DOI 10.37882/2223-2966.2023.11.06

СОЗДАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ЛИКВИДАЦИИ АВАРИИ ВОДОПРОВОДА

CREATION OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESS OF LIQUIDATION OF A WATER PIPELINE ACCIDENT

M. Bolshelapov
A. Brovko

Summary. The scientific article is devoted to the description and creation of a mathematical model, which is a system of differential equations, thanks to which it is possible to mathematically describe the process of eliminating a water pipeline accident. The article also identifies the problem of high frequency of water supply accidents over a period of time, as a result of which the creation of a model becomes a potential part of the solution to the identified problem.
Analysis of data received from Rosstat. Creation of a system of differential equations describing the process of eliminating a water pipeline accident, based on the selected parameters describing the process of eliminating the accident itself.
As a result, the parameters characterizing the process of liquidation of the water pipeline accident were revealed. A primary mathematical model has been created that describes this process. The proposed model is ready for further development (adequacy checks, adjustments, etc.).

Keywords: system dynamics, housing and communal services, water supply accident, differential equations.

Большелапов Михаил Александрович
Аспирант, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
mihan3110@yandex.ru
Бровко Александр Валерьевич
Д.ф.-м.н., доцент, профессор,
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
brovkoav@gmail.com

Аннотация. Научная статья посвящена описанию и созданию математической модели, представляющей из себя систему дифференциальных уравнений, благодаря которой можно математически описать процесс ликвидации аварии водопровода. А также в статье выявляется проблема высокой частоты аварий водопровода на промежутке времени, вследствие чего создания модели становится потенциальной частью решения выявленной проблемы.
Анализ данных, полученных от Федстата. Создание системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс ликвидации аварии водопровода, на основе выбранных параметров, описывающих непосредственно сам процесс ликвидации аварии.
В результате выявлены параметры, характеризующие процесс ликвидации аварии водопровода. Создана первичная математическая модель, которая описывает данный процесс. Предложенная модель готова для дальнейшей разработки (проверки адекватности, корректировки и т.д.).

Ключевые слова: системная динамика, ЖКХ, авария водопровода, дифференциальные уравнения.

Аварии с прорывом водопроводной сети в городских условиях являются распространенными и могут иметь серьезные последствия, такие как повреждение дорожного покрытия, подтопление зданий и нарушение водоснабжения и канализации. В России количество таких аварий в разных регионах различается. Общая тенденция показывает снижение количества аварий в стране в последнее десятилетие, как показано на рисунке 1.

Однако последние несколько лет количество аварий в системе водопровода перестало значительно снижаться. Независимо от региона, целью работы является создание первичной математической модели процесса ликвидации аварии водопровода для дальнейшего использования в системах мониторинга аварий с целью повысить эффективность устранения прорыва водопровода.

Достижение этой цели возможно с помощью системного подхода, который учитывает все факторы, влияющие на развитие аварии и ее последствия. Необходимо учитывать масштабы аварии, характер прорыва водопровода, а также возможные последствия прерывания водоснабжения для населения и инфраструктуры. Системный анализ позволяет определить необходимые меры для устранения аварийной ситуации, включая оказание помощи пострадавшим, эвакуацию населения, проведение работ по ликвидации аварии и восстановление нормального функционирования инфраструктуры и водоснабжения. В данной статье рассматривается только черта города, без учета прилегающих к городу населенных пунктов, таких как деревни, села, поселки и т.д.

Системная динамика — это подход к изучению систем, который относится к дисциплине системного мышления. Он развивался в течение 20 века. Методы системного мышления в целом можно классифицировать как подходы, направленные на понимание изучаемой системы. Основная теория этого подхода описывает, из чего состоят системы и как они функционируют, а также как их можно изучать. Таким образом, системная динамика предоставляет инструмент для понимания систем, таких как производственные системы, и способов их улучшения.

Термин «системное мышление» не имеет четкого определения или использования [2]. Он включает в себя

Рис. 1. Динамика аварий водопровода в РФ

ряд методологий в рамках системного мышления, таких как кибернетика и теория хаоса, гештальт-терапия, работы различных авторов и институтов. Некоторые термины, связанные с системным мышлением, предоставляют теоретические основы для понимания системы, например:

Модель жизнеспособных систем [3] — это диагностический инструмент, который отображает существующую организацию на модель и оценивает, работают ли все ее части согласно критериям жизнеспособности.

Методология мягких систем [4] — это инструмент анализа или «система обучения», основанный на системных идеях и направленный на понимание изучаемой системы.

Системная динамика [2] — использует основные структурные блоки систем, обратные связи между уровнями и скоростями, чтобы объяснить «универсальную структуру реальных социальных и физических систем» и помочь в построении модели системы для анализа.

Таким образом, применение системной динамики для разработки цифровых двойников производственных систем предоставляет инструмент для понимания проблемных явлений и помогает осуществить изменения с целью улучшения изучаемой системы.

Системная динамика может применяться в различных сферах, поэтому для решения выявленной проблемы была выбрана именно она. Так как благодаря своей гибкости она может сочетать различные влияния внешних факторов, смежных с тематикой.

Создание математической модели

На основе литературного обзора предлагается разработать математическую модель на основе системной динамики, которая позволит прогнозировать основные характеристики аварий водопровода. Модель будет представлять собой систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка.

При использовании математического аппарата системной динамики для описания и изучения объекта исследования, мы строим систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка (1).

$$\frac{dZ_i}{dt} = Z_i^+ + Z_i^-, i = \overline{1,n} \qquad (1)$$

где $Z_i^+, Z_i^-, i = \overline{1,n}$ — непрерывные или кусочно-непрерывные функции, определяющие положительную и отрицательную скорость изменения значения переменной Z_i [5]. Далее, $Z_i^+ = f_i^+(G_1, G_2, \ldots, G_m), Z_i^- = f_i^-(G_1, G_2, \ldots, G_m)$ — это функции, зависящие от факторов G_j, где $j = \overline{1,m}$, которые влияют на скорость изменения переменной, однако сами факторы F_j могут быть функциями от прогнозируемых переменных $Z_i, i = \overline{1,n}$ [6].

В соответствии с требованиями, изложенными в РД 153-34.2-002-01 [7], при разработке модели системной динамики для ликвидации прорыва водопровода были выбраны основные характеристики, которые представлены в таблице 1 в качестве параметров.

Таблица 1.

Характеристики прорыва водопровода

Z_1	Количество человек, которые будут чинить прорыв
Z	Важность узла
Z_3	Урон водопроводу
Z_4	Труднодоступность/сложность развязки водопровода
Z_5	Состояние водопроводной магистрали (работоспособная, ветхая, аварийная)
Z_6	Количество спецтехники в починке
Z_7	Необходимость переключения подачи потока на другой водопровод
Z_8	Потенциальный урон коммуникациям и зданиям
Z_9	Необходимость эвакуации людей

Дополнительно, в таблице 2 представлена матрица инцидентности, которая описывает граф причинно-следственных связей между ранее упомянутыми параметрами.

Таблица 2.

Матрица инцидентности графа причинно-следственных связей

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9
Z_1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Z_2	1	0	1	1	–1	1	1	1	1
Z_3	1	0	0	0	0	1	1	1	1
Z_4	1	0	1	0	–1	1	0	0	0
Z_5	1	0	1	0	0	0	1	1	0
Z_6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Z_7	0	1	1	0	0	0	0	0	0
Z_8	0	1	1	0	1	0	0	0	1
Z_9	0	1	1	0	0	0	0	1	0

На основе выбранных характеристик и их влияния друг на друга, определенном в матрице инцидентности, описанной выше представляется система дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши в общем виде (2).

$$\begin{cases}
\frac{dZ_1}{dt} = \frac{1}{Z_1^*}\left(f_1\left(Z_6\left(t\right)\right)\right) \\
\frac{dZ_2}{dt} = \frac{1}{Z_2^*}\times \\
\times\left(\left(f_2\left(Z_1\left(t\right)\right) * f_3\left(Z_3\left(t\right)\right) * f_4\left(Z_4\left(t\right)\right) * f_5\left(Z_6\left(t\right)\right) *\right.\right. \\
\left.\left. * f_6\left(Z_7\left(t\right)\right) * f_7\left(Z_8\left(t\right)\right) * f_8\left(Z_9\left(t\right)\right)\right) - \left(f_9\left(Z_5\left(t\right)\right)\right)\right) \\
\frac{dZ_3}{dt} = \frac{1}{Z_3^*}\times \\
\times\begin{pmatrix} f_{10}\left(Z_1\left(t\right)\right) * f_{11}\left(Z_6\left(t\right)\right) * f_{12}\left(Z_7\left(t\right)\right)f_{13}\left(Z_8\left(t\right)\right)\times \\ \times f_{14}\left(Z_9\left(t\right)\right) \end{pmatrix} \\
\frac{dZ_4}{dt} = \frac{1}{Z_4^*}\left(\left(f_{15}\left(Z_1\left(t\right)\right) * f_{16}\left(Z_3\left(t\right)\right) * f_{17}\left(Z_6\left(t\right)\right) -\right.\right. \\
\left.\left. -\left(f_{18}\left(Z_5\left(t\right)\right)\right)\right)\right) \\
\frac{dZ_5}{dt} = \frac{1}{Z_5^*}\begin{pmatrix} f_{19}\left(Z_1\left(t\right)\right) * f_{20}\left(Z_3\left(t\right)\right) * f_{21}\left(Z_7\left(t\right)\right)\times \\ \times f_{22}\left(Z_8\left(t\right)\right) \end{pmatrix} \\
\frac{dZ_6}{dt} = \frac{1}{Z_6^*}\left(f_{23}\left(Z_1\left(t\right)\right)\right) \\
\frac{dZ_7}{dt} = \frac{1}{Z_7^*}\left(f_{24}\left(Z_2\left(t\right)\right) * f_{25}\left(Z_3\left(t\right)\right)\right) \\
\frac{dZ_8}{dt} = \frac{1}{Z_8^*}\begin{pmatrix} f_{26}\left(Z_2\left(t\right)\right) * f_{27}\left(Z_3\left(t\right)\right) * f_{28}\left(Z_5\left(t\right)\right)\times \\ \times f_{29}\left(Z_9\left(t\right)\right) \end{pmatrix} \\
\frac{dZ_9}{dt} = \frac{1}{Z_5^*}\left(f_{30}\left(Z_2\left(t\right)\right) * f_{31}\left(Z_3\left(t\right)\right) * f_{32}\left(Z_8\left(t\right)\right)\right)
\end{cases} \tag{2}$$

где $f_1 \ldots f_{32}$ — это полиномиальные функции, аппроксимирующие статистические данные, на основе значений которых можно говорить о прикладной применимости предлагаемой модели.

На представленном ниже рисунке 2 показан полиномиальный график для первой функции $f_1(Z_2(t))$. На основе данных, полученных из Федстата [1] было получено уравнение полиномиальной функции (3):

$$f_1(Z_6(t)) = -0.0053z^2 + 0.4047z - 2.1426 \tag{3}$$

Также стоит отменить, что полученный коэффициент детерминации $R^2 = 0.9393$, что значит, что между Z_6 и Z_1 присутствует сильно выраженная корреляция, что говорит о приемлемости предлагаемой модели относительно данной полиномиальной функции.

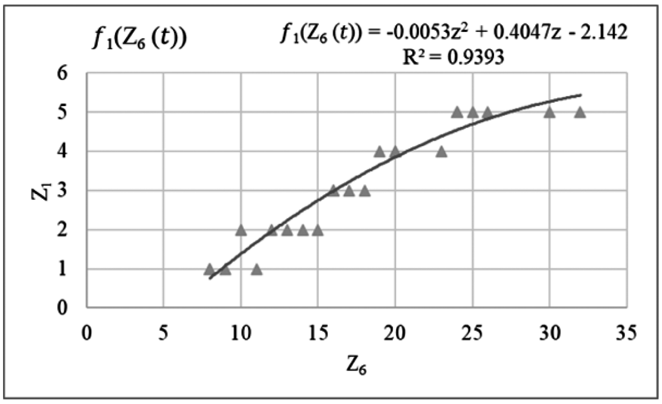

Рис. 2. Полиномиальный график для функции $f_1(Z_6(t))$

В данной научной статье был проведен анализ данных Федстата и выявлена проблема аварий водопровода. Кроме того, был проведен литературный обзор по системной динамике как одному из наиболее предпочтительных средств потенциального решения выявленной проблемы. На основе литературного обзора и анализа данных Федстата был выбран ряд характеристик, описывающих процесс ликвидации аварии водопровода, распределена их взаимосвязь в виде матрицы инцидентности (таблица 2).

На основе вышеописанных вводных была создана система дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши в общем виде (2). Для каждого уравнения были прописаны полиномиальные функции, аппроксимирующие статистические данные, основанные на данных Федстата.

Также был определен ряд работ на продвижение исследования, а именно полное описание всех полиномиальных функций, проверка адекватности предложенной модели и последующая корректировка при необходимости.

В заключение можно сказать, что в результате проделанной работы было определено наличие проблемы с частым явлением аварий водопровода, и вследствие этого была предложена первичная математическая модель, которая сможет показать состояние процесса ликвидации аварии водопровода через выбранные в статье характеристики самого процесса (количество выделенных работников для устранения аварии, количество выделенной спец. техники, важность узнал водопровода и другие.). В дальнейшем планируется проверить модель на адекватность, при необходимости скорректировать ее, а также в более далеком плане сделать попытку внедрения созданной модели в систему мониторинга аварий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС): [Электронный ресурс]. — Режим доступа: https://www.fedstat.ru. (Дата обращения: 20.09.2023).
2. Forrester, J.W. (1961). Industrial Dynamics. Cambridge, Wright-Allen Press.
3. Beer, S. (1994). Brain of the Firm: 2nd ed. Chichester, Wiley.
4. Checkland, P. (1988). Systems Thinking, Systems Practise. Chichester, Wiley, pp. 240–243.
5. Садовничий В.А., Акаев А.А., Коротаев А.В., Малков С.Ю. Моделирование и прогнозирование мировой динамики / Научный совет по Программе фунд. исслед. Президиума Российской академии наук «Экономика и социология знания». М.: ИСПИ РАН, 2012. — (Экономика и социология знания). — с. 359.
6. Аветисян Ю.А., Кушников В.А., Резчиков А.Ф., Родичев В.А. Математические модели и алгоритмы оперативного управления процессами ликвидации чрезвычайных ситуаций // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. №11. с. 43–47.
7. РД 153-34.2-002-01. Временная методика оценки ущерба, возможного вследствие аварии гидротехнического сооружения (принят Приказом Минэнерго России от 26 апреля 2001 г. № 130).