

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИНГУЛЯРНОВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ С ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕЙ, МАССОПЕРЕДАЧЕЙ, ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКЦИЯМИ

Ковалева Мария Александровна

Доцент, Владикавказский филиал ФГБОУ ВО
«Финансовый университет при правительстве РФ»
mary_kovaleva@list.ru

THE ANALYSIS OF DISTRIBUTED SINGULARLY PERTURBED OPTIMAL CONTROL SYSTEMS USE FOR PROCESSES WITH HEAT TRANSFER, MASS TRANSFER, CHEMICAL REACTIONS

M. Kovaleva

Summary. The article discusses the issue of modeling systems with distributed parameters for processes with heat transfer, mass transfer, chemical reactions. In the modern world, great attention is paid to the development of all spheres of social life, a lot of efforts are spent to accelerate technological progress and use numerous innovations. But in order to achieve success in this, sometimes it is necessary to combine the incompatible, and most importantly, be able to evaluate your own work with the help of an experiment.

It is shown in the article that, along with lumped problems, one can develop a regularization method applicable to distributed singularly perturbed optimal control problems.

Keywords: the system analysis, experiment, management, singular indignant.

Аннотация. В статье рассматривается вопрос моделирования систем с распределенными параметрами для процессов с теплопередачей, массопередачей, химическими реакциями. В современном мире огромное внимание уделяется развитию всех сфер общественной жизни, тратится множество усилий для ускорения технического прогресса и использования многочисленных инноваций. Но для того, чтобы добиться в этом успеха, порой необходимо сочетать не сочетаемое, а главное уметь при помощи эксперимента оценить собственный труд.

В статье показывается, что наряду с сосредоточенными задачами можно развить метод регуляризации, применимый к распределенным сингулярно-возмущенным задачам оптимального управления.

Ключевые слова: системный анализ, эксперимент, управление, сингулярно-возмущенный.

Введение

В сложной системе обычно присутствуют два уровня управления. В медленно меняющейся обстановке децентрализованная часть системы успешно справляется с адаптацией поведения системы к среде и с достижением глобальной цели системы за счет оперативного управления, а при резких изменениях среды осуществляется централизованное управление по переводу системы в новое состояние. Недостатком централизованного управления является сложность управления из-за огромного потока информации, подлежащей переработке в системе управления [1].

В современном мире огромное внимание уделяется развитию всех сфер общественной жизни, тратится множество усилий для ускорения технического прогресса и использования многочисленных инноваций. Но для

того, чтобы добиться в этом успеха, порой необходимо сочетать не сочетаемое, а главное уметь при помощи эксперимента оценить собственный труд. В настоящее время системный подход в экспериментальных исследованиях является наиболее эффективным способом получения данных. Данная тема является интересной и перспективной, ведь системный анализ используется в экономическом мире ежедневно [10].

Сложные открытые системы, к которым можно отнести технологические процессы, не подчиняются вероятностным законам. Такие системы можно назвать сингулярно-возмущенными.

Постановка задачи

Рассмотрим вопрос моделирования систем с распределенными параметрами, в случае процессов при нали-

ции, теплопередачи, массопередачи, химических реакций (основных технологических процессов, в частности в металлургии) [1–9].

Оптимизация тепло и массопереноса в металлургических агрегатах

Учитывая выражение $J_k = -D\rho$ получим обобщенное дифференциальное уравнение диффузии.

$$\rho \frac{dm_k}{d\tau} = \left[D\rho \left(\text{grad}m_k + \frac{\delta_p}{p} + k_T/T \text{grad}T \right) \right] + M_k \sum_{r=1}^R \gamma_{kr} W_r, \text{ где } k=1,2, \dots, N-1 \quad (1)$$

Далее, запишем уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \text{div}(\rho\vartheta) = 0 \quad (2)$$

или в другом виде:

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \rho \text{div}(\vartheta) = 0 \quad (3)$$

ϑ — скорость центра масс, ρ — общая плотность. Рассмотрим коэффициенты, стоящие перед градиентами, постоянными (не зависящими от координат), тогда из (2) получим

$$\rho \frac{dm_k}{d\tau} = D\rho \left(\nabla^2 m_k + \frac{\delta_p}{p\nabla^2 c} + \frac{k_T}{T\nabla^2 T} \right) + M_k \sum_{r=1}^R \gamma_{kr} W_r, \quad (k=1,2, \dots, N-1). \quad (4)$$

Далее, составим уравнение переноса импульса. Учитывая, что $\text{div}(P_d = \text{grad}P$ получим уравнение Навье.

$$c \frac{d\vartheta}{d\phi} = -\text{grad}P + \text{Div}z[\nabla\dot{u} + \nabla\dot{u} - 2/3 z(\dot{u})d] + \sum_{k=1}^N c_k \cdot K'_k \quad (5)$$

d — единичный тензор второго ранга, компонентами которого являются символы Кронекера d_{ij} . Уравнение (5) используется как составная часть математической модели металлургического агрегата в тех случаях, когда в исследуемой области весьма существенна неравномерность температурного поля или когда значительны эффекты турбулентного потока. Например, при факельном отоплении печи. Для потоков с развитой турбулентностью коэффициент динамической молекулярной вязкости η заменяют его эффективным значением. $z_{\text{эф}} = z + z_T$. Здесь z_T коэффициент динамической турбулентной (вихревой) вязкости. При моделировании высокотемпературных печей камерного типа (особенно печей с постоянной температурой рабочего пространства можно полагать $\eta = \text{const}$. Тогда, учитывая, что $(\nabla\dot{u}) = \text{grad}(\text{div}u)$ из (5) находим уравнения Навье-Стокса для сжимаемой жидкости с постоянной вязкостью.

$$c \frac{d\vartheta}{d\phi} = -\nabla P + z\nabla^2 \dot{u} + \frac{1}{3} \nabla(\nabla\dot{u}) + \sum_{k=1}^N c_k K'_k \quad (6)$$

В случае, когда внешние силы обусловлены лишь одной градацией, тогда

$$\sum_{k=1}^N c_k K'_k = c\dot{g} \quad (7)$$

Далее, рассмотрим уравнение баланса внутренней энергии.

$$c \frac{du}{d\phi} = -\dot{J}_U + q(U) \quad (8)$$

Здесь \dot{J}_U называют неконвективным потоком энергии. Из (8), после ряда преобразований получаем дифференциальное уравнение Фурье — Кирхгофа.

Допустим, это будет одна из зон нагревательной печи или самостоятельная нагревательная печь следящей конструкции. Ограничимся анализом процессов в контрольном объеме, показанном штриховой линией. Основным энергоносителем в данном агрегате является топливо (продукты его сгорания). Система химических реакций, которые возникают при горении, весьма сложна. Учитывая сказанное, поступим следующим образом. Будем считать топливо и окислитель простыми реагентами, которые всегда соединяются в одном и том же (стехиометрическом) соотношении. Тогда обозначая индексом «гор» и «ок» соответственно топливо (горючее) и окислитель, можно записать: 1 кг горючего i кг окислителя $\rightarrow (1+i)$ кг продуктов сгорания. Если $R_{\text{гор}}$ и $R_{\text{ок}}$ обозначить скорости расходования горючего и окислителя в процессе химической реакции $R_j = M_j \gamma_j W_j$, то данное предложение сводится к соотношению $R_{\text{гор}} = R_{\text{ок}}/i$.

Как правило, изменение давления в рабочем пространстве нагревательных печей весьма мало, так что без существенной потери точности допустимо полагать $\text{grad}P = 0$. Учитывая, что для газов в области температур до 2500 К $k_T 10^{-3} - 10^{-5}$, можно пренебречь и термодиффузией. В таком случае (2) значительно упростится и примет вид.

$$c_{+H_z} \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{\text{эфгор}} c \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{\text{эфгор}} c \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial z} \right) + R_{\text{гор}} \quad (9)$$

Аналогично получим уравнение для $m_{\text{ок}}$. $D_{\text{эф}}$ — эффективный коэффициент диффузии, свой для ламинарного и турбулентного режимов течения, $R_{\text{гор}} = -K_p^2 m_{\text{гор}} m_{\text{ок}} \exp[-E/(RT)]$.

E и K эмпирические постоянные, которые определяются видом топлива и типом топливо сжигающе-

го устройства. Объединив уравнение неразрывности с уравнением (9), получим.

$$\frac{\partial(cm_j)}{\partial\phi} + \frac{\partial(c_{и_x}m_j)}{\partial x} + \frac{\partial(c_{и_z}m_j)}{\partial z} = \frac{\partial(D_{\text{эф}j}c_{и_x}m_j)}{\partial x} + \frac{\partial(c_{и_z}m_j)}{\partial z} + R_j \quad (10)$$

(где j= гор, ок).

Это первое уравнение модели рассматриваемого агрегата, оно записано в консервативной или дивергентной форме, т.е. в форме закона сохранения.

Запишем уравнение (10) в векторной форме:

$$c_p \left[\frac{\partial(cm_j)}{\partial t} + (c_{и}m_j) \right] = (L_{\text{эф}}gradm_j) + R_j \quad (11)$$

Рассмотрим далее, уравнения движения (уравнения баланса импульса). Объединяя уравнения (11) с общим уравнением неразрывности, можно получить:

$$\frac{\partial(c_{и_x})}{\partial t} + \frac{\partial(c_{и_x^2})}{\partial x} + \frac{\partial(c_{и_zи_x})}{\partial z} = \frac{-\partial p}{\partial x} + \partial + \frac{1}{3}\partial \quad (12)$$

$$\frac{\partial(c_{и_z})}{\partial t} + \frac{\partial(c_{и_z^2})}{\partial x} + \frac{\partial(c_{и_zи_x})}{\partial z} = \frac{-\partial p}{\partial z} + \partial + \frac{1}{3}\partial \quad (13)$$

Рассмотрим далее, каноническую форму уравнений (12), (13):

$$\frac{\partial(c_{и_x})}{\partial t} + (c_{и}и_x) = +) + R_{и_x} \quad (14)$$

$$\frac{\partial(c_{и_z})}{\partial t} + \text{div}(c_{и}и_z) = +) + R_{и_z} \quad (15)$$

$$R_{и_x} = \frac{-\partial}{\partial x} + (1/3)\partial / \partial x$$

$$R_{и_z} = \frac{-\partial}{\partial z} + (1/3)\partial / \partial z \quad (16)$$

Далее, рассмотрим уравнение Фурье — Кирхгофа. Для условий работы рассматриваемого агрегата, как уже говорилось, будем считать градиент давления крайне малым, поэтому термоэффектом вызванным давлением будем пренебрегать.

Будем пренебрегать работой сил давления и аэродинамического нагрева, переносом теплоты за счет диффузии под действием внешних сил (сил тяжести), а также диффузионного термоэффекта. Учитывая данные обстоятельства, упростим уравнение энергии. Учитывая сказано выше, запишем уравнение энергии, включающее общее уравнение неразрывности:

$$c_p \left[\frac{\partial(cT)}{\partial t} + \frac{\partial(и_x T)}{\partial x} + \frac{\partial(и_z T)}{\partial z} \right] = \frac{\partial(L_{\text{эф}}\partial T / \partial x)}{\partial x} + \frac{\partial(L_{\text{эф}}\partial T / \partial z)}{\partial z} + R_t \quad (17)$$

Здесь $R_t = -\sum_{j=1}^2 H_j R_j +$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{и^2}{2} \right) + \Gamma_k \frac{\partial E_t}{\partial x} + c \sum_{j=1}^2 Q_j \frac{D_{\text{эф}j} \partial m_j}{\partial x} \right] \right] +$$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{и^2}{2} \right) + \Gamma_k \frac{\partial E_t}{\partial z} + c \sum_{j=1}^2 Q_j \frac{D_{\text{эф}j} \partial m_j}{\partial z} \right] \right] -$$

$$- \sum_{j=1}^2 c_{pj} \int_i \text{grad} T.$$

$E_t = [(и_x)^2 + (и_y)^2 + (и_z)^2] / 2; F_k = + \text{з}_{\text{тур}} / (cу_E)$ коэффициент переноса (диффузии) энергии турбулентности. В векторной форме уравнения запишется следующим образом

$$c_p \left[\frac{\partial(cT)}{\partial t} + (c_{и}T) \right] = (L_{\text{эф}}gradT) + R_t \quad (18)$$

Далее, запишем уравнение турбулентных пульсаций

$$\partial / (cE_t) / \partial t + (cE_{\phi}и) = (\Gamma_k grad E_{\phi}) + G - e \quad (19)$$

где e — скорость диссипации (рассеяния) энергии турбулентности, а G скорость генерации этой энергии. Аналогичное дифференциальное уравнение записывается для переменной e.

Нетрудно заметить, что все записанные ранее уравнения однотипны. Обозначим искомую функцию Ф, тогда всю систему уравнений, рассмотренную выше можно записать в виде одного обобщенного выражения.

$$a_{\phi} \left[\frac{\partial\phi}{\partial t} + (c_{и}\phi) \right] = (b_{\phi} grad_{\phi}) + D_{\phi}, \quad (20)$$

где $a_{\phi} = \{1, 1, 1, 1, C_p, 1, 1\}^T$ —

вектор столбец переменных параметров системы;

$$\phi = \{m_{\text{гор}}, m_{\text{ок}}, и_x, и_z, T, E_t, e\}^T$$

вектор-столбец исходных функций;

$$b_{\phi} = \{D_{\text{эф.гор}}, D_{\text{эф.ок}}, \text{з}_{\text{эф}}, \text{з}_{\text{эф}}, C_p, L_{\text{эф}}, \Gamma_k, \Gamma_e\}^T$$

вектор столбец коэффициентов переноса и

$$d_{\phi} = \{R_{\text{гор}}, R_{\text{ок}}, R_{и_x}, R_{и_z}, R_t, R_E, R_e\}^T.$$

Уравнение (20) пригодно для дальнейшего анализа и разработки моделей систем оптимального управления.

Учитывая щ для двумерного течения

$$\text{щ} = \frac{\partial и_x}{\partial z} - \partial и_z / \partial x$$

после некоторых преобразований придем к уравнению:

$$\frac{\partial(\text{сш})}{\partial t} + \frac{\partial(\text{сн}_x \text{ш})}{\partial x} + \frac{\partial(\text{сн}_z \text{ш})}{\partial z} = \frac{\partial(\varepsilon_{\text{эф}} \frac{\partial \text{ш}}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon_{\text{эф}} \frac{\partial \text{ш}}{\partial z})}{\partial z} + R_{\text{ш}}, \quad (21)$$

где

$$R_{\text{ш}} =, Q_{\text{ш}} = \left(\frac{\partial \varepsilon_{\text{эф}}}{\partial z}\right) \nabla^2 \text{н}_x - \left(\frac{\partial \varepsilon_{\text{эф}}}{\partial x}\right) \nabla^2 \text{н}_z - \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{\text{эф}}}{\partial x \partial z} - \partial \text{н}_z / \partial z\right) - / \partial z. \quad (22)$$

Поскольку $Q_{\text{ш}}$ зависит от эффективной вязкости, а ее изменение в пространстве не может быть описано достаточно точно, обычно полагают $Q_{\text{ш}} = 0$.

Очень важной задачей математического моделирования металлургических агрегатов является установление оптимальных стационарных режимов работы. Отклонение от этих режимов всегда можно описать более простыми методами, используя процедуру линеаризации уравнений.

Поэтому учитывая стационарное уравнение неразрывности

$$\frac{\partial(\text{сн}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\text{сн}_z)}{\partial z} = 0$$

введем функцию тока $\psi(x, z)$ при помощи равенств

$$\text{сн}_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \text{сн}_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \text{М.1}$$

Тогда уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} \partial \left(m_j \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) / \partial x - \frac{\partial \left(m_j \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)}{\partial z} = \\ = \partial \left(D_{\varepsilon_{\text{эф}j}} \text{с} \partial m_j \right) / \partial x / \partial x + \partial / \partial z / \partial z + R_j \quad \text{М.2} \end{aligned}$$

(j=гор, ок)

И соответственно

$$\frac{\partial \left(\frac{\text{ш} \partial \psi}{\partial z} \right)}{\partial x} - \frac{\partial \left(\frac{\text{ш} \partial \psi}{\partial x} \right)}{\partial z} = \partial \left(\frac{\varepsilon_{\text{эф}} \partial \psi}{\partial x} \right) / \partial x + \partial \left(\frac{\varepsilon_{\text{эф}} \partial \psi}{\partial z} \right) / \partial z + R_{\text{ш}} \quad \text{М.3}$$

Учитывая М1 в формуле для потока

$$\frac{\partial \text{н}_x}{\partial z} - \partial \text{н}_z / \partial x$$

найдем уравнение для нахождения ψ .

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{\text{с} \partial \psi} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{1}{\text{с} \partial \psi} \right)}{\partial z} = \psi \quad \text{М.4}$$

Наконец, учитывая уравнение энергии, получим.

$$C_p \left[\frac{\partial \left(\frac{T \partial \psi}{\partial z} \right)}{\partial x} - \frac{\partial \left(\frac{T \partial \psi}{\partial x} \right)}{\partial z} \right] = \frac{\partial \left(\frac{\lambda_{\text{эф}} \partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{\lambda_{\text{эф}} \partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} + R_T \quad \text{М.5}$$

Учитывая, что уравнения М.2- М.5 одностипны, запишем их в векторной форме.

$$C_p \left[\frac{\partial \left(\frac{\Phi \partial \psi}{\partial z} \right)}{\partial x} - \frac{\partial \left(\frac{\Phi \partial \psi}{\partial x} \right)}{\partial z} \right] = \frac{\partial \left(\frac{b_{\text{эф}} \partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{b_{\text{эф}} \partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} + \Phi_T \quad (23)$$

Уравнение в квадратных скобках описывает диффузионный перенос, а последнее слагаемое отражает образование параметра источниками (химическими реакциями).

Далее, осталось описать нагревание обрабатываемых изделий и ограничиваемых стенок.

Здесь мы можем использовать для изделий уравнение теплопроводности. Пусть T_1 — температура металла, перемещение изделия в сторону начала координат н_M . Запишем уравнение теплопроводности.

$$\frac{-c_M c_{M \text{н}_M} \partial T_1}{\partial x} = \partial \left(\frac{\lambda_M \partial T_1}{\partial x} \right) \partial x + \partial \left(\frac{\lambda_M \partial T_1}{\partial z} \right) \partial z \quad \text{М.6}$$

Граничные условия

$$z = 0, \frac{\partial T_1}{\partial z} = 0;$$

$$z = S,$$

$$T_1(x) = T(x); \lambda_M (\partial T_1 / \partial z) = \lambda_{\text{эф}} (\partial T_1 / \partial x) + q_{Rz},$$

S — полутолщина изделия.

Для ограждающих стенок справедливо стационарное уравнение теплопроводности, причем локально одномерное (теплота распространяется по нормали к стенке). На внутренней поверхности стенки выполняются граничные условия сопряжения (четвертого рода). На наружной стенке — граничные условия третьего рода (конвективный теплообмен с окружающей средой).

Система уравнений (М.1)-(М.6) не исчерпывает всего многообразия явлений, развивающемся в рабочем пространстве моделируемого агрегата.

При внимательном анализе может возникнуть необходимость в добавлении к указанной системе других соотношений, в частности, для термодинамических и переносных свойств веществ. Однако можно утверждать, что уравнения (М.1)-(М.6) учитывают, основные, главные стороны процесса, протекающие в рассматриваемом агрегате.

Далее, еще раз отметим, что целью здесь ставится не получение уравнений математической модели какого-либо конкретного явления. Основные результаты сводятся к следующему:

1. При разработке конкретных моделей металлургических объектов очень важно выявить и учесть взаимовлияние разных явлений, составляющих данный процесс.
2. Уравнения, описывающие разные явления (разные аспекты процессов тепло — массопереноса), имеют одинаковую структуру или могут быть сведены к форме с данной структурой.

Запишем уравнения состояния металлургического агрегата, как было показано выше, эти уравнения имеют следующий вид:

$$\frac{\partial(cm_j)}{\partial t} + \frac{\partial(c_{иx}m_j)}{\partial x} + \frac{\partial(c_{иz}m_j)}{\partial z} = \frac{\partial(D_{\text{эф}j}c_{иx}m_j)}{\partial x} + \frac{\partial(c_{иz}m_j)}{\partial z} + R_j, \quad (24)$$

(где j= гор, ок).

$$\frac{\partial(c_{иx})}{\partial t} + (c_{ииx}) = +)R_{иx}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial(c_{иz})}{\partial t} + \text{div}(c_{ииз}) = R_{иz}, \quad (26)$$

$$R_{иx} = \frac{-\partial p}{\partial x} + (1/3)\partial/\partial x, R_{иz} = \frac{-\partial p}{\partial z} + (1/3)\partial/\partial z$$

$$c_p \left[\frac{\partial(cT)}{\partial t} + (c_{иТ}) \right] = (L_{\text{эф}} \text{grad} T) + R_t$$

$$\partial/(cE_t)/\partial t + (cE_{тн}) = (\Gamma_k \text{grad} E_t) + G - ce \quad (27)$$

Уравнения (24)-(27), которое зависит от интенсивности источников химических реакций. Интенсивностью этих источников определяется характер состояния процессов, протекающих в металлургических агрегатах.

Пусть интенсивность химических источников задается следующим набором параметров $u = u_2, \dots, u_r$. В таком случае можно записать $R_j = R_j(u, t)$, $R_{иx} = R_{иx}(u, t)$, $R_{иz} = R_{иz}(u, t)$, $R_t = R_t(u, t)$.

Таким образом, изменяя интенсивность источников химических реакций, мы можем влиять на состояние металлургического агрегата, т.е. управлять данным агрегатом. Естественно, $u_i, i = 1, 2, \dots, r$ должны подчиняться некоторым ограничениям, например $|u_i| \leq \Gamma_i$, которые определяют область управления задачи. Если теперь еще добить некоторый минимизируемый функционал.

$$J = J(m_j, иx, иz, T, u, t) \quad (28)$$

Тогда получим некоторую задачу оптимального управления (24–28) для металлургического агрегата.

Нетрудно видеть, что данная задача будет зависеть от параметров: $D_{\text{эф}j}, \text{эф}, L_{\text{эф}}$ и если хотя бы один из них является малым, тогда поставленная задача оптимального управления будет сингулярновозмущенной.

Рассмотрим первоначально однопараметрический случай. Допустим $\text{эф} = \lambda \rightarrow 0$. Здесь мы сталкиваемся с сингулярной задачей оптимального управления. Так же, как это мы делали выше, для регуляризации этой задачи применим метод Уизема.

Перепишем уравнения (24–28) следующим образом:

$$\frac{\partial(cm_j)}{\partial t} + \frac{\partial(cm_{jиx})}{\partial x} + \frac{\partial(cm_{jиз})}{\partial z} = \frac{\partial(D_{\text{эф}j}c_{\frac{\partial m_j}{\partial x}})}{\partial x} + \frac{\partial(D_{\text{эф}j}c_{\frac{\partial m_j}{\partial z}})}{\partial z} + R_j \quad (29)$$

$$\frac{\partial(c_{иx})}{\partial t} + \frac{\partial(c_{иix}^2)}{\partial x} + \frac{\partial(c_{ииз})}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(\text{эф} \frac{\partial иx}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\text{эф} \frac{\partial иx}{\partial z})}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial(\text{эф} \dot{и})}{\partial x}, \quad (30)$$

$$c_p \left[\frac{\partial(cT)}{\partial t} + \frac{\partial(c_{иxT})}{\partial x} + \frac{\partial(c_{иизT})}{\partial z} \right] = \frac{\partial(\text{эф} \frac{\partial иz}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\text{эф} \frac{\partial иz}{\partial z})}{\partial z} + R_t \quad (31)$$

Допустим, имеем следующие асимптотические разложения:

$$иx, z, \eta, t) = иx_0, z, t) + иx_1, z, t) \text{эф} + иx_2, z, t) (\text{эф}^2 + \dots + o(\text{эф}^k) \quad (32)$$

$$иz, z, \eta, t) = иz_0, z, t) + иz_1, z, t) \text{эф} + иz_2 (\phi, x, z, t \text{эф}^2 + \dots + o(\text{эф}^k) \quad (33)$$

$$T, z, \eta, t) = T_0, z, t) + T_1, z, t) \text{эф} + T_2 (\phi, x, z, t \text{эф}^2 + \dots + o(\text{эф}^k) \quad (34)$$

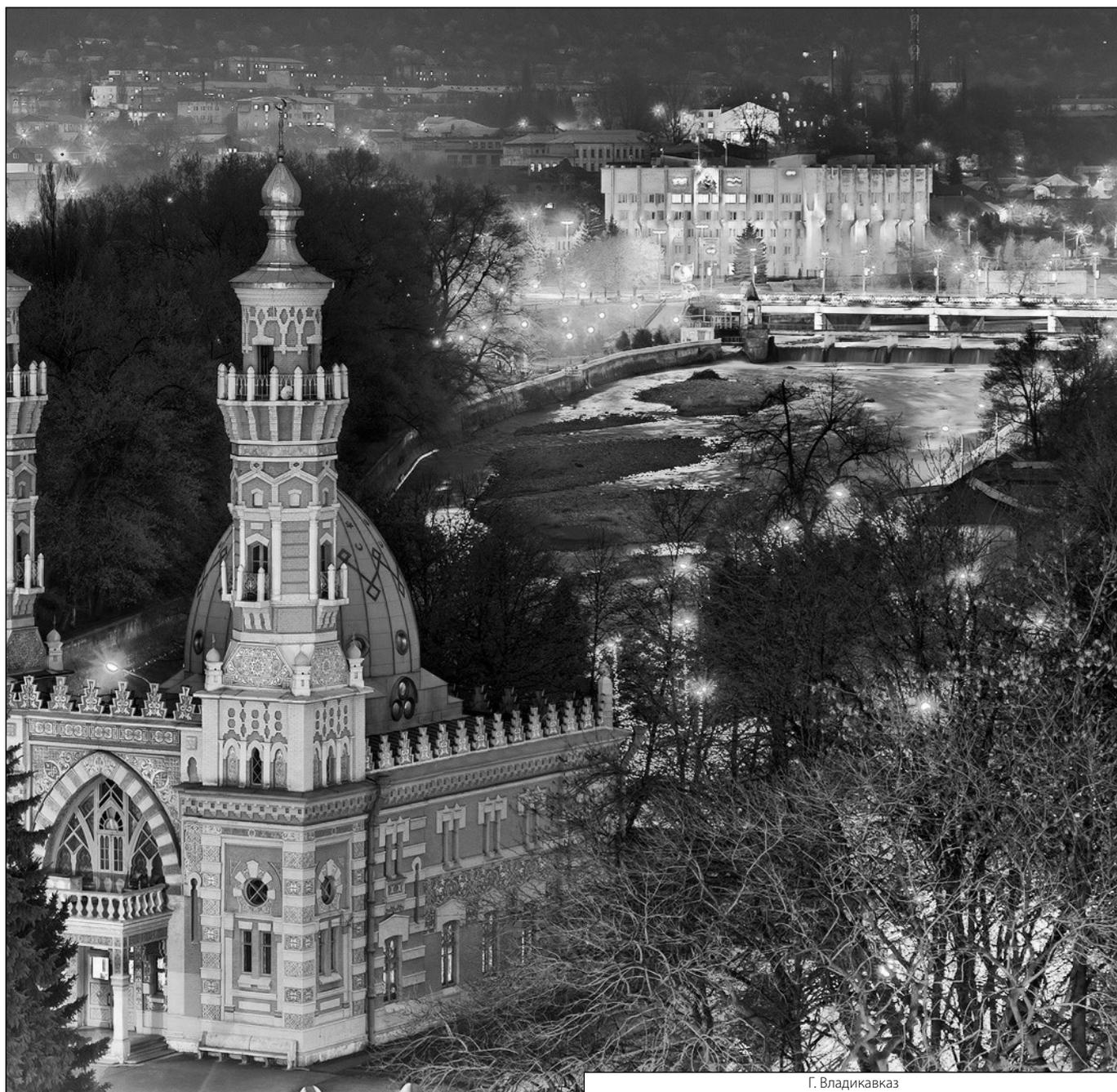
Подставим (32) и (33) в (30), а также в (29). Затем приравняем нулю коэффициенты при $\text{эф}^k, k = 0, 1, \dots$ и т.д., в результате получим систему рекуррентных регулярных уравнений:

$$\begin{aligned} \text{эф}^{-1} : c \left(\frac{d иx_0}{d \phi} \right) S_t + c \frac{d иx_0^2}{d \phi} S_x + \frac{cd(иx_0 иz_0)}{d \phi} S_z = \\ = \frac{d^2 иx_0}{d \phi^2} (S_x^2 + S_z^2) + \frac{1}{3} \left(\frac{d^2 иx_0}{d \phi^2} S_x^2 + \frac{d^2 иz_0}{d \phi^2} S_x S_z \right), \\ c \left(\frac{d иz_0}{d \phi} \right) S_t + c \frac{d иz_0^2}{d \phi} S_x + \frac{cd(иx_0 иz_0)}{d \phi} S_z = \end{aligned}$$

7. Попырин Л. С. Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок. — М.:1978. — 415с.
8. Левенталь Г.В., Попырин Л. С. Оптимизация теплоэнергетических установок. — Энергия, 1980. — 450с.
9. Бяринов А.М., Кафаров В. В. Методы оптимизации в химической технологии. — М.: Химия,1975. — 575с.
10. Звягин, Л. С. Системный анализ в экспериментальных исследованиях / Л. С. Звягин. — Текст: непосредственный // Молодой ученый. — 2014. — № 4 (63). — С. 516–519. — URL: <https://moluch.ru/archive/63/10108/>
11. Rutkowski A.L., Bolotaeva I.I. and Kovaleva M. A. Modeling of Static Modes of Mass Transfer Processes in Rotary Kilns of Drum Type, // 2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon), Sochi, 2018, pp. 1–3.
12. Rutkowski A.L., Bolotaeva I.I. and Kovaleva M. A. Experiment Strategy and Parameter Evaluation at Fuzzy Measurement of Input Variables // 2019 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Sochi, Russia, 2019, pp. 1–7.

© Ковалева Мария Александровна (mary_kovaleva@list.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»



Г. Владикавказ