АДАПТИВНЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛЯ КОРОТКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПРИРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

* Исследование выполнено в рамках реализации научного проекта по теме "Разработка кроссплатформенной технологии построения мобильных приложений с заданными контурами интеграции для повышения функциональной и ресурсной эффективности корпоративных информационных систем" в рамках ФЦПИР 2014-2020 (уникальный идентификатор прикладных научных исследованийRFMEFI57614X0066) при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

ADAPTIVE METHOD FOR PREDICTING SHORT TIME SERIES OF NATURAL PROCESSES

F. Tebueva
N. Streblianskaia

Annotation

The article deals with the time series of natural processes which have the property of persistence. The study is aimed at the selection and adaptation of mathematical apparatus for prediction of persistent time series. It is proposed in the method of Brown smoothing factor correlated with the fractal dimension of the time series.

Keywords: Hurst exponent, fractal dimension, prediction.

Тебуева Фариза Биляловна
Северо–Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь
Стреблянская Наталья Васильевна
Северо–Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь

Аннотация

В статье рассматриваются временные ряды природных процессов, обладающих свойством персистентности. Исследование направлено на выбор и адаптацию математического аппарата для прогнозирования персистентных временных рядов. Предлагается в методе Брауна коэффициент сглаживания соотносить с фрактальной размерностью временного ряда.

Ключевые слова:

Показатель Херста, фрактальная размерность, прогнозирование.

Введение

Многие прикладные задачи прогнозирования содержат выборки слишком малой длины [1] для возможности получения статистически достоверных прогнозов. Поэтому прогнозирование коротких временных рядов [2] является очень актуальной проблемой, для решения которой необходимо иметь представление об особенностях описываемого временным рядом процесса. Для большинства природных временных рядов статистика не может быть смоделирована на длительный период.

Основными формализованными методами прогнозирования коротких временных рядов являются адаптивные модели прогнозирования [3], способные быстро приспосабливать свою структуру и параметры к изменению условий. Адаптивные модели прогнозирования основаны на двух схемах – скользящего среднего (СС–модели) и авторегрессии (АР–модели) [4]. Природные временные ряды в большинстве случаев представляют собой нестационарные эволюционные процессы, для их прогнозирования рассматриваем СС–модели. В статистическом прогнозировании наиболее часто используются две базовые СС–модели – Брауна и Хольта, первая из них является частным случаем второй и представляет наибольший интерес.

Как известно, в методе Брауна

$$\dot{x}_{n+1} = \alpha \cdot x_n + (1-\alpha) \cdot x_{n-1} \tag{1}$$

прогнозное значение $\dot{x}_{n+1}$ находится с учетом среднего взвешенного коэффициента сглаживания ааа, значение которого находится в интервале $\alpha \in [0,1]$. При этом выбор оптимального значения необходимо осуществлять экспериментально, перебирая все возможные значения в рассматриваемом интервале. Данная процедура может стать трудоемкой, если рассматривать значения α в рассматриваемом интервале с различной точностью. В работе [5] коэффициент сглаживания α выбирается эмпирическим методом в интервале $\alpha \in [1,2]$. Такое предположение нуждается в теоретическом обосновании.

В настоящей работе предлагается метод прогнозирования, новизна которого состоит, во-первых, в получении теоретически точного расчетного значения коэффициента сглаживания вместо экспериментального подбора, во-вторых, в решении проблемы отставания прогнозных значений от фактических значений.

Описание адаптивного метода прогнозирования коротких персистентных временных рядов

Предлагаемый адаптивный метод прогнозирования на основе фрактальной размерности порождающего временного ряда (сокращенно метод ФРПВР) предназначен для персистентных [6, 7] временных рядов, т.е. для рядов, у которых значение показателя Херста находится в интервале [0,7; 1). Фрактальная размерность [8] представляет собой величину, которая описывает заполнение объектом пространства, и является дробным числом в отличие от топологической размерности (которая всегда является целой). Фрактальная размерность D временного ряда связана с показателем Херста H соотношением

$$D = 2 - H \tag{2}$$

где H – показатель Херста [7], являющийся мерой смещения в частично броуновском движении.

Рассчитать показатель Херста H можно алгоритмом R/S – анализа или нормированного размаха Херста, описание которого приведено в [7, 9]. Согласно этому алгоритму заданный временной ряд

$$Z = \langle z_i \rangle,\ i = \overline{1,n}$$

разбивается на начальные отрезки

$$z_\tau\ ,\ \text{где}\ \tau = \overline{1,n}$$

Для этих отрезков вычисляется размах

$$R = R(\tau) = \max_{1\le t\le \tau} Z_{\tau,t} - \min_{1\le t\le \tau} Z_{\tau,t}$$

который нормируется на стандартное отклонение $S(\tau)$. Показатель Херста составляет величину

$$H(\tau) = \frac{\left(\log\left(R(\tau)/S(\tau)\right)\right)}{\log(\tau/2)}$$

В результате работы этого алгоритма получим значения показателя Херста $H(\tau)$ для начальных отрезков

$$\tau = \overline{3,n}$$

Найдем усредненное по всем начальным отрезкам

$$\tau = \overline{3,n}$$

значение показателя Херста

$$\tilde{H} = \frac{\sum_{\tau=3}^{n} H(\tau)}{n-2}. \tag{3}$$

В настоящей работе предлагается коэффициенту сглаживания D присвоить значение фрактальной размерности временного ряда

$$\alpha = D = 2 - \tilde{H}. \tag{4}$$

При подстановке значения α из (4) в (2), получим расчетную формулу уточненного метода Брауна с использованием фрактальной размерности

$$\dot{x}_{n+1} = D \cdot x_n + (1-D) \cdot x_{n-1} \tag{5}$$

Для решения проблемы запаздывания прогнозных значений от соответствующих им фактических значений предлагается прогноз получать по формуле

$$\dot{x}_{n+1} = D \cdot \dot{x}_n + (1-D) \cdot x_{n-2}. \tag{6}$$

Оценить погрешности прогнозирования можно путем вычисления относительных отклонений получаемых прогнозных значений от фактических значений в процентном соотношении

$$\delta_i = \frac{|\dot{x}_i - x_i|}{x_i} \cdot 100\%. \tag{7}$$

Общая ошибка прогнозирования составит среднюю величину $\tilde{\delta}$ всех относительных отклонений (7).

Экспериментальная часть

Для прогнозирования предлагаемым методом рассмотрим два коротких природных временных ряда:

1) $X = \langle x_i \rangle,\ i = \overline{1,20}$

– ежегодные уровни паводков на реке Амур за период наблюдений с 1942 года по 2001 год в створе г. Хабаровска;

2) $Y = \langle y_i \rangle,\ i = \overline{1,20}$

– ежемесячный объем выпавших осадков в бассейне реки Кубань.

В табл. 1 приведены временные ряды X, Y и рассчитанные значения показателя Херста

$$H^X(\tau),\ H^Y(\tau)$$

(с точностью до пятого знака после запятой).

Таким образом, имеем усредненные значения показателя Херста $\tilde{H}$ и фрактальные размерности D временных рядов X, Y:

$$\tilde{H}(X) = 0{,}782789;\ D(X) = 1{,}217211;$$

$$\tilde{H}(Y) = 0{,}793467;\ D(Y) = 1{,}206533.$$

Имеем прогнозные модели для рассматриваемых временных рядов:

$$\dot{x}_{n+1} = 1{,}217211 \cdot x_n - 0{,}217211 \cdot x_{n-1} \tag{8}$$

$$\dot{y}_{n+1} = 1{,}206533 \cdot y_n - 0{,}206533 \cdot y_{n-1} \tag{9}$$

Таблица 1.

Временные ряды X, Y и соответствующие ему значения показателя Херста $H^X(\tau)$, $H^Y(\tau)$ всех начальных отрезков.

Порядковый номер измерения	X	$H^X(\tau)$	$H^X(\tau)$	Y
1	371	0,000000	10,8	0,000000
2	384	0,000000	3,8	0,000000
3	620	0,852101	7,7	0,5868518
4	550	0,958741	5,2	0,5601179
5	349	0,948800	5,5	0,5910172
6	426	0,902023	3	0,5569510
7	435	0,863851	9,1	0,7791134
8	497	0,783358	11,3	0,8846190
9	446	0,765363	8,6	0,8991020
10	564	0,642878	12	0,9176919
11	330	0,643416	17,4	0,8698170
12	419	0,676938	9,9	0,8664152
13	408	0,709194	11,5	0,8708231
14	337	0,764158	7,9	0,8457520
15	414	0,770403	13,6	0,8485274
16	366	0,792782	10,5	0,8473956
17	523	0,719430	15,1	0,8478133
18	294	0,748185	10,6	0,8444585
19	322	0,767617	17,7	0,8356396
20	261	0,780971	10,4	0,8303050

В **табл. 2** для каждого из рассматриваемых временных рядов приведены его исходные значения, прогнозные значения и относительные отклонения прогнозных значений от фактических значений в процентном выражении.

В целях обоснования эффективности предлагаемого метода ФРПВР выполним прогнозирование рассматриваемых временных рядов X и Y базовым методом Брауна и сравним результаты.

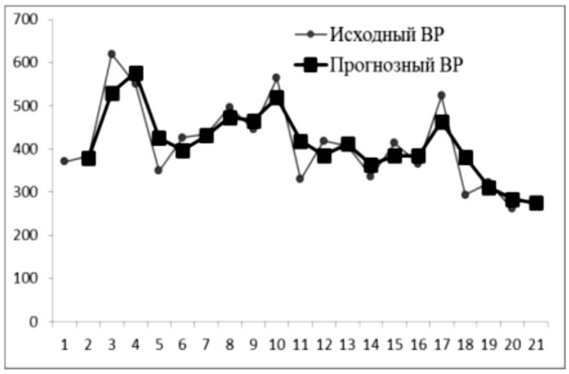
В процессе прогнозирования по методу Брауна экспериментально получены коэффициенты сглаживания:

α=0,62 для временного ряда X;

α=0,36 для временного ряда Y.

На **рисунках 1 и 2** приведены результаты прогнозирования временных рядов X и Y методами ФРПВР и Брауна.

а) Метод ФРПВР



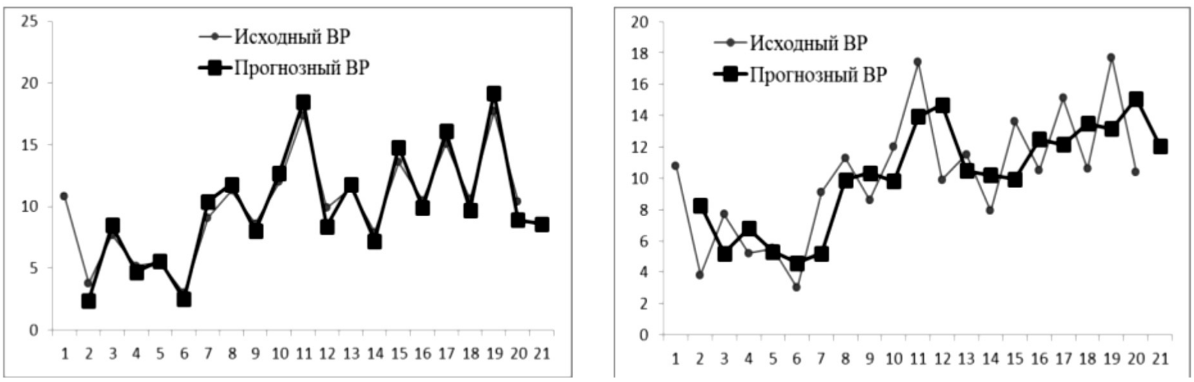
б) Метод Брауна

Рисунок 1. Прогнозирование временного ряда X методами ФРПВР и Брауна.

Таблица 2.

Результаты прогнозирования временных рядов X, Y методом ФРПВР.

Порядковый номер ВР	X			Y		
	Фактическое значение	Прогнозное значение	Относительные отклонения	Фактическое значение	Прогнозное значение	Относительные отклонения
1	371	-	-	10,8	-	-
2	384	386,7	0,70	3,8	2,4	38,05
3	620	668,7	7,86	7,7	8,5	10,46
4	550	535,5	2,63	5,2	4,7	9,93
5	349	307,5	11,89	5,5	5,6	1,13
6	426	441,9	3,73	3	2,5	17,21
7	435	436,9	0,43	9,1	10,4	13,84
8	497	509,8	2,58	11,3	11,8	4,02
9	446	435,5	2,36	8,6	8,0	6,48
10	564	588,4	4,32	12	12,7	5,85
11	330	281,7	14,65	17,4	18,5	6,41
12	419	437,4	4,39	9,9	8,4	15,65
13	408	405,7	0,56	11,5	11,8	2,87
14	337	322,3	4,35	7,9	7,2	9,41
15	414	429,9	3,84	13,6	14,8	8,66
16	366	356,1	2,71	10,5	9,9	6,10
17	523	555,4	6,20	15,1	16,1	6,29
18	294	246,7	16,09	10,6	9,7	8,77
19	322	327,8	1,80	17,7	19,2	8,28
20	261	248,4	4,83	10,4	8,9	14,50
Прогноз		*245,8*			*8,6*	
Погрешность			*5,05%*			*10,21%*



а) Метод ФРПВР б) Метод Брауна

Рисунок 2. Прогнозирование временного ряда Y методами ФРПВР и Брауна.

Таблица 3.

Результаты прогнозирования временных рядов X, Y.

Временные ряды	Метод ФРПВР		Метод Брауна	
	Прогноз	Погрешность	Прогноз	Погрешность
X	245,8	5,05%	275,4	9,29%
Y	8,6	10,21%	12,1	31,63%

Как видно из табл. 3, метод ФРПВР дает меньшую погрешность прогнозирования по сравнению с методом Брауна в каждом временном ряде. Основным выводом является следующий: метод ФРПВР обеспечивает меньшую погрешность прогнозирования при высокой конечной точности подбора коэффициента сглаживания по сравнению с методом Брауна. В рамках данной работы приведено прогнозирование персистентных коротких временных рядов на примере ежегодных уровней паводков на реке Амур и ежемесячных уровней выпавших осадков в бассейне реки Кубань.

Рекомендации

Следует отметить применимость адаптивного метода прогнозирования на основе фрактальной размерности порождающего временного ряда для коротких временных рядов произвольной природы: социально-экономических, технических. Главным условием является наличие свойства персистентности у временного ряда, которое является предпосылкой успешного прогнозирования.

Предложенный в статье механизм вычисления коэффициента сглаживания   по методу Брауна, на основе прямого вычисления усредненного показателя Херста для персистентных временных рядов обладает меньшей вычислительной сложностью и позволяет достичь большей точности прогнозирования модифицированного метода по сравнению с базовой моделью Брауна. Это связано с тем, что точность прогнозирования в классической модели прогнозирования определяется конечной точностью подбора коэффициента сглаживания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаскаров Д.В., Шаповалов В.И. Малая выборка. – М.: Статистика, 1978. – 248 с.
2. Копытов В.В., Тебуева Ф.Б. Прогнозирование чрезвычайных ситуаций техногенного характера по коротким временным рядам// Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. – №2. – 2009. – С. 33-36.
3. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
4. Сигел Э. Практическая бизнес-статистика. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2008. – 1052 с.
5. Светуньков С.Г., Бутухунов А.В., Светуньков И.С. Исследование запредельных случаев метода Брауна применительно к малым выборкам: Препринт. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2005. – 24 с.
6. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Нелинейность. Новые проблемы, новые возможности. В кн. Новое в синергетике. Загадки неравновесных структур. – М.: Наука, 1996. (Серия "Кибернетика: неограниченные возможности и возможные ограничения"). – С.165-190.
7. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
8. Шелухин О.И., Тенякшев А.М., Осин А.В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях. – М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.
9. Тебуева Ф.Б. Два подхода к реализации фрактального анализа временных рядов// Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. – Т2. – №4, 2007. – С. 105-112.