

## СТАНДАРТНАЯ И ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННАЯ СТРАТЕГИИ ФОРМАЛИЗАЦИИ НАУЧНОЙ ТЕОРИИ.

### STANDARD AND SET-THEORETIC STRATEGY OF FORMALIZATION OF SCIENTIFIC THEORY

*N. Arkhiereev*

*Summary.* Formalization of scientific theory by means of first-degree predicate logic is usually characterized as standard. This technique, accepted by logical positivism, proved to be unable to identify unambiguously the class of intended models of theory, which calls into question the feasibility of use of formal methods in philosophy of science. Set-theoretic formalization of theory can be regarded as natural alternative to the standard one. This strategy is based on Tarski's notion of semantic model of theory and is not exposed to the main number of flaws of positivistic formal program. A comparative analysis of these strategies is implemented in the article.

*Keywords:* theory, metatheory, model, formalization, axiomatization.

**Архиереев Николай Львович**

*К.ф.н., Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана  
arkh-nikolaj@yandex.ru*

*Аннотация.* Формализацию научной теории в языке логики предикатов первого порядка принято называть стандартной. Данная техника, принятая в программе логического позитивизма, не позволяет достаточно точно описать класс предполагаемых моделей теории, что до определённой степени дискредитирует применение формальных методов в философии науки. Естественной альтернативой стандартной формализации теории является теоретико-множественная, использующая в качестве основного семантическое понятие модели теории в смысле А. Тарского и лишённая большинства технических недостатков программы логического позитивизма. В статье рассматриваются основные принципы данных стратегий формализации

*Ключевые слова:* теория, метатеория, модель, формализация, аксиоматизация.

**П**рограмма обоснования научного знания, предложенная логическим позитивизмом, предполагала решение ряда фундаментальных *эпистемических и формально — логических задач*. К основным *эпистемическим* задачам можно отнести обнаружение элементарных и достоверных основ научного знания, строгое различение аналитических и синтетических высказываний, входящих в состав научного знания, формулировку процедур обоснования теоретического знания (сведения теоретического знания к эмпирическому), которая одновременно оказывалась вариантом решения задачи строгого определения критериев осмысленности высказываний и критериев демаркации научного и ненаучного знания. Необходимым условием успешного осуществления этого методологического проекта в рамках программы логического позитивизма объявлялось успешное решение формально-логической задачи строгой экспликации указанных проблем в некотором искусственном языке. В современной историко-философской и логической литературе в качестве такого формализованного языка принято называть язык логики предикатов первого порядка с равенством. При этом сама научная теория, подлежащая анализу, формулировалась в виде частично интерпретированной аксиоматической системы, аксиомы которой представляли собой фундаментальные законы соответствующей теории, выраженные в некотором теоретическом языке  $L_T$ . Наблюдаемые следствия из данных законов формулировались в от-

дельном языке наблюдения  $L_O$ , а связь между понятиями из языков  $L_T$ ,  $L_O$  осуществлялась при помощи правил соответствия  $S$  (в более поздних редакциях данной программы — при помощи предложений редукции  $R$ ). Прямыми семантическими значениями при этом обладали только понятия из языка  $L_O$ .

Сама теория рассматривалась как множество предложений — фундаментальных постулатов  $T$  и правил соответствия  $S$ , упорядоченное отношением формальной дедуктивной выводимости. Данная трактовка научной теории обычно называется стандартной.

Накапливавшиеся в рамках описанной программы эпистемические и логико-методологические противоречия и проблемы привели в конце 60-х гг. 20-го века к радикальному пересмотру ряда основных «программных постулатов» логического позитивизма или прямому отказу от них. В числе наиболее распространенных контраргументов, выдвинутых против методологии логического позитивизма, необходимо назвать следующие:

1. В реальной практике научного познания (естественно-научные) теории практически никогда не строятся как аксиоматические системы в указанном выше смысле. Стандартная формализация подобных теорий (т.е. их исчерпывающая аксиоматизация в Я.К.Л.П.-1=) либо не осуществима в принципе, либо

ведёт к чрезмерному и неестественному техническому усложнению аппарата теории, делающему невозможной реальную работу с ней.

2. В общем случае строгое различие аналитических и синтетических высказываний (и, как следствие, наблюдаемых и теоретических терминов) при использовании стандартной формализации теории невозможно. Следовательно, и предлагаемые в рамках данной стратегии критерии эмпирической осмысленности высказываний являются неудовлетворительными.

3. Так называемые «правила соответствия», сопоставляющие теоретические и наблюдательные словари, зачастую представляют собой разнородную смесь семантических понятий, элементов экспериментальных процедур и процедур измерения. Поскольку значения теоретическим терминам приписываются только при помощи правил соответствия (предложений редукции), а теория в целом отождествляется с её лингвистической формулировкой, любое прогрессивное изменение в организации эксперимента или технике измерительных процедур неизбежно ведёт к изменению самой теории, что абсурдно с точки зрения реальной практики научного познания.

4. Теории не являются (только) лингвистическими объектами — множествами правильно построенных предложений некоторого формализованного языка, связанными отношением логической выводимости или замкнутыми относительно этого отношения. Поскольку, согласно традиционным принципам логической семантики, из всех категорий языковых выражений только высказывания (предложения, выражающие суждения) могут оцениваться как истинные или ложные, категория истины в этом случае оказывалась принципиально неприменимой к анализу реальной структуры научного знания. Как вопрос о соответствии научных теорий реальности, так и лежащая в его основе традиционная (корреспондентская) теория истины оказывались нерелевантными практике научного познания.

П. Суппес, один из авторов альтернативной, теоретико-множественной стратегии аксиоматизации научной теории, указывал на следующий принципиальный «технический» дефект правил соответствия, дискредитирующий их роль как инструмента сопоставления наблюдаемых явлений и фундаментальных постулатов теории.

Любые конкретные опытные данные, полученные в ходе эксперимента, не могут быть непосредственно связаны с фундаментальными постулатами теории в сколько-нибудь полном смысле.

Эти опытные данные предварительно упорядочиваются при помощи некоторых функций, графиков, систем классификации, в результате чего фиксируются в стандартной, «канонической» форме, которая может быть названа *моделью данных*.

Очевидно, что правила соответствия непосредственно применимы скорее к моделям экспериментальных данных, чем к моделям теорий. Очевидно также, что модели эксперимента относятся к несколько иному логическому типу, чем модели теорий. Например, модели теорий обычно содержат непрерывные функции и бесконечные последовательности объектов, в то время как модели эксперимента носят в основном дискретный и финитный (конечный) характер.

В результате, согласно Суппесу, в структуре развитой научной теории можно выделить (при описании «сверху вниз») следующие самостоятельные иерархические уровни:

- ◆ Фундаментальная теория
- ◆ Модели фундаментальной теории
- ◆ Теория эксперимента (в рамках которой определяется множество возможных реализаций/приложений теории)
- ◆ Модели эксперимента
- ◆ Модели данных
- ◆ Организация эксперимента
- ◆ Условия *ceteris paribus* (позволяющие пренебрегать изменением значений несущественных для данной теории величин).

При этом ключевую роль при проверке предсказаний, осуществлённых на основе фундаментальной теории, играют не «непосредственные данные наблюдения» (с ними мы практически никогда не имеем дела в научном познании), а именно модели данных.

Поскольку между постулатами фундаментальной теории и данными эксперимента «расположена» указанная иерархия моделей, отношения между ними в принципе не могут быть корректно описаны при помощи правил соответствия.

Фредерик Сапп, ещё один критик формальной программы логического позитивизма и автор «канонической» для англоязычной философской литературы реконструкции основных этапов развития этой программы, утверждает, что в качестве единственного допустимого языка формализации и аксиоматизации научных теорий в «стандартной трактовке» признавался лишь Я.К.Л.П.-1=. В силу справедливой для данного языка теоремы Лёвенгейма — Сколема о «повышении» мощности, отличить желательные (предполагаемые) модели теории от нежелательных не представляется

возможным. В результате аксиомы и теоремы теории, сформулированной в Я.К.Л.П.-1=, неизбежно будут оказываться истинными на предметных областях с «парадоксальными» свойствами, для описания которых теория изначально не предназначалась. Подобные нежелательные модели теории будут являться её потенциальными контрпримерами.

Именно поэтому, согласно Ф. Саппу, предложенный в рамках «стандартной трактовки» эталонный способ формализации теории в Я.К.Л.П.-1= не решает своей основной задачи — задачи исчерпывающего описания и однозначной идентификации соответствующих теорий, а, следовательно, оказывается, при всей своей технической изощрённости, практически бессмысленным. [4, с. 54]

Отсюда, однако, никак не следует, что успешная формализация и аксиоматизация (по крайней мере, некоторых) естественно-научных теорий не возможна в принципе, а логико-математические методы не пригодны для анализа содержательных проблем философии и методологии науки.

Наиболее естественной альтернативой стандартной аксиоматизации научной теории стала её аксиоматизация путём построения особого теоретико-множественного предиката, непосредственно характеризующего все её желательные (предполагаемые) модели.

Данный способ характеристики научной теории использует в качестве основного семантического понятие модели теории в смысле А. Тарского, допускает (с определёнными оговорками) трактовку теорий как истинных или ложных в «корреспондентском» смысле и лишён большинства технических изъянов, обычно выделяемых критиками программы логического позитивизма.

Идея формализации теории путём непосредственного описания класса её моделей является общей для целого ряда направлений в современной формальной философии науки, которые характеризуют как теоретико-модельные, теоретико-множественные, структуралистские, семантические.

Программными для всех указанных стратегий формализации научного знания являются идеи Патрика Суппеса, предложившего на рубеже 50-ых– 60-ых гг. 20 в. исходный вариант указанной аксиоматизации ряда научных теорий [5], [6], [7], [8].

Суть предложенной П. Суппесом теоретико-множественной программы аксиоматизации научной теории может быть выражена в следующих постулатах.

Конкретная лингвистическая формулировка научной теории (её аксиоматизация в виде последовательности предложений некоторого формализованного языка) является второстепенной при её описании и идентификации. Наиболее эффективным способом идентификации теории является описание её структуры, характеризующей класс реальных и потенциальных моделей теории (в смысле А. Тарского). При этом структура теории трактуется как теоретико-множественный предикат специального вида.

Под моделью теории в формальной семантике обычно понимают некоторую возможную реализацию теории, выполняющую её аксиомы. В свою очередь, возможной реализацией теории является теоретико-множественный объект соответствующего логического типа — упорядоченная последовательность элементов  $\langle D, R, F \rangle$ , где  $D$  — некоторое произвольное непустое множество объектов,  $R$  — непустое множество отношений различной местности, определённых на  $D$ ,  $F$  — множество (возможно, пустое) предметных функций (операций), определённых на  $D$ . Данная конструкция является моделью теории, если только все предложения (аксиомы) теории истинны при их интерпретации в терминах  $\langle D, R, F \rangle$ .

Поскольку структура теории в указанном выше смысле является объектом не лингвистическим, а теоретико-множественным, сам вопрос о её истинности/ложности является некорректным. Речь может идти лишь об истинности/ложности следующего фундаментального эмпирического утверждения соответствующей теории:

*между элементами предметной области теории (наблюдаемыми феноменами) и моделями теории, определяемыми её законами, существует некоторое соответствие, обеспечивающее адекватную репрезентацию реальности в моделях теории.*

Степень «строгости» упомянутого отношения соответствия (изоморфизм, частичный изоморфизм, гомоморфизм, более слабые варианты отношения «подобия») может варьироваться в различных версиях теоретико-модельной программы.

В естественных и социальных науках распространено несколько иное понимание модели как определённого способа (символической или наглядной) репрезентации изучаемой области реальности.

По мнению П. Суппеса, формально-семантическое определение понятия модели охватывает и все нетривиальные варианты «репрезентирующего» использо-

вания данного понятия. Более того, различие между моделями указанных типов обнаруживается только при явной фиксации онтологии предметной области модели D.

Говорить об истинности теории при её теоретико-множественной аксиоматизации можно, по крайней мере, в двух различных смыслах:

1) Истинность может пониматься сугубо формально как выполнимость предложений теории в некоторой модели в смысле Тарского. Поскольку данное понимание истинности не имеет непосредственного отношения к внеязыковой реальности, оно может быть истолковано как «внутреннее»;

2) Под истинностью/ложностью теории может пониматься истинность/ложность её упомянутого выше фундаментального эмпирического утверждения, декларирующего некоторое структурное соответствие между моделями теории и моделями наблюдаемых феноменов (моделями данных). Данное понятие истинности теории может рассматриваться как уточнение классического (корреспондентского) понятия истинности и в этом смысле является «внешним» (фиксирует степень соответствия моделей теории наблюдаемой области реальности).

«Внешнее» понятие истинности естественно-научных теорий предполагает использование математической теории измерения и доказательство фундаментальной для данного способа аксиоматизации теорий *теоремы представления* (репрезентации).

В рамках теории измерения точным образом устанавливается способ перехода от качественных по своей природе наблюдений к количественно точным утверждениям эмпирических наук. Способ подобного перехода фиксируется при помощи аксиоматизации соответствующей алгебры экспериментальных процедур.

На основе аксиоматизированной теории измерения некоторой эмпирической величины доказывается *теорема представления* для эмпирических и численных моделей этой теории, устанавливающая факт структурного соответствия эмпирических моделей теории её численным моделям, а также наличие общих инвариантных характеристик у всех моделей теории, позволяющих описать класс возможных моделей теории в терминах единой теоретико-множественной структуры.

В общем случае под теоремой представления имеется в виду следующее утверждение.

Пусть M есть множество всех моделей некоторой теории, A — некоторое выделенное (конечное) подмножество M. Доказательство теоремы представления для M относительно A состоит в доказательстве утверждения, что для произвольной модели данной теории из M существует изоморфная ей модель, принадлежащая A. Иными словами, любая возможная модель данной теории представлена некоторой моделью из ограниченного (конечного) множества A (число возможных видов моделей теории конечно). Если множество A оказывается одноэлементным, это означает, что любые две модели теории изоморфны друг другу. В этом случае теория называется категоричной. (Примером категоричной теории является элементарная теория чисел, использующая стандартное определение множества.)

*Собственно аксиоматизация теории заключается в построении теоретико-множественного предиката с параметрами, посредством спецификации которых можно описать все допустимые модели соответствующей теории.*

Процесс аксиоматизации некоторой отрасли естествознания посредством формулировки теоретико-множественного предиката включает следующие стадии:

- ◆ Определение списка законов, принадлежащих другим теориям, истинность которых подразумевается при аксиоматизации данной теории (например, при аксиоматизации механики твёрдого тела к такому списку будут принадлежать основные законы механики частиц и классический математический анализ)
- ◆ Перечисление исходных понятий теории и конкретизация их теоретико-множественной спецификации (в классической механике — это понятия «множество частиц», «временной интервал», «координата частицы», «масса частицы» и т.д.)
- ◆ Включение полученных теоретико-множественных понятий в состав аксиом, допускающих проверку некоторых дедуктивных следствий из исходных определений. На этом этапе также осуществляется теоретико-множественная реконструкция (переформулировка) специальных теорем изучаемой эмпирической дисциплины. И, наконец, на этом этапе формулируется теорема представления, описывающая общую структуру данной эмпирической теории (характеризующая множество её моделей) и позволяющая ответить на вопрос о взаимном погружении данной теории и некоторых родственных.
- ◆ Построение теоретико-множественного предиката, аксиоматизирующего теорию.

К примеру, П. Суппесом была предложена естественная теоретико-множественная аксиоматизация классической механики, осуществлённая им на базе шести исходных понятий:  $P$  — непустое множество частиц,  $T$  — множество действительных чисел, соответствующее моментам времени,  $s$  — функция координаты, определённая на декартовом произведении  $P \times T$ ,  $g$  — функция силы, также определённая на  $P \times T$ ,  $m$  — функция массы, определённая на множестве  $P$ ,  $f$  — функция силы, определённая на декартовом произведении элементов  $P$ ,  $T$  и множества натуральных чисел. Возможной реализацией классической механики как теории будет в этом случае упорядоченная шестёрка элементов  $(P, T, s, m, f, g)$  соответствующего логического типа, а моделью этой теории — упорядоченная шестёрка  $(P, T, s, m, f, g)$ , выполняющая все аксиомы (основные законы) классической механики. [5, сс. 291–304]

В приведённом примере в качестве языка аксиоматизации теории используется язык теории множеств. Этим же языком пользуются Н. да Коста и С. Френч, авторы наиболее современной и технически простой версии «классического» подхода П. Суппеса, позволяющей корректно моделировать структурные и концептуальные изменения теорий во времени [2].

Структуралистская версия теоретико-множественного подхода, развитая в работах Д. Снида, В. Штегмюль-

лера, В. Бальцера, К. Мулинеса, сохраняет стандартную трактовку научной теории в качестве исходной, однако, при аксиоматизации теорий использует языки логики предикатов неэлементарного порядка [1].

Наконец, категорная стратегия формализации и аксиоматизации научных теорий, технически наиболее сложная, использует в качестве инструмента описания структуры научного знания язык математической теории категорий.

Относительно всех указанных версий теоретико-модельной стратегии обоснования научного знания справедливы следующие утверждения: данная техника аксиоматизации научных теорий является гораздо более гибкой, чем стандартная аксиоматизация теорий в Я.К.Л.П.-1=, в большей степени соответствует процедурам построения теорий, применяемым в реальной научной практике, и допускает (с определёнными оговорками) трактовку теорий как истинных или ложных в «корреспондентском» смысле.

Именно поэтому теоретико-множественная стратегия анализа научного знания является «ведущей» в современной формальной философии науки и плодотворно используется при анализе структуры и динамики как естественно-научных, так и социальных теорий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Balzer W., Moulines C., Sneed J. An Architectonic for Science. The Structuralist Program. Synthese library; v. 186. 1987. 439 p.
2. Da Costa N., Frensh S. Science and Partial Truth. A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning. Oxford: Oxford University Press. 2003. 259 p.
3. Mikenberg L., da Costa N.C.A. and Chuaqui R. 1986: Pragmatic Truth and Approximation to Truth. The Journal of Symbolic Logic 51. pp.201–221.
4. Suppes Patrick. Introduction to Logic // Princeton: Van Nostrand. 1957. 330 p.
5. Suppes Patrick. A Comparison of the Meaning and Use of Models in Mathematics and the Empirical Sciences// in J. Freudenthal (ed.). The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences. Dordrecht. Reidel. 1961. 163–177.
6. Suppes Patrick. Models of Data // in E. Nagel, P. Suppes, and A. Tarski (eds.). Logic, Methodology, and Philosophy of Science. Proceedings of the 1960 International Congress. Stanford: Stanford University Press. 1962. pp. 252–261.
7. Suppes Patrick. Measurement, Empirical Meaningfulness and Three-valued Logic// in Measurement: Definitions and Theories (ed. by C. West Churchman and P. Ratoosh). Wiley. New York. 1959. pp. 129–143.

© Архиереев Николай Львович ( arkh-nikolaj@yandex.ru ).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»