

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ПАССАЖИРСКОГО ТРАНСПОРТА

## MATHEMATICAL MODELING FOR PASSENGER TRANSPORT SCHEDULING

**K. Operailo  
M. Yakimov  
E. Novikova  
V. Drozdova**

*Summary.* This article explores peculiar properties of mathematical modeling for compiling the public transport schedule. In this article we built a mathematical model of the initial scheduling with the usage of best distribution criterion, based on the provided initial data and subjected to restrictions. At its core, the initial criteria for scheduling are the effective usage of resources, quick reaction and strict adherence to deadlines.

*Keywords:* transport, scheduling, mathematical model, information system, optimization.

**Операйло Константин Витальевич**

Аспирант, Северо-Кавказский федеральный  
университет, Ставрополь  
gladesinger18@gmail.com

**Якимов Михаил Алексеевич**

Аспирант, Северо-Кавказский федеральный  
университет, Ставрополь  
maik3786@gmail.com

**Новикова Елена Николаевна**

Кандидат физико-математических наук  
Северо-Кавказский федеральный университет,  
Ставрополь  
novikovaelena\_nik@mail.ru

**Дроздова Виктория Игоревна**

Доктор физико-математических наук  
Северо-Кавказский федеральный университет,  
Ставрополь  
viktorija\_drozdova@rambler.ru

*Аннотация.* Эта статья посвящена особенностям математического моделирования составления расписания пассажирских перевозок автомобильным транспортом. В статье выполняется построение математической модели составления начального расписания с использованием критерия наилучшего распределения на основе предложенных входных данных и с учетом ограничений. По сути, основные критерии при составлении расписания — это эффективное использование ресурсов, быстрое реагирование и строгое соблюдение сроков.

*Ключевые слова:* транспорт, составление расписания, математическая модель, информационная система, оптимизация.

## Введение

Управление транспортными системами включает взаимосвязанные проблемы различного уровня [1]: стратегический, тактический и оперативный уровни (Рисунок 1).

Формирование расписаний транспорта относится к тактическому уровню иерархии задач управления транспортными системами. Решений задачи составления расписаний существует много, в основном приме-

няются модели, основанные на процедурах линейного программирования.

В рамках данной работы предлагается математическая модель составления расписания пассажирского транспорта. Для составления расписания используется два этапа: первый этап — формирование начального расписания, однако, это расписание не будет являться оптимальным; второй этап — оптимизация начального расписания с помощью интеллектуальных алгоритмов на основе оптимизационных данных.

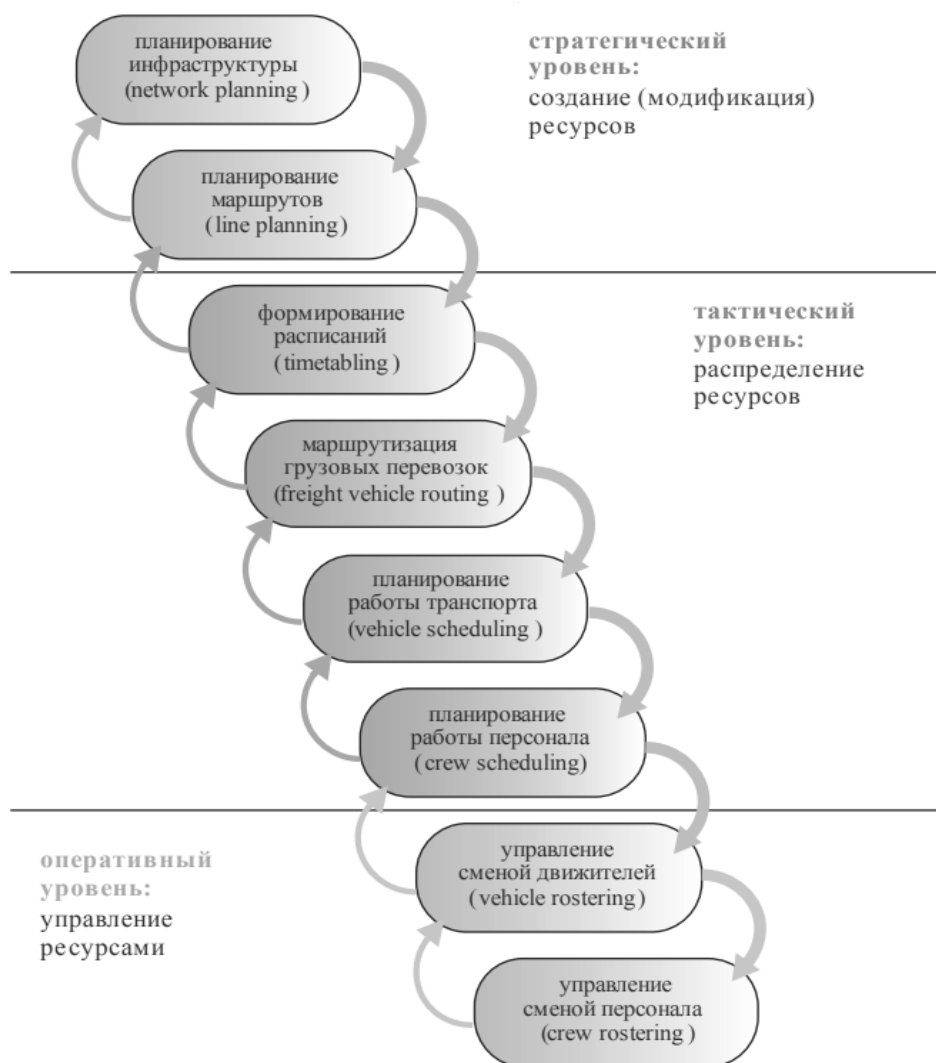


Рис. 1. Иерархия задач управления транспортными системами

Под начальным расписанием понимается составленное с помощью программы (или вручную) расписание на основе пользовательских ограничений и максимально близкое к желаемому расписанию [1].

Оптимизационный этап является цикличным и направлен на постоянное улучшение расписания. Чем больше данных будет собрано и чем точнее они будут, тем более оптимальным должна получиться оптимизация.

#### Цель и задачи

Целью данной работы является повышение эффективности системы управления городскими пассажирскими перевозками.

Для достижения этой цели в рамках данной работы необходимо решить следующие задачи:

- ♦ провести анализ существующих моделей и подходов к решению проблемы оптимизации пассажирского транспорта в опубликованных работах;
- ♦ разработать модифицированную модель составления расписания городского пассажирского транспорта.

#### Обзор существующих моделей составления расписания пассажирского транспорта

Вопросы функционирования транспортных систем и обеспечения бесперебойного и безопасного движения транспортных потоков по дорожным сетям городов исследуют многие отечественные и зарубежные ученые. Например, в работе [2] авторы предлагают математическую модель, однако, для проблемы составления расписания железнодорожного транспор-

та дальнего следования. В работе [3] автор подробно описывает критерии оптимизации городских пассажирских перевозок, но не строит конечную целевую функцию. В работе [4] автор приводит математическую модель для проблемы планирования периодических событий и квадратичной проблемы полуназначения. В работе [5] авторы описывают проблему интервальной синхронизации, но не приводят собственной модели. Авторы работы [6] рассматривают составление расписания как задачу проверки на выполнимость. В [7] авторы описывают модель выхода из локальных минимумов для дальнейшего улучшения расписаний, которые уже не могут быть улучшены процедурами поиска. Авторы работы [8] предлагают модель минимизации времени ожидания в железнодорожной сети для циклического расписания и решают ее с помощью метода ветвей и границ, а в работе [9] с помощью генетических алгоритмов.

Несмотря на то, что составление и оптимизация расписания пассажирского транспорта изучается многими учеными, задача составления математической модели составления начального расписания является открытой.

Математическая модель составления начального расписания пассажирского транспорта

Составим математическую модель составления начального расписания пассажирского транспорта.

Транспортная сеть состоит из остановок и участков дороги, между ними. Транспорт, проходя через определенные остановки в некоторой последовательности, составляет маршрут. Транспортная сеть состоит из множества маршрутов разной протяженности и сложности. А задача составления начального расписания сводится к определению времен отправления транспорта с различных остановок в интервале расписания [10]. Основная цель модели — минимизация затрат на перевозку, при одновременной максимизации комфортных условий поездки. Транспортная сеть представляет собой направленный граф  $G = \{N, A\}$  с конечным количеством вершин  $|N|$  соединенных дугами  $|A|$ .

Введем необходимые обозначения:

$z$  — Количество единиц подвижного состава.

$A = \{a_i \mid i = \overline{1, z}\}$  — Множество единиц подвижного состава.

$Q = \{q_i \mid i = \overline{1, z}\}$  — Множество вместимостей транспорта.

$N$  — Количество маршрутов в сети.

$R = \{r_k \mid k = \overline{1, N}\}$  — Множество маршрутов.

$I$  — Количество остановок в транспортной сети.

$S = \{s_i \mid i = \overline{1, I}\}$  — Множество остановок в транспортной сети.

$L = \{l_j \mid j = \overline{1, J}\}$  — Множество расстояний между остановками.

$P$  — Количество парков в транспортной сети.

$Ps = \{ps_p \mid p = \overline{1, P}\}$  — Множество парков.

$\Delta t_i$  — Среднее время посадки и высадки каждого пассажира на  $i$  остановке (час/пассажир).

$t^{os}$  — Время ожидания на остановке.

$N_r$  — Количество остановок маршрута  $r$ .

$d_{ij}^r$  — Пассажиропоток между остановками  $i$  и  $j$  на маршруте  $r$ ,  $i, j \in N$

$d_o$  — Желаемая загрузка каждого автомобиля.

$F_r$  — Количество единиц транспорта на маршруте  $r$ .

$t_{ij}^r$  — Среднее время путешествия между остановками  $i$  и  $j$  на маршруте  $r$ .

$t_r$  — Среднее время путешествия для всего маршрута  $r$  от начала до конца.

$t_r^s$  — Среднее время путешествия для всего маршрута  $r$  с превышенной загрузкой.

$p_r$  — Максимальная вместимость на маршруте  $r$ .

Целевая функция  $\min Z_1$  обеспечивает многокритериальное формирование начального расписания:

$$Z_1 = \alpha_1 \sum_{i,j \in N} TC(i, j) + \alpha_2 \sum_{i,j \in N} IWT(i, j) + \alpha_3 \sum_{i,j \in N} PTC(i, j) + \alpha_4 \sum_{r \in R} LD_r, \quad (1)$$

где

$TC(i, j) \mid i, j \in N$  — Общие временные и денежные затраты транспортной компании на путешествие из точки  $i$  в точку  $j$ .

$IWT(i, j) \mid i, j \in N$  — Время, которое пассажиры проводят в ожидании транспорта.

$PTC(i, j) \mid i, j \in N$  — Временные и денежные затраты пассажиров на перемещение из точки  $i$  в точку  $j$ .

$LD_r \mid r \in R$  — Разница между ожидаемой загрузкой и желаемой загрузкой на маршруте.

$\alpha_k$  — Стоимостные веса.

Целевая функция объединяет четыре целевых составляющих. Первая составляющая — минимизировать стоимость обслуживания маршрута:

$$\text{Min } \alpha_1 \sum_{i,j \in N} TC(i, j) \quad (2)$$

$$\sum_{i,j \in N} TC(i, j) = \sum_{r \in R} \sum_{i,j \in N} d_{ij}^r t_{ij}^r + \Delta t_i \frac{d_{ij}^r}{F_r}, \quad (3)$$

где  $\alpha_1$  — Стоимость обслуживания всего дня маршрута.

Вторая составляющая — минимизировать время ожидания пассажирами на остановках:

$$\text{Min } \alpha_2 \sum_{i,j \in N} IWT(i, j), \quad (4)$$

где  $\alpha_2$  — стоимостный вес 1 часа ожидания на остановке (рубли/час).

$$\sum_{i,j \in N} IWT(i,j) = \sum_{r \in R} \frac{1}{2F_r} (\sum_{i,j \in N_r} d_{ij}^r) \quad (5)$$

Третья составляющая — минимизировать стоимость перемещения пассажиров:

$$\text{Min } \alpha_3 \sum_{i,j \in N} PTC(i,j), \quad (6)$$

где  $\alpha_3$  — стоимость проезда (рубли/час).

$$\sum_{i,j \in N} PCT(i,j) = \sum_{r \in R} \sum_{i,j \in N_r} d_{ij}^r (d_{ij}^r t_{ij}^r + \Delta t_i \frac{d_{ij}^r}{F_r}) \quad (7)$$

Четвертая целевая составляющая — минимизировать несоответствие общей пассажирской загрузки:

$$\text{Min } \alpha_4 \sum_{r \in R} LD_r \quad (8)$$

$$\sum_{r \in R} LD_r = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \max[(p_r - d_0), 0] \cdot t_r^s \quad (9)$$

В итоге целевая функция выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} Z_1 = & \alpha_1 \sum_{r \in R} \sum_{i,j \in N} d_{ij}^r t_{ij}^r + \Delta t_i \frac{d_{ij}^r}{F_r} + \\ & + \alpha_2 \sum_{r \in R} \frac{1}{2F_r} (\sum_{i,j \in N_r} d_{ij}^r) + \\ & + \alpha_3 \sum_{r \in R} \sum_{i,j \in N_r} d_{ij}^r (d_{ij}^r t_{ij}^r + \Delta t_i \frac{d_{ij}^r}{F_r}) + \\ & + \alpha_4 \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \max[(p_r - d_0), 0] \cdot t_r^s \end{aligned} \quad (10)$$

При следующих ограничениях:

1. Ограничение максимальной загруженности:

$$p_r \leq q_i \quad (11)$$

2. Ограничение продолжительности работы маршрута R (ч):

$$T_{\min}^r \leq R \leq T_{\max}^r \quad (12)$$

3. Ограничение времени в наряде  $T_n$  (ч):

$$T_{\min}^n \leq T_n \leq T_{\max}^n \quad (13)$$

4. Транспорт должен пройти через все последующие остановки маршрута, начиная с начальной.

5. Ограничение времени загрузки/выгрузки пассажиров на  $i$  остановке:

$$\Delta t_i \leq t_{\max}^i, \quad (14)$$

где  $t_{\max}^i$  — максимальное время погрузки/выгрузки на  $i$  остановке.

6. Число единиц транспорта на маршруте  $r$  не должно превышать общего числа парка:

$$A_r \leq z \quad (15)$$

7. Ограничение ожидания транспорта на остановке:

$$t^{os} \leq t_{\max}^{os} \quad (16)$$

Решение данной целевой функции (10) позволяет добиться нескольких задач планирования: минимизация затрат, минимизация времени ожидания транспорта пассажирами, минимизация времени на перемещение пассажиров.

### Заключение

В рамках данной статьи было произведено математическое моделирование составления начального расписания пассажирского транспорта. Рассмотрена основная информация о составлении расписания. Определены переменные и исходные данные математической модели. Построена целевая функция составления расписания на основе нескольких критериев планирования: минимизация затрат, минимизация времени ожидания транспорта, минимизация времени на перемещение пассажиров.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Клеванский Н.Н. Формирование транспортных расписаний / Н.Н. Клеванский, М.А. Антипов // Образовательные ресурсы и технологии. — 2016. — № 4 (16). — С. 71–91.
2. Клеванский Н.Н. Новые подходы к формированию транспортных расписаний / Н.Н. Клеванский, М.А. Антипов // Мир транспорта. — 2016. — 14(4). — С. 18–27.
3. Караева, М.Р. Логистическая модель совершенствования управления городскими пассажирскими перевозками [Текст]: диссертация ... кандидата экономических наук: 08.00.05 / Караева Марина Руслановна; [Место защиты: Ростовский государственный строительный университет]. — Ростов-на-Дону, 2014. — 160 с.
4. Kinder M. Models for Periodic Timetabling / Dissertation / Mathias Kinder. — Berlin, 2008. — 112 p.

5. Gdowska K. Timetabling problem and interval synchronization in urban public transport / K. Gdowska, R. Ksiazek, K. Jurczyk // Carpathian logistics congress November 28th-30th. — 2016. — P. 299–304.
6. Grobmann P. Solving public railway transport networks with SAT / P. Grobmann, S. Holldobler, N. Mantley // Advanced Research in Applied Artificial Intelligence — 25th International Conference on Industrial Engineering and Other Applications of Applied Intelligent Systems. — Dalian, 2012. — P. 4–18.
7. Lindner N. Timetable merging for the periodic event scheduling problem / N. Lindner, C. Liebchen // EURO journal on transportation and logistics. — 2022. — Vol. 11. — P. 1–9.
8. Nachtigall K. A genetic algorithm approach to periodic railway synchronization / K. Nachtigall, S. Voget // Computers & Operations Research, — 1996. — Vol. 23. — № 5. — P. 453–463.
9. Nachtigall K. Periodic network optimization with different arc frequencies, Discrete Applied Mathematics, — 1996. — Vol. 69. — P. 1–17.
10. Liu T. Integrated Public Transport Timetable Synchronization and Vehicle Scheduling with Demand Assignment: A Bi-objective Bi-level Model Using Deficit Function Approach / T. Liu, A. Ceder // Transportation Research Procedia. — 2017. — № 23. — P. 341–361.

---

© Операйло Константин Витальевич ( gladesinger18@gmail.com ), Якимов Михаил Алексеевич ( maik3786@gmail.com ),  
Новикова Елена Николаевна ( novikovaelena\_nik@mail.ru ), Дроздова Виктория Игоревна ( viktorija\_drozdova@rambler.ru ).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»



Северо-Кавказский Федеральный университет