МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ ВОДЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРИМЕНЕНИЯ НОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ МИКРОФИЛЬТРАЦИИ

Догучаева Светлана Магомедовна,
Кандидат физико-математических наук, старший преподаватель,
Финансовый университет при Правительстве РФ
01.01.03
sv-doguchaeva@yandex.ru

Аннотация. *Рассмотрены математические модели позволяющие описывать пространственно-временную локализацию в проблемах загрязнения в водной среде для оптимизации процесса обработки фильтрации воды. Если в первоначально незагрязненной среде действуют источники загрязнения, то при стабилизации этих источников наблюдается пространственная локализация.*

Ключевые слова: *диффузия, концентрация, краевые условия.*

MATHEMATICAL MODEL OF MOISTURE FOR CALCULATION OF NEW TECHNOLOGIES MICROFILTRATION

Doguchaeva Svetlana Magomedovna,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Lecturer,
Finance University under the Government of the RF

Abstract. *The mathematical model allows to describe the spatial and temporal localization in the pollution problems in the aquatic environment to optimize the treatment of water filtration. If the original unpolluted environment are sources of pollution, the stabilization of these sources observed spatial localization.*

Key words: *diffusion, and the concentration boundary conditions.*

В качестве математической модели, описывающей распространение примеси и естественных субстанций в реке и в море может служить нелинейное уравнение диффузии

$$K\Delta - \frac{\partial c}{\partial t} = f(c), \tag{1}$$

где K – коэффициент горизонтальной диффузии; $f(c)$ – стоки, определяемые ассимиляционной способностью водной среды.

Очень большое значение имеет влияние загрязнения воды на работу ультрафильтрационных мембранных элементов.

Так как по физическому смыслу концентрация загрязнений c локально, то математическая модель (1) должна обладать локализованными решениями.

Это достигается при следующих ограничениях на функциональную зависимость стоков f от концентрации c:

$$f(c) \ge 0,\ f(0) = 0,\ f'(0) = \infty. \tag{2}$$

Если γ и Γ соответственно устье реки и берег моря, то уравнение (1) надлежит интегрировать в плоской области D, ограниченной кривыми γ и Γ при краевых условиях

$$K\frac{\partial c}{\partial n} + ac = q,\ \ x, y \in \gamma,\ \ t > 0. \tag{3}$$

$$K\frac{\partial c}{\partial n}=0,\;\; x,y\in \Gamma,\;\; t>0.$$

Упрощая модель, будем считать, что γ – полуокружность радиуса *r0*, а *Г* – совокупность двух полупрямых, образующих вместе с полуокружностью границу полуограниченной области *D*. Это позволяет перейти к полярным координатам (r,φ) и записать задачу (1) – (3) в виде

$$K\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial c}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 c}{\partial \varphi^2}\right]-\frac{\partial c}{\partial t}=f(c),$$

$$r_0<r<\bar{r}(\varphi,t),\;\; t>0, \tag{4}$$

$$c(r,0)=0,\;\; r_0<r<\bar{r}(\varphi,0)$$

$$-K\frac{\partial c}{\partial r}+ac=q,\;\; r=r_0,\;\; 0<\varphi<\;\pi,\;\; t>0,$$

$$K\frac{\partial c}{\partial \varphi}=0,\;\; \varphi=\pi,0,\;\; r_0<r<\bar{r}(\varphi,t),\;\; t<0,$$

Полученная задача (4) определяет собой задачу со свободной границей $r=r(\varphi,t)$ определению подлежат две функции $c(r,t)$ и $r=r(\varphi,t)$.

Если поток загрязнений *q*, приносимый рекой, не зависит от угловой координаты φ, то и решения задачи (4) *c* и $\bar{l}$ также не зависят от φ, а сама задача упрощается к виду:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial c}{\partial r}\right)-\frac{1}{K}\frac{\partial c}{\partial t}=F(c),\;\; r_0<r<\bar{r}(t),\;\; t>0,$$

$$c(r,0)=0,\;\; r_0<r<\bar{r}(0), \tag{5}$$

$$\frac{\partial c}{\partial r}-hc=-hc_0,\;\; r=r_0,\;\; t>0,$$

$$c=0,\;\; \frac{\partial c}{\partial n}=0,\;\; r=\bar{r}(t),\;\; t>0,$$

где $F(c)=f(c)/K,\;\; h=\alpha/K,\;\; c_0=q/\alpha.$

В установившемся режиме системы получаем соответствующую стационарную задачу

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dc}{dr}\right)=F(c),\;\; r_0<r<\bar{r}, \tag{6}$$

$$\frac{dc}{dr}-hc=-hc_0,\;\; r=r_0,$$

$$c=0,\;\; \frac{dc}{dn}=0,\;\; r=\bar{r}.$$

В частном случае $h=\infty,\;\; F(c)=\beta c$, когда не выполняется третье условие из (1), получаем

$$r=\infty,\;\; c(r)=c_0\frac{K_0(\beta,r)}{K_0(\beta,r_0)}, \tag{7}$$

где K_0 – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

Точные решения (7) могут быть использованы для оценки размеров горизонтального загрязнения прибрежной части экватории моря, для решения которых предложены итерационные и вариационные методы.

Список литературы

1. Данилюк И.И. об одной квазистационарной задаче типа Стефана // Записки семинаров Ленинградского Математического института АН СССР. 1979. – 84- с. 26-32.
2. Калашников А.С. О диффузии смесей при наличии дольнодействия// Журн. Выч. математики мат. физики. –М.,1991.- 31,№4 -с.424-436.
3. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблемах окружающей среды. – М.: Наука, 1982. – 320с.
4. Первов А.Г., Андрианов А.П., Новые тенденции в разработке современных нанофильтрационных систем для подготовки питьевой воды высокого качества: обзор. // Критические технологии.2005.№1.- 50с.
5. Фридман А. Вариационные принципы в задачах со свободными границами.-М.Наука, 1990. – 380с.