

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ ПО ДАННЫМ АЭРОТРУБНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

SIMULATION OF THE DISTRIBUTION OF HYDRODYNAMIC COEFFICIENTS IN THE FLUID FLOW ACCORDING TO THE AEROTUBE EXPERIMENT

S. Osmukha

Summary. This article presents the formulation of the problem of estimating changes in the resistance coefficients of an element (experimental site) as a function of changes in the angle of attack, changes in the angle of the longitudinal axis (yaw) and velocity roll of an object in an aero tube experiment. Reynolds numbers are used to conduct the aerotube experiment. Calculations are carried out for a water object with respect to angles: α — angle of attack, relative to the projection on the xg axis of the associated coordinate system; β is the yaw angle relative to the projection on the zg axis of the associated coordinate system; γ is the angle of velocity roll of the longitudinal plane of the nozzle relative to the cross section, the projection on the yg axis of the associated coordinate system.

Keywords: angle, aerotube experiment, coefficient, Morlet.

Осмуха Светлана Александровна

Аспирант, преподаватель, Государственный морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова
rusalsvetik@mail.ru

Аннотация. В данной статье представлена постановка задачи исследования оценки изменения коэффициентов сопротивления потоку элемента (экспериментальной площадки) как функции изменения угла атаки, изменения угла продольной оси (рыскания) и скоростного крена объекта в условиях аэротрубного эксперимента. Используются числа Рейнольдса для проведения аэротрубного эксперимента. Расчеты проводятся для водного объекта относительно углов: α — угол атаки, относительно проекции на ось xg связанной системы координат; β — угол рыскания относительно проекции на ось zg связанной системы координат; γ — угол скоростного крена продольной плоскости насадки относительно поперечного сечения, проекции на ось yg связанной системы координат.

Ключевые слова: угол, аэротрубный эксперимент, коэффициент, Морле.

Постановка задачи

Пусть требуется оценить изменение коэффициентов сопротивления потоку элемента (экспериментальной площадки) как функции изменения угла атаки, изменения угла продольной оси (рыскания) и скоростного крена объекта в условиях аэротрубного эксперимента.

Условия аэротрубного эксперимента пересчитываются на сопротивление ламинарному потоку жидкости по числам Рейнольдса, рассматриваемое как отношение кинетической энергии жидкости увлекаемой движущимся телом к потерям энергии на характерной длине элемента (по причинам внутреннего трения жидкости).

Классический подход к решению задачи, с учётом кинематики жидкости предусматривает действие со стороны жидкости на площадку гидродинамической силы, которую можно представить в виде суммы двух составляющих: нормальной и касательной, которые вычисляются соответственно, как показано на рисунке 1:

$$q_n = q_{n0} \sin^2 \alpha; \quad (1)$$

$$q_k = q_{k0} \cos^2 \alpha; \quad (2)$$

$$q_{n0} = c_n q S, \quad q_{k0} = c_k q S, \quad (3)$$

где c_n , c_k — безразмерные коэффициенты нормальной и касательной силы;

$q = \rho V_0^2 / 2$ — скоростной напор;

ρ — плотность жидкости;

V_0 — скорость потока;

S — площадь поперечного сечения лобового сопротивления;

α — угол атаки, относительно проекции на ось x_g связанной системы координат;

β — угол рыскания относительно проекции на ось z_g связанной системы координат;

γ — угол скоростного крена продольной плоскости насадки относительно поперечного сечения, проекции на ось y_g связанной системы координат.

Для площадки при числах Рейнольдса Re от 10^3 до $5 \cdot 10^5$ коэффициент c_n лежит в пределах от 1,1 до 1,4, отношение c_k/c_n составляет порядка от 0,01 до 0,05, поэтому при расчете допустимо не учитывать касательную составляющую гидродинамической силы.

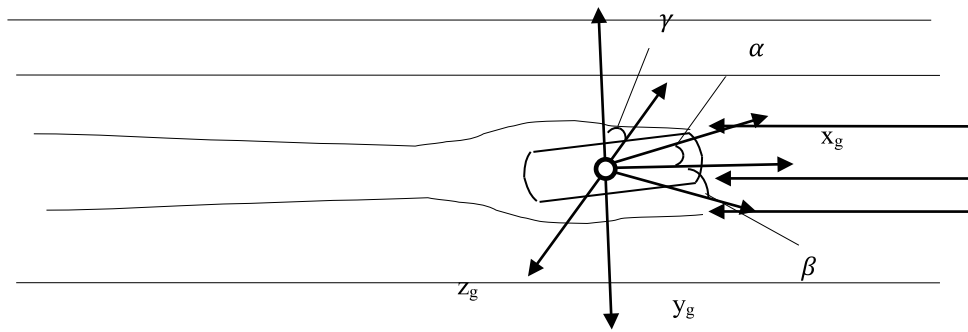


Рис. 1. Модель взаимодействия площадки и потока от винта

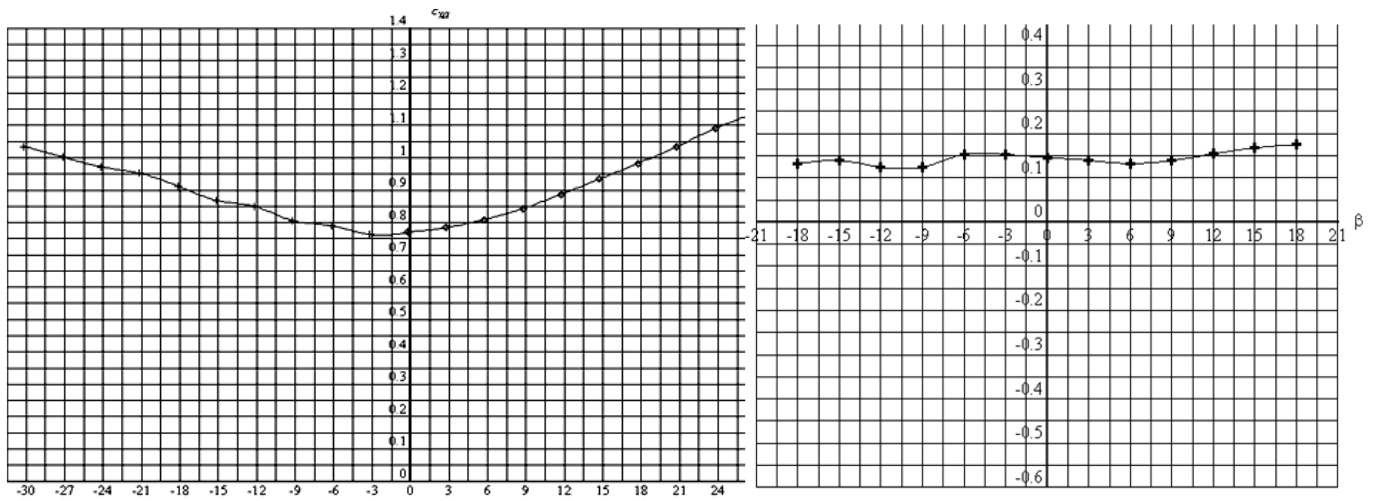


Рис. 2. Результаты аэротрубного эксперимента с моделью объёмного элемента, скорость потока в трубе $v=28$ м/с; $C_x(\alpha)=f(\alpha), \beta = 0; C_y(\beta)=f(\beta), \alpha = 0$.

С учетом сделанных предположений уравнения равновесия площадки в потоке будут иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dS} = G \sin \alpha; \\ T \frac{d\alpha}{dS} = G \cos \alpha - q_{\text{н0}} |\sin \alpha| \sin \alpha; \\ \frac{dx}{dS} = \cos \alpha; \\ \frac{dy}{dS} = \sin \gamma; \\ \frac{dz}{dS} = \sin \beta. \end{cases} \quad (4)$$

где S — площадь сечения площадки, отсчитываемая от сечения в водоизмещающем режиме, задающая положение точки на водоизмещающей линии, сечение S_{mid} соответствует сечению по средней точке сечения вычисляется как:

$$T_0 = [(\Sigma X_i)^2 + (\Sigma Y_i)^2]^{1/2}; \quad (5)$$

$$\alpha_{\theta} = -\arctg (\Sigma Y_i / \Sigma X_i), \quad (6)$$

где ΣX_i — сумма проекций всех сил, действующих на площадку на ось x , направление которой совпадает с вектором скорости потока; Y_i — сумма проекций всех сил, действующих на площадку, на ось y .

Для оценки условий сопротивления потоку, исследуемой площадки воспользуемся данными аэротрубного эксперимента, рисунок 2. На рисунке 2 приведены значения $C_{xa} = f(\alpha)$ коэффициента сопротивления потоку в зависимости от угла атаки α и сопротивления $C_y = f(\beta)$ — угла рыскания.

Анализ динамики углов крена γ , определим как $\varphi(\gamma)$ — функцию имеющую распределение в пределах $-30 \dots + 30$ градусов, рисунок 3. Необходимо получить аналитическую зависимость распределения как распределение комплексного аргумента в динамике каждого из отсчетов угла γ [4].

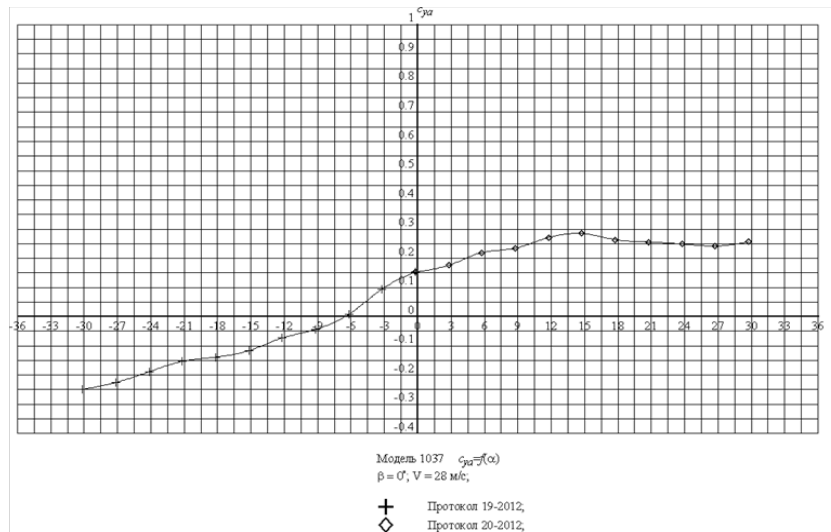


Рис. 3. Результаты аэротрубного эксперимента с моделью объёмного элемента, скорость потока в трубе $v=28$ м/с; $C_z(\gamma)=f(\gamma)$, $\beta = 0$; $\alpha = 0$.

Рассмотрим интеграл от пределов изменения угла $[\alpha_-, \alpha_+]$, $[\beta_-, \beta_+]$, $[\gamma_-, \gamma_+]$:

$$\begin{cases} \int_{\alpha_-}^{\alpha_+} \frac{d\varphi_x(\delta, \alpha)}{d\alpha} d\alpha = 0; \\ \int_{\beta_-}^{\beta_+} \frac{d\varphi_y(\delta, \beta)}{d\beta} d\beta = 0; \\ \int_{\gamma_-}^{\gamma_+} \frac{d\varphi_z(\delta, \gamma)}{d\gamma} d\gamma = 0. \end{cases} \quad (7)$$

где $\delta = t_1 \dots t_2$.

Для набора реализаций

$$\sum \left| \frac{t_k - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \exp \left(i |\varphi_n| \left(\frac{t_k - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right)$$

распределение функции $\varphi_n(\delta, \alpha, \beta, \gamma)$ определим, как распределение фазы сдвигами и отображениями угла:

$$\begin{aligned} \varphi_n(\delta, \alpha, \beta, \gamma) = \\ = \arctan \left(\frac{A_1 \left| \frac{t_1 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_1 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right) + A_2 \left| \frac{t_2 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_2 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right)}{A_1 \left| \frac{t_1 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \cos \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_1 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right) + A_2 \left| \frac{t_2 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \cos \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_2 - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right)} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

для пределов изменения угла $[\alpha_-, \alpha_+]$, $[\beta_-, \beta_+]$, $[\gamma_-, \gamma_+]$, слева и справа $\varphi(t_1, \gamma_+) = \varphi(t_1, \gamma_-)$ и $\varphi(t_2, \gamma_+) = \varphi(t_2, \gamma_-)$.

Как можно заметить при этих условиях имеем равенство:

$$\begin{aligned} \sum \left| \frac{t_2 - t_1}{\alpha_-, \beta_-, \gamma_-} \right| \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_2 - t_1}{\alpha_-, \beta_-, \gamma_-} \right) \right) = \\ = \sum \left| \frac{t_2 - t_1}{\alpha_+, \beta_+, \gamma_+} \right| \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_2 - t_1}{\alpha_+, \beta_+, \gamma_+} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \left| \frac{t_1 - t_2}{\alpha_-, \beta_-, \gamma_-} \right| \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_1 - t_2}{\alpha_-, \beta_-, \gamma_-} \right) \right) = \\ = \sum \left| \frac{t_1 - t_2}{\alpha_+, \beta_+, \gamma_+} \right| \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_1 - t_2}{\alpha_+, \beta_+, \gamma_+} \right) \right). \end{aligned} \quad (9)$$

На равномерной сетке значения аргумента для

$$\sum \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_2 - t_1}{\alpha_-, \beta_-, \gamma_-} \right) \right) = 0 \text{ и}$$

$$\sum \sin \left(|\varphi_n| \left(\frac{t_2 - t_1}{\alpha_+, \beta_+, \gamma_+} \right) \right) = 0$$

для пределов изменения угла $[\alpha_-, \alpha_+]$, $[\beta_-, \beta_+]$, $[\gamma_-, \gamma_+]$

значение $\sum |\varphi_n| \left(\frac{t_2 - t_1}{\alpha_n, \beta_n, \gamma_n} \right) = n\pi$.

Систему всплесков Морле, базис разложения функций $C_x(\alpha)$, $C_y(\beta)$, $C_z(\gamma)$, можно получить как сдвиги и отображения функции угла

$$\alpha_n, \beta_n, \gamma_n = \frac{\omega_0(t_1 - t_2)}{n\pi}.$$

Теорема 1. Декомпозиция функции комплексного переменного в базисе вейвлетов (всплесков) всегда равна спектральной мощности инвариантов.

Действительно рассматривая базис

$$\left| \frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \exp \left(i |\varphi_n| \left(\frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right)$$

для ортогональных углов α, β, γ значение коэффициента

$$\left| \frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right|$$

однозначно определяется проекциями на связанные оси x, y, z , каждое следующее значение t_n с фиксированным шагом δ , описывается полиномом вида:

$$\varphi_n(k) = \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^N (t_n - \delta)^n \tag{10}$$

для каждого из которых

$$\sum |\varphi_n| \left(\frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) = n\pi,$$

при этом базис

$$\left| \frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \exp \left(i |\varphi_n| \left(\frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right)$$

является спектром полной системы

$$\varphi_n(\delta, \alpha, \beta, \gamma) = \sum \left| \frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right| \exp \left(i |\varphi_n| \left(\frac{t_n - \delta}{\alpha, \beta, \gamma} \right) \right).$$

Пример. Зададим равномерную угломерную сетку, как показано на рисунках 2–3, с изменением угла от -30° до $+30^\circ$ с шагом $t=6^\circ$. Значения коэффициентов $C_x(\alpha), C_y(\beta), C_z(\gamma)$ определим на равномерной сетке с шагом 3° .

Используя полином Лагранжа, получим интерполяцию функции в узлах сетки, как показано на рисунках 2–3:

$$C_{x,y,z}(\alpha, \beta, \gamma) = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ k=1 \\ i \neq j \neq k}}^n i, j, k \left(C_{i,j,k} \left(\frac{t-t_{n+1}}{t_n-t_{n+1}} \right) \right); \tag{11}$$

$$C_{x,y,z}(\alpha, \beta, \gamma) = i(0,0075t + 0,76) + \\ + j(-0,0025t + 0,14) + k(0,00043t^2 + \\ + 0,01717t + 0,1).$$

Выводы:

- ♦ построение семейства гидродинамических характеристик в зависимости от значений углов атаки, рыскания и скоростного крена по узлам угломерной сетки обеспечивается разложением в базисе вейвлетов (всплесков) Морле;
- ♦ спектральная плотность мощности по базису Морле всегда равна мощности инвариантов;
- ♦ исследование модели в вычислительном эксперименте с использованием разложения в ортогональных базисах даёт хорошее приближение на сетке для функций комплексного переменного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чижимов С. Д., Каменских И. В., Бурменский А. Д. Проблемы гидродинамики корабля. Численные моделирование \Учебное пособие.— Комсомольск на Амуре: Издательство ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», 2016
2. Справочник по теории корабля. Том 1–3 / Под ред. Я. И. Войткунского.— Л.: Судостроение, 1985.— 440 с. 4. Храмушин В. Н. Поисковые исследования штормовой мореходности корабля. Владивосток: Дальнаука, 2003.-172 с.
3. Данцевич И. М., Звягинцев Н. С. Тарасенко А. А. Управление обитаемыми подводными аппаратами — РИО ГМУ имени адмирала Ф. Ф. Ушакова. Новороссийск, 2012.
4. John J. Benedetto Sampling Theory and Wavelets — <http://www.prometheus-inc.com/asi/multimedia1998/papers/benedetto.pdf>

© Осьмуха Светлана Александровна (rusalsvetik@mail.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»