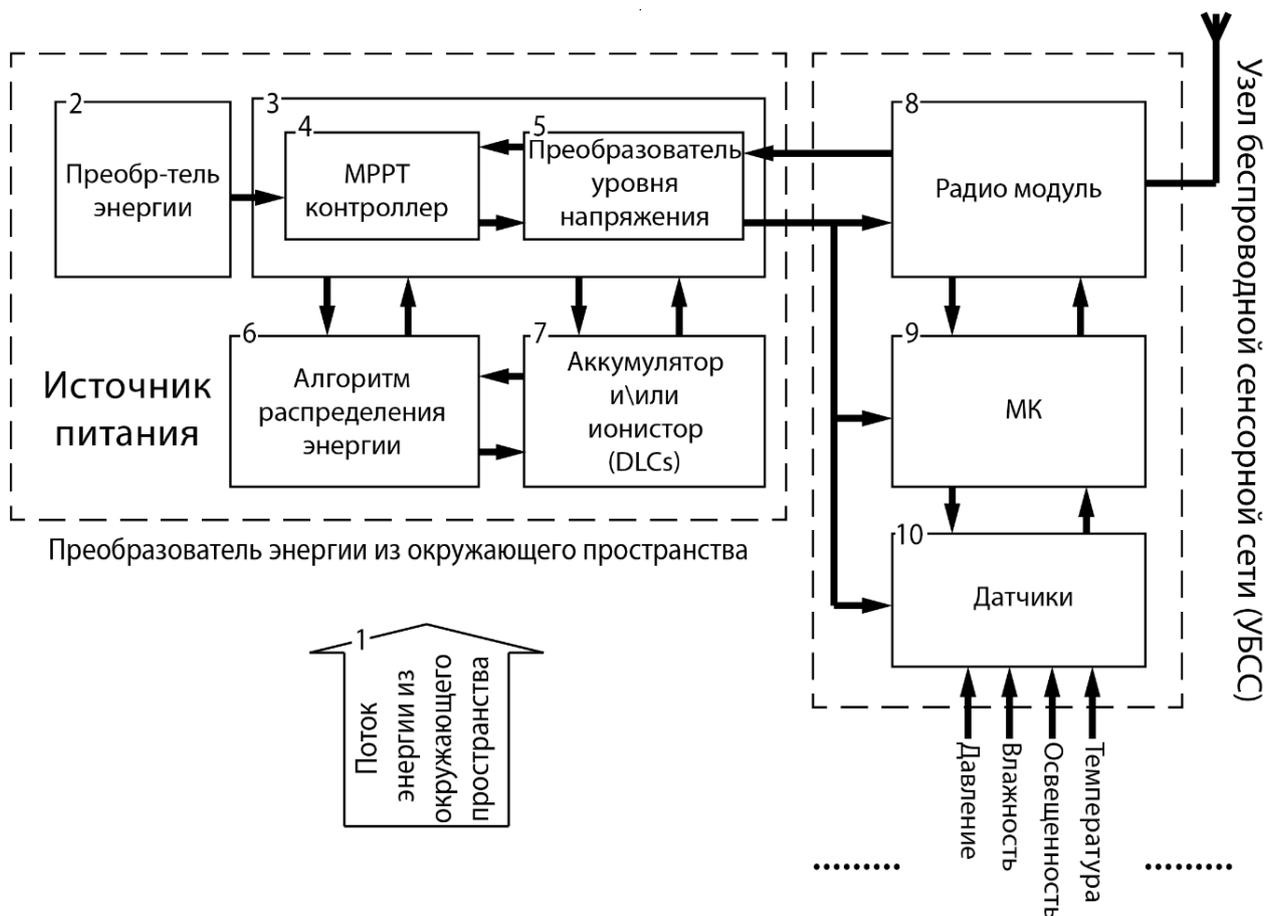


Рис. 1. Схема узла WSN, абсорбирующего энергию окружающей среды

сбором энергии для интернета вещей (EH-IoT), беспроводные сенсорные сети, работающие на энергии, полученной из окружающей среды (WSN-HEAP), беспроводные сети телесного обнаружения (WSNs for health care systems, WBANs), предназначенные для систем здравоохранения, использующие энергию из окружающей среды, а также WSN, работающие на энергии, извлекаемой из различных источников (энергия от солнца, энергия движения и т.д.), безбатарейные, с применением обратного рассеивания и т.д. [7, 8, 9]. Общая архитектура беспроводных сенсорных сетей показана на Рис. 1.

В данной статье автор представляет математическую модель зарядки конденсатора при постоянном источнике питания и предлагает методика для продления жизненного цикла датчика WSN путем определения оптимального способа зарядки в условии восполнения энергетических запасов.

Рассмотрим уравнения зависимости мощностей от времени при зарядке от трех видов источников ЭДС: постоянного напряжения (ЗПН), постоянного тока (ЗПТ) и постоянной мощности (ЗПМ).

Мощность  $W_{constE}$  источника ЭДС при ЗПН:

$$W_{constE} = I(t) \cdot E |_{E=const} \quad (1)$$

где

$$I(t) = \frac{(E - U_c(t))}{R} \quad (2)$$

$$U_c = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (3)$$

Из (1) — (3)

$$W_{constE} = \frac{\left( E - E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right)}{R} \cdot E = \frac{E^2}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4)$$

При  $E > 0$  производная  $W_{constE}$  по времени всегда отрицательная:

$$\forall E \in (0, \infty), \frac{dW_{constE}}{dt} = -\frac{E^2}{CR^2} e^{-\frac{t}{CR}} < 0 \quad (5)$$

Следовательно,  $W_{constE}$  монотонно убывает во время зарядки. Тогда функция (4) имеет максимум  $W_{constE_{max}}$  при  $t = 0$ :

$$W_{constE_{max}} = W_{constE}(t = 0) = \frac{E^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \Big|_{t=0} = \frac{E^2}{R} \quad (6)$$

При этом источник ЭДС не может отдавать в электрическую цепь больше энергии, чем к нему поступает от внешней среды, то есть с учетом (6):

$$W_{constE_{max}} = \frac{E^2}{R} \Big|_{E=E_{max}} \leq W_{ambient} \quad (7)$$

где  $W_{ambient}$  — мощность, соответствующая энергии окружающей среды, доступной для преобразования в данный момент.

Мощность  $W_{constI}$  источника ЭДС при ЗПТ:

$$W_{constI} = I \cdot E_I(t) \Big|_{I=const} \quad (8)$$

где напряжение  $E_I(t)$  на выходе источника ЭДС согласно закону Ома для полной цепи:

$$E_I(t) = U_C(t) + IR \quad (9)$$

Если принять емкость накопителя  $C = const$ :

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \quad (10)$$

где  $Q(t)$  — электрический заряд, протекающий от одной обкладки емкостного накопителя к другой в процессе зарядки:

$$Q(t) = I \cdot t \quad (11)$$

Искомое выражение для  $W_{constI}$  с учетом (8) — (11):

$$W_{constI} = I \cdot \left( \frac{I \cdot t}{C} + IR \right) = \frac{I^2}{C} \cdot (t + RC) \quad (12)$$

В отличие от случая зарядки с постоянным напряжением, мощность источника ЭДС при зарядке с постоянным током монотонно возрастает:

$$\forall I \in (0, \infty), \frac{dW_{constI}}{dt} = \frac{I^2}{C} > 0 \quad (13)$$

Следовательно, максимальное значение  $W_{constI_{max}}$  функция (12) принимает в конце процесса зарядки в момент  $t = t_{end}$ :

$$W_{constI_{max}} = \frac{I^2}{C} \cdot (t_{end} + RC) \quad (14)$$

Аналогично (6) для зарядки с постоянным током максимальная мощность  $W_{constI_{max}}$  не может превышать  $W_{ambient}$ :

$$W_{constI_{max}} = \frac{I^2}{C} \cdot (t_{end} + RC) \leq W_{ambient} \quad (15)$$

Для корректного сравнения необходимо рассмотреть процессы зарядок разного типа при одинаковых условиях, поэтому примем

$$W_{constI_{max}} = W_{constE_{max}} = W_{ambient} = W \quad (16)$$

Максимальный ток зарядки  $I_{max}$  для ЗПТ найдем из (15) с учетом (16):

$$W = \frac{I^2}{C} \cdot (t_{end} + RC) \Big|_{I=I_{max}} \quad (17)$$

где  $t_{end}$  получим подстановкой ожидаемого окончательного напряжения  $U_{C_{end}}$  при зарядке с постоянной мощностью [10]:

$$t_{end} = f(U_{C_{end}}) = \frac{U_{C_{end}} \sqrt{4RW + U_{C_{end}}^2} + 4RW \sinh^{-1} \left( \frac{U_{C_{end}}}{2\sqrt{RW}} \right) + U_{C_{end}}^2}{8RW} \cdot 2RC \quad (18)$$

$$I_{max} = \sqrt{\frac{WC}{(t_{end} + RC)}} = \sqrt{\frac{WC}{f(U_{C_{end}}) + RC}} \quad (19)$$

Максимальное напряжение при ЗПН найдем из (7) с учетом (16):

$$E_{max} = \sqrt{WR} \quad (20)$$

Тогда мощность ЗПН из (4) и (20):

$$W_{constE} = \frac{E_{max}^2}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = W \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (21)$$

Мощность ЗПТ из (12) и (19):

$$W_{constI} = \frac{I_{max}^2}{C} \cdot (t + RC) = W \frac{(t + RC)}{(f(U_{C_{end}}) + RC)} \quad (22)$$

В случае работы электронного устройства в автономном режиме наиболее важным представляется способность использовать максимальное количество доступной энергии окружающей среды. Вычислим эффективность  $K$  путем сравнения энергии  $A_{util}$ , затраченной во время зарядки, и энергии  $A_{ambient}$ , которая была доступна на протяжении рассматриваемого периода от 0 до  $t_{end}$  если  $W_{ambient} = const$ :

$$K = \frac{A_{util}}{A_{ambient}} \quad (23)$$

где

$$A_{ambient} = \int_0^{t_{end}} W_{ambient} dt = W \cdot t_{end} \quad (24)$$

При ЗПН, с учетом (21):

Таблица 1. Соотношения для рассматриваемых методов зарядки

	ЗПМ	ЗПТ	ЗПН
Мощность источника ЭДС в течение зарядки	$W$	$W \frac{(t + RC)}{(f(U_{C_{end}}) + RC)}$	$W \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$
Итоговая энергия, затраченная источником ЭДС за время зарядки	$W \cdot t_{end}$	$W t_{end} \frac{(t_{end} + 2RC)}{2(t_{end} + RC)}$	$WRC \left(1 - e^{-\frac{t_{end}}{RC}}\right)$
Доля энергии, затраченной ЭДС за время зарядки, от всей доступной энергии окружающей среды за тот же период	1	$\frac{(t_{end} + 2RC)}{2(t_{end} + RC)}$	$\frac{RC}{t_{end}} \left(1 - e^{-\frac{t_{end}}{RC}}\right)$

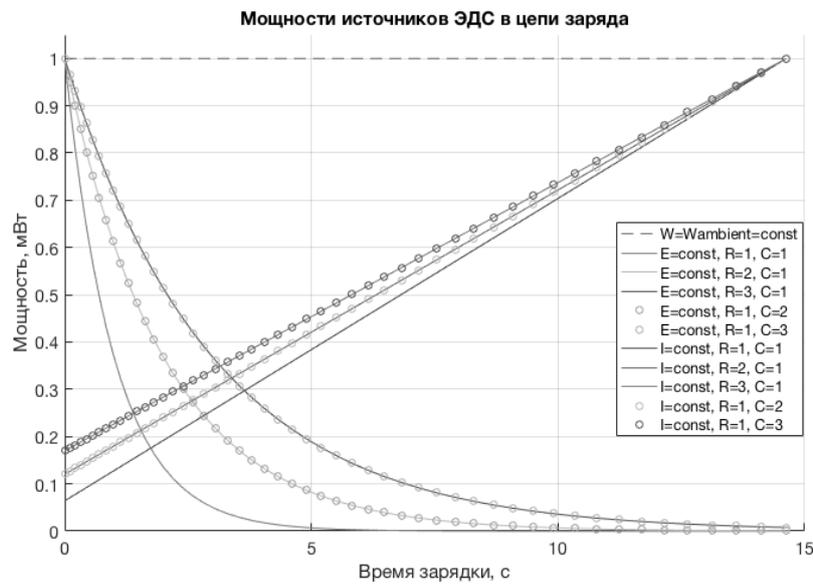


Рис. 2. Графическое сравнение ЗПН, ЗПТ и ЗПМ

$$A_{utilconstE} = \int_0^{t_{end}} W_{constE} dt = \int_0^{t_{end}} W \cdot e^{-\frac{t}{RC}} dt = WRC \left(1 - e^{-\frac{t_{end}}{RC}}\right) \quad (25)$$

$$K_{constE} = \frac{A_{utilconstE}}{A_{ambient}} = \frac{WRC \left(1 - e^{-\frac{t_{end}}{RC}}\right)}{W t_{end}} = \frac{RC}{t_{end}} \left(1 - e^{-\frac{t_{end}}{RC}}\right) \quad (26)$$

При ЗПТ, с учетом (22):

$$A_{utilconstI} = \int_0^{t_{end}} W_{constI} dt = \int_0^{t_{end}} W \frac{(t + RC)}{(t_{end} + RC)} dt = W t_{end} \frac{(t_{end} + 2RC)}{2(t_{end} + RC)} \quad (27)$$

$$K_{constI} = \frac{A_{utilconstI}}{A_{ambient}} = \frac{W t_{end} \frac{(t_{end} + 2RC)}{2(t_{end} + RC)}}{W t_{end}} = \frac{(t_{end} + 2RC)}{2(t_{end} + RC)} \quad (28)$$

Итоговое сравнение рассмотренных типов зарядки приведены в таблице 1:

Графо-аналитическое сравнение ЗПМ, ЗПТ и ЗПН в соответствии с ограничением по мощности, получаемой узлом БСС от ПУДАБЗ, приведено на рисунке:

Полная энергия, затраченная источниками ЭДС, равна площади под соответствующим графиком на Рис. 2. Несмотря на то, что ЗПТ является оптимальным с точки зрения эффективности использования затрачиваемой энергии, но на Рис. 2 видно, что наиболее полно энергия окружающей среды используется при ЗПМ, что в условиях автономного питания является ключевым. При этом мощность источника ЭДС при ЗПТ монотонно возрастает и имеет локальный максимум, совпадающий с

$W_{ambient}$  только в конце процесса зарядки, а при ЗПН — монотонно убывает, принимая максимальное значение в точке, соответствующей короткому замыканию, поэтому является разрушительным и неэффективным.

### Заключение

В заключении можно отметить, что разработанная в данной статье математическая модель зарядки конденсатора при постоянном источнике питания является важным шагом в направлении продления жизненного цикла датчиков WSN. Оптимальная зарядка конденсато-

ра позволяет эффективно использовать энергию и восстанавливать запасы энергии в системе. Данный метод может быть использован для различных приложений, таких как мониторинг окружающей среды, отслеживания объектов, детектирования пожаров и т.д. Таким образом, данная работа может быть полезной для исследователей и разработчиков, которые занимаются созданием и оптимизацией систем WSN. Полученные результаты могут быть использованы для разработки эффективных систем управления энергией для WSN, что в свою очередь позволит продлить жизненный цикл датчиков и повысить надежность системы в целом.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Wu, Fang-Jing, Yu-Fen Kao and Yu-Chee Tseng, *Pervasive and Mobile computing* 7 (4), 397–413 (2011).
2. G. Jayavardhana et al., *Future generation computer systems* 29 (7), 1645–1660 (2013).
3. B. Tarun et al., *Int. J. Eng. Technol* 7 (2), 53–55 (2018) .
4. A. Ali, Y. Ming, S. Chakraborty and S. Iram, *Future internet* 9 (4), 77 (2017) .
5. I.F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam and E. Cayirci, *Comput Netw* 38 (4), 393–422 (2002) .
6. P. Baronti, P. Pillai, V.W. Chook, S. Chessa, A. Gotta and Y.F. Hu, *Comput Commun* 30 (7), 1655–95 (2007) .
7. B. Abdelmalek, F. Didi and I. Bambrik. *Wireless Networks* 25 (6), 3029–3046 (2019) .
8. Sh. Himanshu, A. Haque and Z.A. Jaffery, “An efficient solar energy harvesting system for wireless sensor nodes”, in ICPEICES 2018.
9. Seah, Winston KG, Zhi Ang Eu, and Hwee-Pink Tan, “Wireless sensor networks powered by ambient energy harvesting (WSN-HEAP) -Survey and challenges”, in 1st International Conference on Wireless Communication, Vehicular Technology, Information Theory and Aerospace & Electronic Systems Technology (2009) .
10. Башмаков Р.А., Олейников Д.Н., Федоренко В.В. Математическое моделирование процессов энергопотребления узла беспроводной сенсорной сети при пополнении заряда // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Т. 1679. DOI: 10.1088/1742–6596/1679/5/052068.

© Башмаков Роман Андреевич ( bashmakov\_r@inbox.ru ).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»