

# ИННОВАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ПРОГРАММЕ NANOCAD

## INNOVATIVE MODELING OF COMPLEX CURVED SURFACES IN THE NANOCAD PROGRAM

V. Shvetsova  
O. Leonova  
N. Kaygorodtseva

*Summary.* This article discusses the application of innovative modeling for creating complex curved surfaces in the nanoCAD program. The research aims to develop an approach based on the use of new modeling methods that allow for more efficient and accurate creation of such surfaces. The article covers the following topics: an overview of known methods for modeling curved surfaces; a new approach based on combining different methods, such as cubic splines and Bezier approximation; a description of the nanoCAD program and its capabilities for modeling curved surfaces; a description of the set of tools and functions that help users create complex surfaces using the program. In conclusion, examples of applying the new approach to modeling curved surfaces in the nanoCAD program are provided. The article can be useful for software developers and engineers involved in designing and modeling complex objects.

*Keywords:* computer programs, construction objects, design, innovative modeling, architectural forms, curved surfaces, cubic splines and Bezier approximation.

**Швецова Виктория Викторовна**  
кандидат технических наук, доцент,  
Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет  
vikt.schvetzova2012@yandex.ru

**Леонова Ольга Николаевна**  
кандидат технических наук, доцент, доцент,  
Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет  
onl60@mail.ru

**Кайгородцева Наталья Викторовна**  
кандидат педагогических наук, доцент,  
Омский государственный технический университет  
kaygorodtseva@gmail.com

*Аннотация.* В данной статье рассматривается применение инновационного моделирования для создания сложных криволинейных поверхностей в программе nanoCAD. Целью исследования является разработка подхода, основанного на использовании новых методов моделирования, которые позволяют более эффективно и точно создавать такие поверхности. В статье рассматривались следующие вопросы: обзор известных методов моделирования криволинейных поверхностей; новый подход, основанный на комбинировании различных методов, таких как кубические сплайны и аппроксимация Безье; описание работы программы nanoCAD и её возможностей для моделирования криволинейных поверхностей; описание набора инструментов и функций, которые помогают пользователю создавать сложные поверхности с помощью программы. В заключение приводятся примеры применения нового подхода к моделированию криволинейных поверхностей в программе nanoCAD. Статья может быть полезной для разработчиков программного обеспечения и инженеров, занимающихся проектированием и моделированием сложных объектов.

*Ключевые слова:* компьютерные программы, объекты строительства, проектирование, инновационное моделирование, архитектурные формы, криволинейные поверхности, кубические сплайны и аппроксимация Безье.

### Введение

В данной статье рассматривается применение инновационного моделирования для создания сложных криволинейных поверхностей в программе nanoCAD. *Объектом исследования* является разработка подхода, основанного на использовании новых методов моделирования в программе nanoCAD, для более эффективного и точного создания таких поверхностей. В ходе *обзора мировых научных публикаций* было установлено отсутствие в литературных источниках решения данной задачи. Однако, были обнаружены предшественники [1–20], проводившие исследования в области моделирования кривых линий и поверхностей класса  $F$

(*Functional*), превосходящие на порядок качество кривых и поверхностей класса  $A$ . Функциональные кривые и построенные по ним поверхности обладают повышенным качеством по критериям плавности, что обеспечивается методами моделирования, соответствующим современным требованиям к геометрии изделия [2, 14, 15, 16, 17]. Тем самым обеспечивается значение высокого порядка (до 9-ти) гладкости при плавных переходах кривизны и с сохранением геометрии дуг окружностей [3, 4]. Данный подход используется в работе прикладных САПР и других специальных программ [5, 6, 9, 10, 14]. Прикладное применение указанного подхода возможно при моделировании трассы автодороги по теодолитным ходам [20]. *Актуальность исследования* заключается в необхо-

димости разработки нового подхода к моделированию сложных криволинейных поверхностей, который позволит повысить точность и эффективность этого процесса [7, 8]. Такой подход будет полезен для разработчиков программного обеспечения и инженеров, занимающихся проектированием и моделированием сложных объектов [11]. Целью исследования является разработка нового подхода к моделированию криволинейных поверхностей в программе *napoCAD*, основанного на комбинировании различных методов, таких как кубические сплайны и аппроксимация Безье. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи: провести обзор известных методов моделирования криволинейных поверхностей; описать программу *napoCAD* и ее возможности для моделирования криволинейных поверхностей; создать набор инструментов и функций, которые помогут пользователям создавать сложные поверхности с помощью программы [20, 21].

### Метод

Подход к моделированию криволинейных поверхностей в программе *napoCAD*, основанный на комбинировании различных методов [12, 13], и таких, как кубические сплайны и аппроксимация Безье, может быть описан следующим образом. С учётом методов, позволяющих описывать сложные поверхности посредством интерполяции из определенного трехмерного набора точек координат показаны способы расчёта бикубическим сплайном, кубической кривой Безье, рациональной и кубической кривой В-сплайна для некоторого небольшого количества трехмерного набора точек. Далее сравнивались результаты интерполяции, рассчитанной кубическими формулами Безье и В-сплайнами, представленными в параметрическом виде. Кубическая интерполяция Безье обеспечивает аппроксимацию удовлетворительного и хорошего качества. Для улучшения интерполяции по формуле В-сплайна следует использовать дополнительные параметры, которые повышают качество формы криволинейных поверхностей, которые используются при строительстве наземных, подземных, подводных объектов: магистралей, дорожных развязок, зданий и сооружений [3, 20]. Изначально такие объекты представлены в виде множества точек, которые соединены в виде ломаной линии. Такая ломаная линия или их множество-поверхность нуждается в превращении в плавную кривую, а множество плавных кривых преобразуются в плавную поверхность. В работе [1, 2] рассматривается порядок расчёта наименьшего удаления такой поверхности от множества трёхмерных точек на основе известных методов интерполяции, что еще раз свидетельствует об актуальности рассматриваемой научной задачи. Интерполяция трёхмерных поверхностей включает в себя интерполяцию точечно заданных кривых, заданных трёхмерными массивами координат [3]. Трёхмерная интерполяция использует сплайн-функцию

одной переменной. Для тройки переменных  $X, Y, Z$  выполняется требование  $X_0 < X_1 < \dots < X_m$ . Если кривые функции обладают свойством прохождения через любые точки из заданного их множества, то такая функция называется интерполяционным кубическим сплайном и записывается многочленом третьей степени:

$$S(X) = \sum_{j=0}^{j=3} a_j^i (X - X_i)^j \quad (1)$$

Для интерполяции в пространстве  $X, Y, Z$  трёхмерной криволинейной поверхности используется бикубический сплайн при выполнении условий:

$$\begin{cases} X_0 < X_1 < \dots < X_m, \\ Y_0 < Y_1 < \dots < Y_m \end{cases} \quad (2)$$

В интерполяционном бикубическом сплайне соединяются все точки из множества  $(X_i, Y_j) = Z_{ij}$ . Сплайн описывается функцией многочлена третьей степени следующего вида:

$$S(X, Y) = \sum_{l,k=0}^{l,k=3} a_{lk}^{ij} (X - X_i)^l (Y - Y_j)^k \quad (3)$$

Коэффициенты  $a_{lk}^{ij}$  вычисляются посредством разрешения системы линейных уравнений. Возможно также построить точки криволинейной поверхности:

$$X = X(t); Y = Y(t); Z = Z(t), \quad (4)$$

Для нас важно условие непрерывности функции на  $a \leq t \leq b$ , при этом аргумент функции неотрицателен и не больше 1. Для расчёта интерполяции множества координатных точек в 3-х мерном пространстве в параметрическом виде следует рассмотреть следующие соотношения [3]: кривая Безье, кубическая кривая Безье, рациональные и кубические В-сплайны, *NURBS*-кривая и др. Особенности кривой Безье заключаются в её гладкости, прохождении через начальную и конечную точку множества, но не всегда способной пройти все точки множества, а только быть вблизи таких точек, что описывается уравнением:

$$R(t) = \sum_{i=0}^{i=m} C_m^i t^i (1-t)^{m-i} V_i \quad (5)$$

где  $V_i$  — заданное множество пространственных координат;

$$C_m^i = \frac{m!}{i!(m-i)!} \text{ — коэффициенты бинома Ньютона.}$$

Если ограничиться количеством точек пространства, равным четырём —  $V_0, V_1, V_2, V_3$ , то можно просто определить кубическую кривую Безье:

$$R(t) = (((1-t)V_0 + 3t \cdot V_1)(1-t) + 3t^2 \cdot V_2)(1-t) + t^3 \cdot V_3, \quad (6)$$

где  $0 \leq t \leq 1$ .

$R(t), V_i(t)$  — это векторы:

$$R(t) = (X(t), Y(t), Z(t)), V_i(t) = (X_i(t), Y_i(t), Z_i(t)).$$

Элементарная кубическая кривая В-сплайна также определяется при помощи векторного параметрического уравнения с четырьмя заданными точками, т.е.  $V_0, V_1, V_2, V_3$ :

$$R(t) = \left( \begin{aligned} &(1-t)^3 V_0 + (3t^3 - 6t^2 + 4)V_1 + \\ &+ (-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1)V_2 + t^3 V_3 \end{aligned} \right) / 6 \quad (7)$$

Выражения (6) и (7) интерполяции с помощью кубических кривых Безье и В-сплайна использованы для определения необходимых значений при четырёх заданных исходных точек строящейся поверхности. Как показали результаты вычислений, значения, полученные по формулам Безье и В-сплайна (вес) и интерполяционные значения, почти совпадают друг с другом и проходят через заданные точки поверхности. Вместе с тем, кривая В-сплайна проходит в стороне от заданных точек, что не дает основание для расчёта интерполяции по формуле (7) (Рисунок 1, 2). Как видно из Рисунков 1,2, начальная и конечная точки интерполяционной кривой Безье точно совпадают с заданными точками  $V_0, V_3$ . В этой связи, нам следует вести механизм исправления в модели интерполяции В-сплайновой кривой для повышения более качественного построение интерполяции за счёт улучшения формулы (7). Однако, отсутствуют научные исследования, показывающие, по какому алгоритму должны определяться веса для получения качественного результата интерполяции.

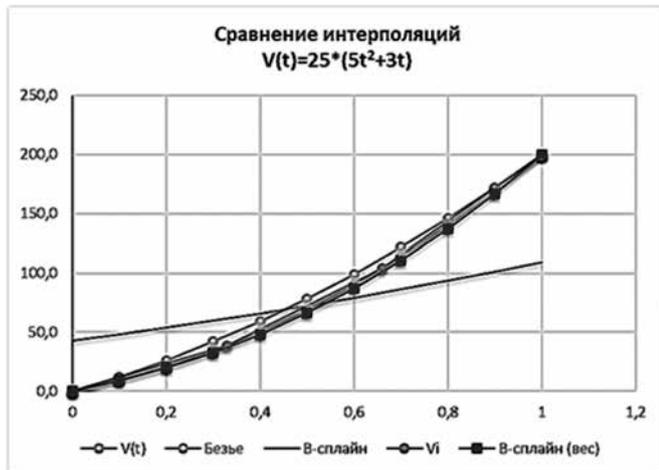


Рис. 1. Интерполяция поверхности по формулам Безье и В-сплайна

Для 4-х точек В-сплайновая кривая задается выражением с дополнительными коэффициентами:

$$R(t) = \frac{\sum_{i=0}^{i=3} W_i \cdot N_i(t) \cdot V_i}{\sum_{i=0}^{i=3} W_i \cdot N_i(t)} \quad (8)$$

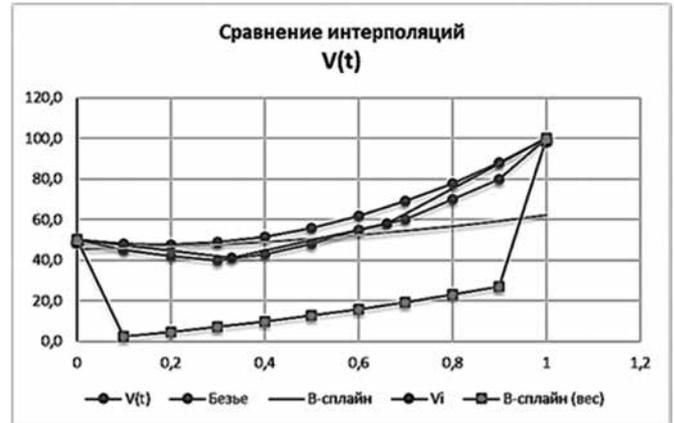


Рис. 2. Неудовлетворительные значения интерполяции с весовыми коэффициентами В-сплайна

где

$$N_0(t) = \frac{(1-t)^3}{6}, N_1(t) = \frac{(3t^3 - 6t^2 + 4)}{6},$$

$$N_2(t) = \frac{(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1)}{6}, N_3(t) = \frac{t^3}{6}.$$

$W_i$  — дополнительные коэффициенты, с помощью которых можно задать величину приближения кривой интерполяции к заданным исходным точкам.

Для получения поправочных коэффициентов были взяты точки, которые повторяют кривые, лежащие на моделируемой поверхности. Важно найти значения в начальной и конечной точках, а потом искать срединные значения, и так далее, последовательно искать срединные значения на  $K$ -интервалах граничных точек строящейся поверхности. При этом, учитываются начальные значения:

$$W_0 = \frac{V_0}{R_0}, W = \frac{V_3}{R_3} \quad (9)$$

$$W_i = \frac{(W_3 - W_0) \cdot i}{K} \quad (10)$$

где  $K$  — интервалы граничных точек.

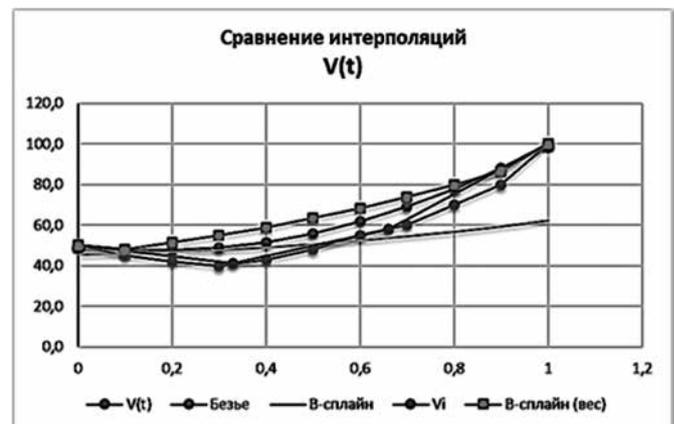


Рис. 3. Удовлетворительная интерполяция различными методами

Выражение (7) с коэффициентами (8–10) хорошо работает при аппроксимации кривых и при монотонном изменении координатных значений Рисунок 3.

Вся совокупность точек, полученная в результате интерполяции, используется в виде цифрового облака для создания моделей поверхностей. После математического обоснования методов интерполяции перейдем к созданию криволинейных поверхностей в программе nanoCAD посредством разбиения сформированного множества или облака 3-х координатных элементов на отдельные точки или их подмножества.

### Результаты и обсуждения

#### Создание поверхностей в nanoCAD [21]

Реализуем команды управления программы nanoCAD версии 2023 года.

1. Лента: Топоплан — Создание TIN > Разбивка облака на точки.
2. Меню: Топоплан — Создание TIN > Разбивка облака на точки.
3. Панель: Создание TIN > Разбивка облака на точки.
4. Командная строка: NG\_EXPLODE\_POINTCLOUD.

Команда по созданию TIN по точкам создаёт поверхность TIN (Triangular Irregular Network) — нерегулярную триангуляционную сеть по точечным объектам, которые разделяются на **Точки**, **Геоточки**, **Блоки** с дальнейшим воссозданием поверхностей TIN и с использованием команды **Создание TIN** по точкам. Параметры команды задаются на панели Свойства (Таблица 1).

Таблица 1.

Параметры команды по созданию криволинейных поверхностей [21]

Тип результата	Выбор типа объектов, создаваемый на основе точек облака: Точки, Геоточки, Блоки.
Удалять источник	Если выбрано: Да — исходное облако точек будет удалено после завершения разбиения; Нет — исходное облако точек останется в чертеже.
Выбрать класс	Если облако было ранее классифицировано, есть возможность получить после разбиения облака только точки указанного класса.

Запросы команд: Применить параметры? или [Да/Нет]:

Да — разбиение на точки будет произведена с текущими настройками;

Нет — если настройки были изменены, то они не сохраняются. Разбивка на точки выполняется с настройками, которые отобразились сразу после запуска команды. В последующем, оператором заполняется диалоговое окно Разбивка (Рисунок 4).

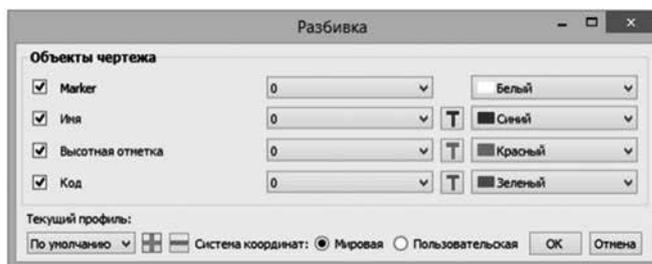


Рис. 4. Панель разбивки облака на точки [21]

Реализуем команды управления программы nanoCAD версии 2023 года [21].

1. Лента: Топоплан — Создание TIN > Создание TIN по точкам
2. Меню: Топоплан — Создание TIN > Создание TIN по точкам
3. Панель: Создание TIN > Создание TIN по точкам
4. Командная строка: NG\_CREATE\_TIN.

Созданные поверхности TIN могут быть представлены объектами типа Сеть (SubDMesh). Многогранная сеть (PolyFaceMesh) образована совокупностью Фигур (Solid) или совокупностью 3D-граней. Результат такой работы представлен на Рисунке 5 [21]. Набор точек для создания сети может быть получен импортом из сторонних форматов или из облака точек командой **Разбивка облака на точки**. Параметры команды задаются на панели **Свойства**.

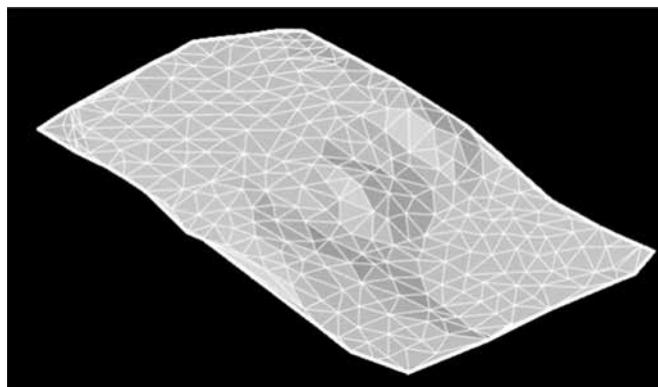


Рис. 5. Разбивка облака на точки

Сеть — создается как объект типа Многогранная сеть (PolyFaceMesh), узлы которой можно редактировать, либо Сеть — создается как объект типа Сеть (SubDMesh) без возможности редактирования узлов. Тела — будет создана триангуляционная модель, состоящая из отдельных треугольных объектов типа Фигура (Solid). Грани — будет создана триангуляционная модель, состоящая из отдельных треугольных объектов типа 3D-грань. Можно изменить то количество точек, которое будет использовано для построения триангуляции. Для этого нужно выбрать «Да». Для параметра «Фильтровать исходные точки», следует выбрать тип фильтрации для параметра «Единицы фильтра» и задать нужное значение

в поле «Диапазон фильтра». В результате будет построена сеть с меньшим количеством треугольников большего размера. Это ускоряет процесс построения триангуляционной модели. Построенная модель будет менее точной, но ее дальнейшая обработка будет занимать меньше времени. Данный подход удобно использовать для построения триангуляционной сети по поверхности земли, автоматически отфильтровывая остальные объекты: шумы, деревья, сооружения и т.п. Если триангуляционная модель получается очень детализированной (миллионы граней), то для последующей комфортной работы, то она будет с помощью программы *napoCAD* разбита на несколько сетей [21].

### Выводы

В результате проведенного исследования достигнута цель — решение задачи теоретического построения интерполяционных пространственных кривых путем

выполнения сравнительного анализа методов интерполяции по методам Безье, В-сплайна, рационального В-сплайна с поправочными коэффициентами. Построены графики для сравнительного анализа, показывающие применимость расчетных методов. Показан порядок использования описанного подхода в программе *napoCAD* при строительстве криволинейной поверхности на облаке, состоящем из множества трёхмерных координатных точек. Таким образом, данная статья представляет новый подход к моделированию сложных криволинейных поверхностей в программе *napoCAD*, основанный на использовании инновационного моделирования. Исследование имеет практическую значимость для разработчиков программного обеспечения и инженеров, занимающихся проектированием и моделированием сложных объектов.

*Благодарности.* Авторы благодарят руководство Института за оказанную помощь в исследовании

### ЛИТЕРАТУРА

- Муфтеев, В.Г., Зиятдинов, Р.А., Зелев, А.П., Набиев, Р.И., Марданов, А.Р., Ахметшин, Р.И., Талыпов, М.А. Программа FairCurveModeler моделирования кривых и поверхностей класса «f» и разработка на ее основе прикладных САПР // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2018. №2. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/programma-faircurvemodeler-modelirovaniya-krivyh-i-poverhnostey-klassa-f-i-razrabotka-na-ee-osnove-prikladnyh-sapr> (дата обращения: 15.10.2023).
- Горавнева, Т.С., Семенова-Тян-Шанская В.А. Моделирование корпуса судна в САПР КОМПАС 3D // САПР и графика. М «Компьютер Пресс»: 2019 — №4 — 72с.
- Ратнер, Е.А. Анализ точности методов интерполяции при нанесении рельефа дна на навигационные карты внутренних водных путей // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. — 2021. — Т. 13. № 5. — С. 685–693.
- Голованов, Н.Н. Геометрическое моделирование // М.: «Академия»: 2011. 272с.
- Азбука КОМПАС-3D // М. «АСКОН — Системы проектирования» — 2020. Режим доступа: [https://kompas.ru/source/info\\_materials/2020/Азбука КОМПАС-3D.pdf](https://kompas.ru/source/info_materials/2020/Азбука КОМПАС-3D.pdf) (дата обращения 01.03.2022).
- Горавнева, Т.С. Способы моделирования кривых применительно к САПР // Современные научные исследования и инновации. 2022. № 3 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://web.snauka.ru/issues/2022/03/97870> (дата обращения: 11.10.2023).
- Муфтеев, В.Г., Мударисов, С.Г., Фархутдинов, И.М., Марданов, А.Р., Семенов, А.С., Талыпов, М.А. Обоснование выбора оптимальной формы функциональной кривой динамической поверхности технического изделия // Известия Международной академии аграрного образования. 2013. Выпуск 17. С. 90–93.
- Muftejev, V. Modeling class F NURBS curves in the integrated environment — CADsystem + web-app FairCurveModeler + Mathematica / Wolfram Library Archive. MathSource. 2013-07-26. Режим доступа: <http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/8465>(дата обращения: 01.07.2017).
- Муфтеев, В.Г. Конструирование плоских кривых методом огибающей // Изв.вузов. Авиационная техника. 1980. № 4. С. 43–47.
- Муфтеев, В.Г., Марданов, А.Р. Геометрическое моделирование кривых линий высокого качества // Прикладная геометрия. Applied Geometry [Электронный ресурс]. М.: МАИ, 2006. № 18, Вып. 8. Режим доступа к журн.: <http://www.mai.ru>. Загл. с титул.экрана. С. 37–66.
- Норенков, И.П. Автоматизированное проектирование. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 188 с. 6. Режим доступа: [https://apps.autodesk.com/ACD/en/Detail/Index?id=4526969846340104233&appLang=en&os=Win32\\_64&mode=preview&autostart=True&loginRequired=True](https://apps.autodesk.com/ACD/en/Detail/Index?id=4526969846340104233&appLang=en&os=Win32_64&mode=preview&autostart=True&loginRequired=True). (дата обращения 22.10.23).
- Муфтеев, В.Г., Аминев, Р.И., Гизатова, Д.Х., Талыпов, М.А. Открытая платформа для разработки прикладных САПР изделий с функциональными кривыми и поверхностями // Проблемы строительного комплекса России: матер. XX Междунар. науч.-техн. конф. 2016. С. 115–117.
- Муфтеев, В.Г., Марданов, А.Р., Романюк, А.Н., Турта, В.Г., Фархутдинов, И.М. Программа изометрического моделирования кривых линий высокого качества. Webприложение САД-систем // Компьютерная графика и распознавание изображений: матер. Междунар. науч.-техн. интернет-конф., Винница, 2012. С. 127–139.
- Патент 111380 РФ, МПК Ф 01 В 15/08. Корпус плуга / С.Г. Мударисов, В.Г. Муфтеев, И.М. Фархутдинов (РФ). 2011135766/13, Заявл.26.08.2011; Опубл. 20.12.2011 Бюл. № 35.
- Мударисов С.Г., Муфтеев В.Г., Фархутдинов И.М. Оптимизация геометрии лемешно-отвальной поверхности плуга //Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2009. № 4. С. 17–19.
- Муфтеев В.Г., Мударисов С.Г., Фархутдинов И.М., Марданов А.Р., Семенов А.С., Талыпов М.А. Обоснование выбора оптимальной формы функциональной кривой динамической поверхности технического изделия // Известия Международной академии аграрного образования. 2013. Вып. 17. С. 90–93.

17. Фархутдинов И.М. Совершенствование лемешно-отвальной поверхности корпуса плуга на основе моделирования технологического процесса вспашки: дисс. . . . канд. техн. наук. Уфа, 2012. 176 с.
18. Авторское свидетельство 1237778, МПК F 01 L, 1/08. Кулачок привода клапана/А.П. Рожков, приоритет от 5.09.1983, зарегистрирован 15.02.1986; с 1.07.1991 выдан патент взамен авторского свидетельства.
19. Neamtu M., Pottmann H., Schumaker L.L. Designing NURBS Cam Profiles Using Trigonometric Splines // Journal of Mechanical Design. 1998. No. 120 (2). P. 175–180.
20. Муфтеев В.Г., Зиатдинов Р.А. Функциональность и эстетичность кривых линий в промышленном дизайне: многокритериальный подход к оценке качества форм в CAD-системах будущего // Вестник машиностроения. 2018. № 7. С. 23–27.
21. Платформа nanoCAD/Версия 23/РУКОВОДСТВО ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ Нанософт разработка 2023 2 © Copyright 2019 «Нанософт разработка» ООО.

---

© Швецова Виктория Викторовна (vikt.schvetzova2012@yandex.ru); Леонова Ольга Николаевна (onl60@mail.ru);  
Кайгородцева Наталья Викторовна (kaygorodtceva@gmail.com)  
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»