

# ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМНОГО РЕГУЛЯТОРА СОГЛАСОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ ЧЕТЫРЁХКОЛЁСНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА

## CONSTRUCTION OF A TRAJECTORY OF PROGRAMMED MOTION FOR COORDINATED CONTROL SYSTEM OF ELECTRIC DRIVES OF A FOUR-WHEEL MOBILE ROBOT

*E. Meshkovskiy*

*Summary.* The problem of parametric optimization of the system controller of coordinated control of a four-wheeled mobile robot with two differential drive units is considered. In the process of solving it, the objective function was derived, a criterion was compiled, and a method for optimizing parameters was selected. In conclusion, the article presents the results of numerical experiments on a graph the trajectory errors before and after the parametric optimization of a nonlinear and a fuzzy system controller.

*Keywords:* wheel robot, differential drive unit, coordinated control, parametric optimization, batch learning, conjugate gradient method, Brent method.

**Мешковский Евгений Олегович**

Аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
meshkovskii\_evge@mail.ru

*Аннотация.* Рассмотрена задача параметрической оптимизации системного регулятора согласованного управления четырёхколёсного мобильного робота с двумя дифференциальными приводными блоками. В процессе её решения была выведена целевая функция, составлен критерий и выбран метод оптимизации параметров. В заключении статьи приведены результаты численных экспериментов по построению графиков траекторной ошибки до и после параметрической оптимизации нелинейного и нечёткого системного регулятора.

*Ключевые слова:* колёсный робот, дифференциальный приводной блок, согласованное управление, параметрическая оптимизация, пакетное обучение, метод сопряжённых градиентов, комбинированный метод Брента.

**В** нашем исследовании объектом является четырёхколёсный мобильный робот с двумя дифференциальными приводными блоками, для которого была спроектирована система согласованного управления электроприводами (рис. 1). На рис. 1 обозначены: ЭД — электродвигатель,  $\omega_{двij}^{зад}$ ,  $\omega_{двij}^{тек}$  — заданная и текущая скорость вращения электропривода колеса  $ij$ ,  $U_{фij}$  — напряжения фазы электродвигателя колеса  $ij$ . В состав такой системы входит системный регулятор (у нас, нелинейного и нечёткого типа), обеспечивающий согласование управления между отдельными локальными подсистемами колёс. Т. к. объект управления представляет из себя достаточно сложную систему, ручная настройка такого регулятора (подбор параметров) может стать очень трудоёмким или даже невозможным. Данная проблема достаточно давно решается с помощью методов параметрической оптимизации.

Параметрическая оптимизация — процесс поиска оптимального (наилучшего) решения комбинацией методов математического моделирования и вычислительной математики [1–3]. В общем случае данную задачу

можно описать как поиск среди параметров системы  $k$  множества  $X$  такого набора параметров  $k^*$ , что

$$f(k^*) = \min_{k \in X} f(k),$$

где  $f(k)$  — целевая функция (отображение  $f: X \rightarrow R$ ).

Постановка задачи оптимизации начинается с определения множества допустимых параметров, целевой функции и критерии оптимизации. Наши системные регуляторы разработаны так, что все коэффициенты, входящие в их структуру, должны быть положительными вещественными числами:

$$X = \{k \in \mathbb{R}^n \mid k_i > 0\}. \quad (1)$$

Основная задача, выполняемая колёсными роботами в технологическом процессе, заключается в перемещении вдоль траектории. Требованием при выполнении поставленной задачи является минимальное отклонение от заданного контура в процессе перемещения. По этой причине целевой функцией выбран квадрат среднеквадратичного отклонения (с.к.о.) [4, с. 3] от тра-

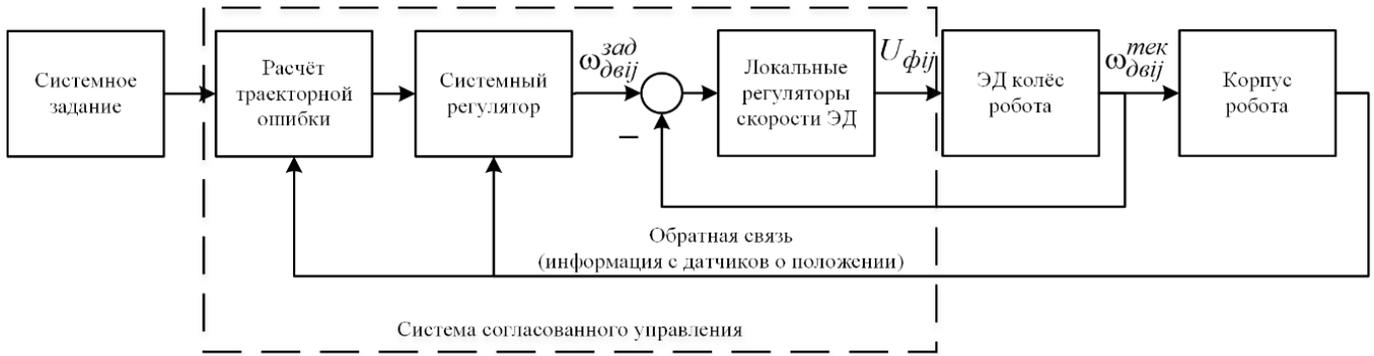


Рис. 1. Система согласованного управления электроприводами исследуемого колёсного робота

ектории (контурная ошибка), а критерием оптимизации — его минимум:

$$\begin{cases} f_c(k) = \varepsilon_c^2(k), \\ I_c = f_c(k) \rightarrow \min, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\varepsilon_c^2(k)$  — квадрат с.к.о. контурной ошибки;  $I_c$  — критерий оптимальности по контурной ошибке.

Кроме точности позиционирования относительно траектории существует также требование к минимальному угловому отклонению (угловой ошибке). Данный факт приводит нас к необходимости ввести дополнительную целевую функцию и критерий оптимизации, которые будут определяться квадратом с.к.о. углового позиционирования:

$$\begin{cases} f_\beta(k) = \varepsilon_\beta^2(k), \\ I_\beta = f_\beta(k) \rightarrow \min, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\varepsilon_\beta^2(k)$  — квадрат с.к.о. ошибки углового позиционирования;  $I_\beta$  — критерий оптимальности по угловому позиционированию.

В современном мире, с целью увеличения точности и скорости обучения нейронных сетей, используют пакетную (batch) оптимизацию [5, 6]. Суть данного способа заключается в обучении нейронной сети на всех обучающих выборках одновременно. Применим пакетную оптимизацию к нашей задаче параметрической оптимизации системных регуляторов, т.к. процесс обучения нейронной сети и оптимизация параметров наших элементов системы управления, по своей сути, процессы тождественные.

Пакеты формируются из наборов траекторий и заданных контурных скоростей. В итоге получаем набор из нескольких критериев (2) и (3), что приводит нас к задаче многокритериальной оптимизации:

$$I_D = I_D(\varepsilon_{c1}^2(k), \dots, \varepsilon_{cn}^2(k), \varepsilon_{\beta 1}^2(k), \dots, \varepsilon_{\beta n}^2(k)) \rightarrow \min, \quad (4)$$

где  $I_D$  — итоговый «суперкритерий»;  $\varepsilon_{ci}^2$  — квадрат с.к.о. контурной ошибки при  $i$ -ом испытании в пакете;  $\varepsilon_{\beta i}^2$  — квадрат с.к.о. углового позиционирования при  $i$ -ом испытании;  $n$  — количество элементов (испытаний) в одном пакете.

Решить поставленную задачу многокритериальной оптимизации нам поможет линейная свёртка критериев [7]:

$$I_D = \sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} \cdot \varepsilon_{ci}^2(k) + \alpha_{\beta i} \cdot \varepsilon_{\beta i}^2(k)) \rightarrow \min, \quad (5)$$

$\alpha_{ci}, \alpha_{\beta i}$  — вещественный коэффициент  $i$ -го критерия контурной ошибки и углового позиционирования соответственно. Указанные вещественные коэффициенты определяют степень важности соответствующего критерия, их сумма равна 1, т.е. весовые коэффициенты должны принадлежать множеству  $A$  такому, что:

$$A = \left\{ \alpha \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_{ci}, \alpha_{\beta i} > 0, \left( \sum_{i=1}^n \alpha_{ci} + \sum_{i=1}^n \alpha_{\beta i} \right) = 1 \right\}. \quad (6)$$

Выражения (5) и (6) называют взвешенной суммой критериев или аддитивная форма свёртки критериев, которая применяется в задачах многокритериальной оптимизации [8, 9]. Примем все

$$\alpha_{ci} = \alpha_{\beta i} = \frac{1}{2 \cdot n},$$

т.к. результаты всех испытаний в пакете, и по траекторной ошибке, и по угловому положению имеют для нас равную степень важности.

Докажем существования минимума гиперповерхности критерия (5). Для этого будем считать целевую функцию критерия (5) как функцию многих переменных

от с.к.о. траекторной и угловой ошибки. Получим дважды дифференцируемую функцию:

$$I_D = f(\varepsilon_{c1}, \dots, \varepsilon_{cn}, \varepsilon_{\beta 1}, \dots, \varepsilon_{\beta n}) = \sum_{i=1}^n (\alpha_{ci} \cdot \varepsilon_{ci}^2 + \alpha_{\beta i} \cdot \varepsilon_{\beta i}^2). \quad (7)$$

Необходимое условие существования локального экстремума гласит, что функция

$$I_D = f(\varepsilon_{c1}, \dots, \varepsilon_{cn}, \varepsilon_{\beta 1}, \dots, \varepsilon_{\beta n})$$

имеет в точке

$$I_D^*(\varepsilon_{c1}^*, \dots, \varepsilon_{cn}^*, \varepsilon_{\beta 1}^*, \dots, \varepsilon_{\beta n}^*)$$

локальный экстремум если дифференциал в этой точке  $dI_D(I_D^*)$  равен нулю или не существует [10, с. 364]. Возьмём частные производные по всем  $\varepsilon_{ci}$  и  $\varepsilon_{\beta i}$  от  $I_D$  и приравняв их к нулю:

$$\begin{cases} \frac{\partial I_D}{\partial \varepsilon_{c1}} = 2 \cdot \alpha_{c1} \cdot \varepsilon_{c1} = 0, \\ \dots \\ \frac{\partial I_D}{\partial \varepsilon_{cn}} = 2 \cdot \alpha_{cn} \cdot \varepsilon_{cn} = 0, \\ \frac{\partial I_D}{\partial \varepsilon_{\beta 1}} = 2 \cdot \alpha_{\beta 1} \cdot \varepsilon_{\beta 1} = 0, \\ \dots \\ \frac{\partial I_D}{\partial \varepsilon_{\beta n}} = 2 \cdot \alpha_{\beta n} \cdot \varepsilon_{\beta n} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{c1} = 0, \\ \dots \\ \varepsilon_{cn} = 0, \\ \varepsilon_{\beta 1} = 0, \\ \dots \\ \varepsilon_{\beta n} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Результат в (8) даёт возможность предположить, что точка

$$I_D^*(0, \dots, 0, 0, \dots, 0)$$

является локальным экстремумом. Данный факт необходимо подтвердить (точка  $I_D^*$  может быть, к примеру, седловой) и определить, что  $I_D^*$  является именно точкой минимума, а не максимума. С этим нам поможет достаточное условие существования локального экстремума, которое гласит, что если второй дифференциал

$$d^2 I_D(I_D^*)$$

от всех переменных  $d\varepsilon_{ci}$  и  $d\varepsilon_{\beta i}$  в точке экстремума  $I_D^*$  является положительно определённой формой, то функция

$$I_D = f(\varepsilon_{c1}, \dots, \varepsilon_{cn}, \varepsilon_{\beta 1}, \dots, \varepsilon_{\beta n})$$

имеет локальный минимум в точке  $I_D^*$  [10, с. 365].

Рассматриваемая функция (7) является одним из видов квадратичной формы [11, с. 196], Гессиан которой (матрица Гессе), в любой точке будет выглядеть как квадратная диагональная матрица с положительными элементами:

$$H(I_c) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{c1}^2} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{c1} \cdot \partial \varepsilon_{cn}} & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{c1} \cdot \partial \varepsilon_{\beta 1}} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{c1} \cdot \partial \varepsilon_{\beta n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{cn} \cdot \partial \varepsilon_{c1}} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{cn}^2} & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{cn} \cdot \partial \varepsilon_{\beta 1}} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{cn} \cdot \partial \varepsilon_{\beta n}} \\ \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta 1} \cdot \partial \varepsilon_{c1}} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta 1} \cdot \partial \varepsilon_{cn}} & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta 1}^2} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta 1} \cdot \partial \varepsilon_{\beta n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta n} \cdot \partial \varepsilon_{c1}} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta n} \cdot \partial \varepsilon_{cn}} & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta n} \cdot \partial \varepsilon_{\beta 1}} & \dots & \frac{\partial^2 I_D}{\partial \varepsilon_{\beta n}^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot \alpha_{c1} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 2 \cdot \alpha_{cn} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 2 \cdot \alpha_{\beta 1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 2 \cdot \alpha_{\beta n} \end{pmatrix} \quad (9)$$

По критерию Сильвестра матрица (9) будет положительно определённой только при положительном значении всех её угловых миноров [11, с. 211]. Из (6)

$\alpha_{ci}, \alpha_{\beta i} > 0$ . Тогда, все миноры будут также строго больше нуля. Следовательно, (9) является положительно определённой, что в итоге приводит нас к выводу о наличии локального экстремума типа минимум функции (7) в точке

$$I_D^*(0, \dots, 0, 0, \dots, 0).$$

По этой причине критерий оптимизации (5) сходится к минимуму в

$$I_D^*(0, \dots, 0, 0, \dots, 0)$$

и мы можем применить её для нашего исследования.

Заключительным этапом нашей задачи является определения метода оптимизации. Наиболее популярными методами оптимизации остаются градиентные алгоритмы первого порядка [12, 13], среди которых мы возьмём метод сопряжённых градиентов в форме Флетчера-Ривса [14, с. 67–68], который производит движение

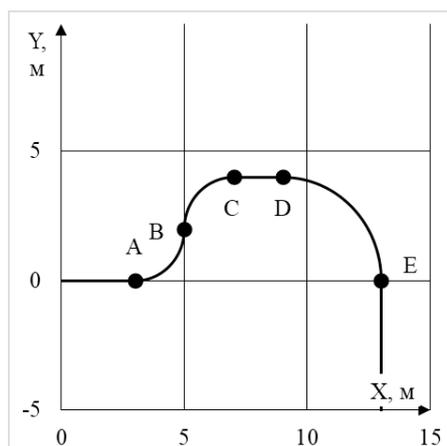


Рис. 2. Траектория для проведения параметрической оптимизации

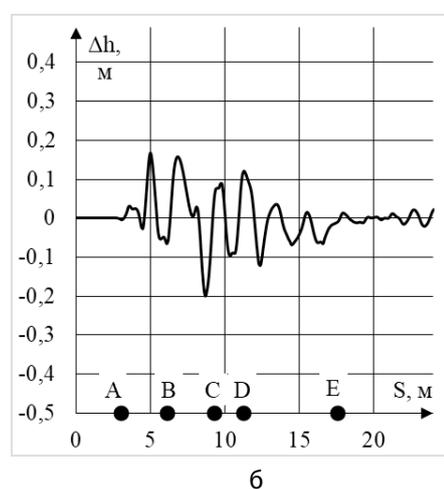
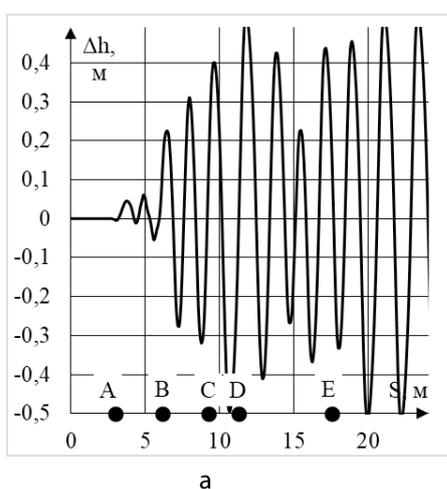


Рис. 3. Поперечное отклонение от траектории центра корпуса при использовании нелинейного системного регулятора: а — до оптимизации параметров; б — после оптимизации параметров

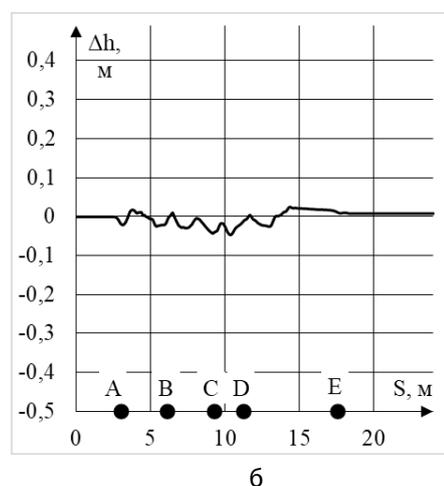
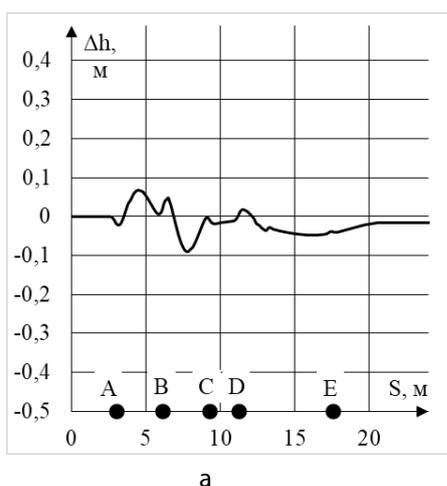


Рис. 4. Поперечное отклонение от траектории центра корпуса при использовании нечёткого системного регулятора: а — до оптимизации параметров; б — после оптимизации параметров

к минимуму вдоль ортогонального направления к полученным на предыдущих шагах:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_i = -\nabla I_D(k_{i-1}), \\ \beta = \frac{r_i^T \cdot r_i}{r_{i-1}^T \cdot r_{i-1}}, \\ p_i = r_i + \beta \cdot p_{i-1}, \\ \alpha = \arg \min_{\alpha} (I_D(k_{i-1} + \alpha \cdot p_i)), \\ k_i = k_{i-1} + \alpha \cdot p_i, \end{array} \right. \quad (10)$$

где  $i$  — номер текущего шага оптимизации (поиска минимума);  $k_i, k_{i-1}$  — значения параметров регуляторов на текущем и предыдущем шаге;  $r_i, r_{i-1}$  — вектор антиградиента целевой функции на текущем и предыдущем шаге;  $\beta$  — коэффициент сопряжения;  $p_i, p_{i-1}$  — направление движения к минимуму на текущем и предыдущем шаге;  $\alpha$  — величина шага в сторону минимума. Шага движения к минимуму  $\alpha$  будем находить комбинированным методом Брента [15, с. 61–81], сочетающий метод парабол и золотого сечения.

Продемонстрируем применение метода (10) с критерием (5) при помощи численных экспериментов на модель исследуемого колёсного робота [16] массой 100 кг. Составим пакет из траектории (рис. 2) и набора из четырёх заданных контурных скоростей  $v_c^{зад}$ : 0,25, 0,50, 0,75 и 1,00 метров в секунду. На рис. 2 буквами  $A, B, C, D$  и  $E$  обозначены точки сопряжения траекторий. Проведём оптимизацию параметров нелинейного и нечёткого системного регулятора для продольно-симметричной конфигурации расположения приводных блоков

$$(L_1 = [0.5, 0.0]^T, L_2 = [-0.5, 0.0]^T,$$

в метрах). Максимальное число шагов оптимизации равно девяти. Локальные регуляторы скорости электродвигателей выбраны пропорционально-интегрирующего типа с настройкой на модульный (технический) оптимум [17].

После проведения параметрической оптимизации построим графики поперечного отклонения центра корпуса  $\Delta h_0$  (в метрах) от пройденного пути  $S$  (в метрах) при движении по траектории на расстояние 25 метров с контурной скоростью 1,00 метров в секунду. Рис. 3 демонстрирует результаты численных экспериментов, при управлении роботом нелинейным системным регулятором, рис. 4 — при использовании нечёткого системного регулятора.

Представленные результаты численных экспериментов для всех конфигураций расположения приводных блоков робота демонстрируют уменьшение контурной ошибки и стабильное движение. Поперечное отклонение не превышает 0,20 метра для нелинейного системного регулятора и 0,05 метра для нечёткого. Уменьшить данные показатели можно путём увеличения числа шагов и точности оптимизации.

В результате проведённого исследования был введен критерий параметрической оптимизации системных регуляторов исследуемого четырёхколёсного мобильного робота с двумя дифференциальными приводными блоками. Полученная комбинация критерия и метода минимизации позволяет уменьшить контурную ошибку центра корпуса при использовании различной структуры системного регулятора. Дальнейшие исследования будут направлены на внедрение данного способа поиска параметров в промышленные колёсные.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белоглазов, Д. А. Критерии функционирования систем автоматического управления / Д. А. Белоглазов, С. Е. Бублей // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2010. — № 7. — С. 185–191.
2. Грубый, С. В. Нелинейная оптимизация режимных параметров течения методом штрафной функции / С. В. Грубый // Известия вузов. Машиностроение. — 2018. — № 4 (697). — С. 3–9.
3. Дунаев, М. П. Параметрическая оптимизация системы управления насосной станцией с помощью генетического алгоритма / М. П. Дунаев, Н. Н. Куцый, Н. Д. Лукьянов // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. — 2014. — № 8. — С. 194–205.
4. ГОСТ Р 8.736–2011 Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. — М: Стандартинформ, 2013. — 19 с.
5. Зуев, В. Н. Модифицированный алгоритм обучения нейронных сетей / В. Н. Зуев, В. К. Кемайкин // Программные продукты и системы. — 2019. — Т. 32, № 2. — С. 258–262.
6. Мелихова, О. А. Режимы обучения в искусственных нейронных сетях / О. А. Мелихова, О. В. Вепринцева, В. С. Чумичев, С. В. Джамбинов, А. Б. Гайдуков // Инновации в науке. — 2016. — № 50–1. — С. 16–23.
7. Меламед, И. И. Линейная свертка критериев в многокритериальной оптимизации / И. И. Меламед // Автоматика и телемеханика. — 1997. — № 9. — С. 119–125.
8. Ногин, В. Д. Линейная свертка критериев в многокритериальной оптимизации / В. Д. Ногин // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2014. — № 4. — С. 73–82.

9. Подиновский, В. В. Метод взвешенной суммы критериев в анализе многокритериальных решений: Pro et contra / В. В. Подиновский, М. А. Потапов // Бизнес-информатика. — 2013. — № 3 (25). — С. 41–48.
10. Хорошилова, Е. В. Высшая математика. Лекции и семинары: учебное пособие для академического бакалавриата. — М.: Издательство Юрайт. — 2019. — 452 с.
11. Шафаревич, И. Р. Линейная алгебра и геометрия / И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов. — М.: ФИЗМАТЛИТ. — 2009. — 512 с.
12. Запрягаев, С. А. Вычисление и обучение искусственных нейронных сетей прямого распространения на графическом процессоре / С. А. Запрягаев, А. А. Карпушин // Вестник ВГУ: Системный анализ и информационные технологии. — 2011. — № 1. — С. 157–164.
13. Скороходов, А. В. Сравнительный анализ градиентных методов минимизации в задаче обучения многослойного перцептрона / А. В. Скороходов, А. В. Тунгусова // Доклады ТУСУРа. — 2011. — № 2 (24). — С. 98–102.
14. Осовский, С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского И. Д. Рудинского. — М.: Финансы и статистика. — 2002. — 344 с.
15. Brent, R. P. Algorithms for Minimization Without Derivatives. — Mineola, New York: Dover Publication, Inc. — 2013. — 208 p.
16. Мешковский, Е. О. Построение математической модели четырёхколёсного мобильного робота с двумя дифференциальными приводными блоками / Е. О. Мешковский, А. Д. Курмашев // Инновации и Инвестиции. — 2020. — № 2. — С. 113–118.
17. Кояин, Н. В. Оптимизация контуров регулирования систем электропривода по типовым методикам / Н. В. Кояин, О. П. Мальцева, Л. С. Удуд // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. — 2005. — № 7. — С. 120–125.

© Мешковский Евгений Олегович ( meshkovskii\_evge@mail.ru ).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»



Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого