DOI 10.37882/2223-2966.2024.8.31

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ОБЛАЧНОЙ СИСТЕМЫ С УГРОЗАМИ КИБЕРБЕЗОПАСНОСТИ

MATHEMATICAL MODELING OF A CLOUD SYSTEM COLLIDING WITH CYBERSECURITY THREATS

A. Tonkikh
E. Avksenteva

Summary. The work analyzes the security of information systems in cloud environments based on mathematical modeling of conflict systems. We consider a model developed based on the hybrid automata method, which allows us to assess the security of information in a cloud system. In this paper, we will focus on describing methods for assessing information security in a cloud system to conduct a comprehensive assessment of information security.

Keywords: conflict, model, hybrid machine, probability, cloud, intruder.

Тонких Андрей Сергеевич
аспирант, Национальный исследовательский университет ИТМО
astonkikh@mail.ru
Авксентьева Елена Юрьевна
кандидат педагогических наук, доцент, Национальный исследовательский университет ИТМО

Аннотация. В работе проводится анализ безопасности информационных систем в облачных средах на основе математического моделирования конфликтных систем. Рассматривается модель, разработанная на основе метода гибридных автоматов, которая позволяет оценить безопасность информации в облачной системе. В данной работе мы сосредоточимся на описании методов оценки безопасности информации в облачной системе для проведения комплексной оценки защищённости информации.

Ключевые слова: конфликт, модель, гибридный автомат, вероятность, облако, нарушитель.

Введение

Исследования в области теории конфликта направлены на создание концептуальной модели, которая связывает объекты и факторы и способствует пониманию поведения сторон в условиях конфликтных взаимодействий [1]. В работе конфликт представлен графом, в котором описываются действия, происходящие в системе, и условия перехода между ними. Существует множество подходов к математическому моделированию конфликта систем, включая сети Петри, теорию игр, теорию активных систем, вероятностные сети и теорию динамических систем [2–5]. Один из подходов — использование полумарковских случайных процессов (ПСП) [6–8], однако, этот метод требует знания плотностей распределения вероятностей времени нахождения систем в состояниях. В данной работе описан расширенный метод использования формализма гибридных автоматов [9] для более точной оценки защищенности информации путём моделирования конфликта коалиций систем, а именно описание конфликта с системой нарушителей безопасности. Пример применения имитационного моделирования для оценки безопасности информации в облачной информационной системе рассмотрен в работе [10].

Определение минимальной вероятности успеха сторон в конфликте

Для работы с предложенной в работе [11] моделью нужно определить виды плотностей распределения вероятностей для момента времени, когда компоненты системы облака и система нарушителей пребывают в группах состояний. Необходимо использовать уникальные соотношения, которые позволят учесть особенности конкретной системы и сценария конфликта. Эти соотношения должны быть определены на основе анализа данных о поведении компонентов системы облака и системы нарушителей в различных условиях:

$$
\begin{gathered}
x(t) = \left(\tau(t), r(t), u(t)\right)^T = f\left(x\left(t_{k-1}\right), t\right), \\
t_{k-1} = t_{inp,} \;\; x\left(t_{k-1}\right) = \left(\tau_k, r_k, t_{k-1} + \tau_k\right)^T \\
\left(\tau_k, r_k\right)^T : P_{A(BC)k}(\tau, r) = P_{A(BC)k}(r / \tau) P_{A(BC)k}(\tau),, \quad (1) \\
\left.\begin{aligned}
&\tau(t) = \tau_k,\; r(t) = r_k,\; u(t) = u\left(t_{k-1}\right) - t, \\
&t \ge t_{k-1},\; t_{out} = t_k = t : I\left(u(t) = 0\right),
\end{aligned}\right.,
\end{gathered}
$$

Так как нет необходимого обоснования для выбора вида распределений для локального поведения в том или ином состоянии [17, 18, 20], предлагается использовать общие параметры для оценки вероятностей победы в конфликте, такие как математическое ожидание и дисперсия. Для точного определения вероятности появления новых уязвимостей в системе рассмотрим модель пуассоновского стационарного потока событий с ограниченным последействием. Эта модель предполагает, что процессы открытия и неоткрытия новых уязвимостей могут быть описаны с помощью плотности распределения интервала между событиями. В этом случае распределение времени t_0 появления уязвимости на заданном интервале времени может быть определено следующим образом.

$$P_T\left(t_0 \;/\; V\right) = \frac{P_T\left(t_0, V\right)}{P_T\left(V\right)} = \begin{cases} T^{-1}, t_0 \in \left[0, T\right], \\ 0, t_0 \notin \left[0, T\right]. \end{cases}$$

В данном случае модель пуассоновского стационарного потока событий с ограниченным последействием позволяет получить надёжные и точные результаты, подтверждающие равномерное распределение времени открытия уязвимости на интервале [0,*T*].

Анализ вероятности успеха атаки в условиях, когда нарушители не имеют информацию о новых уязвимостях

Вычислим общее время пребывания в состояниях группы *B* (B_0, B_{11}, B_{12}, B_{21}, B_{22}) в ситуации, когда новая уязвимость не была обнаружена:

$$\begin{aligned} &\tau_{B1} = \tau_{B0} + \tau_{B11} + \\ &+\sum_{i=1}^{N22}\sum_{j=1}^{N12,i}\left(\tau_{B12,i,j} + \tau_{BC13,i,j}\right) + \sum_{i=1}^{N22}\tau_{B22,i} + \sum_{i=1}^{N}\left(\tau_{B22,i} + \tau_{BC23,i}\right) \end{aligned}, \quad (2B)$$

где $N_{22} \in \{1.2\ldots,\infty\}$ — случайное значение, обозначающее число итераций в группе состояний B_{21}, B_{12}, B_{22}, C_{21}, C_{22}, BC_{13}, BC_{23} ; $N_{12} \in \{1.2\ldots,\infty\}$ — случайное значение, обозначающее число итераций в группе состояний B_{12}, C_{12}. При неудачном поиске уязвимости с помощью автоматов, длительности выполнения работ на каждом цикле повторения могут быть описаны случайными величинами. Обозначим $\tau_{B12,i,j}$, $\tau_{B21,i}$, $\tau_{B22,i}$, $\tau_{BC13,i,j}$, $\tau_{BC23,i}$ как длительность выполнения работ на j-ом цикле повторения и на i-ом.

Количество итераций работы N_{22} и N_{12} определяется так же и тем, что происходило в другом автомате. Таким образом, ожидается, что число циклов будет меньше для каждого автомата, чем в случае работы только одного автомата.

Для автомата C справедливо:

$$\begin{aligned} &\tau_{B1} = \tau_{B0} + \tau_{B11} + \\ &+\sum_{i=1}^{N22}\sum_{j=1}^{N12,i}\left(\tau_{B12,i,j} + \tau_{BC13,i,j}\right) + \sum_{i=1}^{N22}\tau_{B22,i} + \sum_{i=1}^{N}\left(\tau_{B22,i} + \tau_{BC23,i}\right) \end{aligned}, \quad (2C)$$

С учётом (2B), (2C) считая заданными вероятности успешного завершения работы $P_{B12} = p_{bd}$, $P_{B22} = p_{bv}$, $P_{C12} = p_{cd}$, $P_{C22} = p_{cv}$, после пребывания в состояниях $B_{12} \in Q_{B1}^L$, $B_{22} \in Q_{B2}^L$, $C_{12} \in Q_{C1}^L$, $C_{22} \in Q_{C2}^L$ запишем выражение для условной плотности распределения τ_b (для рассматриваемого события $\bar{V}$):

$$\begin{aligned} &P_{BC}\left(\frac{\tau_{BC}}{\bar{V}}\right) = P_{B1}\left(\tau_{B,1}\right) + P_{C1}\left(\tau_{C,1}\right) - P_{B1}\left(\tau_{B,1}\right)P_{C1}\left(\tau_{C,1}\right) \\ &P_{B1}\left(\tau_{B,1}\right) = \Sigma_{\{N_{12},N_{22}\}}P\left(N_{12},N_{22}\right)P_{B1}\left(\tau_{B,1} \;/\; N_{12},N_{22}\right) = \\ &= \sum_{N_{22}=1}^{\infty}\sum_{N_{12}=1}^{\infty}\left(1 - p_{bd}\right)^{N12-1}p_{bv}P_B\left(\tau_{B,1} \;/\; N_{12},N_{22}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

Для C1. В соотношении из (1) $P_{B1}(\tau_{B,1}/N_{12},N_{22})$ присутствует свёртка плотностей распределения, которая описывает композицию случайных величин (2) для данного условия, заданного вектором $N = (N_{12},N_{22})^T$, где компоненты определяют число итераций в состояниях.

Для описания распределения вектора *N* в (3) используется выражение:

$$\begin{aligned} &P\left(N_{12},N_{22}\right) = P\left(N_{12}\right)P\left(N_{22}\right),\; P\left(N_*\right) = \left(1 - p_{b*}\right)^{N_*-1}p_{b*} \\ &\sum_{N*=1}^{\infty}P\left(N_*\right) = \frac{p_{b^*}}{1-\left(1 - p_{b*}\right)} = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

Чтобы произвести вычисления, опираясь (3), (4) необходимо использовать численные методы приближения. Для предложенной модели нужно использовать выражение $P_B\left(\tau_B \;/\; \bar{V}\right)$, $P_C\left(\tau_C \;/\; \bar{V}\right)$ для системы нарушителей определить вероятность:

$$P_B^{(1)} = \Pr\left(\tau_{B,1} < T\right) = \int_0^T P_B\left(u \;/\; \bar{V}\right)du. \quad (5)$$

Из этого можно сделать вывод, что в рамках рассматриваемой ситуации результат конфликта не зависит от работы защищаемой стороны.

Чтобы получить граничную оценку вероятности (5), используя $P_{B1}\left(\tau_{B,1}\right) = P_B\left(\tau_B \;/\; \bar{V}\right)$, найдём условное мат. ожидание $m_{B,1} = M\left[\tau_{B,1}\right]$ и дисперсию $d_{B,1} = D\left[\tau_{B,1}\right] = M\left[\left(\tau_{B,1} - m_{B,1}\right)^2\right]$ для $\tau_{B,1}$ на основе (2).

С помощью (2)–(4), получим выражения для условного матического ожидания $m_{B,1}(C)$ и безусловного математического ожидания $m_{B,1}$:

$$\begin{aligned} &m_{B,1}\left(N\right) = M\left[\tau_{B,1} \;/\; N\right] = \\ &= m_{B\tau0} + m_{B\tau11} + N_{22}N_{12}\left(m_{B\tau12} + m_{BC\tau13m}\right) + \\ &+ N_{22}m_{B\tau21} + N_{22}\left(m_{B\tau22} + m_{BC\tau23}\right), \\ &m_{B,1} = M\left[\tau_{B,1}\right] = m_{B\tau0} + m_{B\tau11} + \\ &+ \frac{m_{B\tau12} + m_{BC13}}{P_{bv}P_{bd}} + \frac{m_{B\tau21}}{P_{bv}} + \frac{m_{B\tau22} + m_{BC23}}{P_{bv}} \end{aligned} \quad . \quad (6)$$

Получим выражение для $d_{B,1}$:

$$\begin{aligned} &d_{B,1}\left(C\right) = M\left[\frac{\tau_{B,1} - m_{B,1}^2}{N}\right] = \\ &= d_{B\tau0} + d_{B\tau11} + N_{22}N_{12}\left(d_{B\tau12} + d_{BC\tau13}\right) + \\ &+N_{22}d_{B\tau21} + N_{22}\left(d_{B\tau22} + d_{BC\tau23}\right) \end{aligned}$$

и представляя безусловную дисперсию как:

$$\begin{aligned} &d_{B,1} = M\left[\left(\tau_{B,1} - m_{B,1}\right)^2\right] = \\ &= \Sigma_{\{N_{12},N_{22}\}}P\left(N_{12},N\right)\int\left(\tau_{B,1} - m_{B,1}\right)^2 P\left(\tau_{B,1} \;/\; N_{12},N_{22}\right) \end{aligned}$$

окончательно получим:

$$d_{B,1} = d_{B\tau 0} + d_{B\tau 11} + \frac{d_{B\tau 12} + d_{BC\tau 13}}{p_{bv}p_{bd}} + + \frac{d_{B\tau 21}}{p_{bv}} + \frac{d_{B\tau 22} + d_{BC\tau 23}}{p_{bv}}. \quad (7)$$

Для оценки вероятности события $\tau_{B,1} < T$ используем неравенство Чебышева, где $m_{B,1} < T$. Ограничим нижний диапазон значений для неравенства для определения нижней границы, достигнув которую сторона считается победившей:

$$P^{(1)}_{Bch} = \Pr\left[\tau_{B,1} < T\right] = \Pr\left[\tau_{B,1} - m_{B,1} < T - m_{B,1}\right] \ge \ge \Pr\left[\left|\tau_{B,1} - m_{B,1}\right| < T - m_{B,1}\right] \ge 1 - \frac{d_{B,1}}{\left(T - m_{B,1}\right)^2} \quad (8).$$

Уточним оценку, используя неравенство Высочатского-Петунина:

$$P_{Bvp} = \Pr\left[\tau_{B,1} < T\right] \ge \Pr\left[\left|\tau_{B,1} - mC\right| < T - m_{B,1}\right] = \Pr\left[\left|\tau_{B,1} - m_{B,1}\right| < \frac{T - m_{B,1}}{\sqrt{d_{B,1}}}\sqrt{d_{B,1}}\right] \ge 1 - \frac{4}{9\rho^2} = = 1 - \frac{4d_{B,1}}{9\left(T - m_{B,1}\right)^2},\ \rho = \frac{T - m_{B,1}}{\sqrt{d_{B,1}}} \ge \sqrt{\frac{8}{3}} = 1{,}6329. \quad (9)$$

Для системы С:

$$P_{Cvp} = \Pr\left[\tau_{C,1} < T\right] \ge \Pr\left[\left|\tau_{C,1} - m_{C,1}\right| < T - m_{B,1}\right] = = \Pr\left[\left|\tau_{C,1} - m_{C,1}\right| < \frac{T - m_{C,1}}{\sqrt{d_{C,1}}}\sqrt{d_{C,1}}\right] \ge 1 - \frac{4}{9\rho^2} = = 1 - \frac{4d_{C,1}}{9\left(T - m_{C,1}\right)},\ \rho = \frac{T - m_{C,1}}{\sqrt{d_{C,1}}} \ge \sqrt{\frac{8}{3}} = 1{,}6329$$

Для работы одного автомата:

$$P_{Bvp} \ge \left(1 - \frac{4}{9\rho^2}\right) = 0{,}833$$

Общая же вероятность событий согласно теореме о сумме вероятностей совместных событий будет следующая:

$$P_{BCvp} = P_{Bvp} + P_{Cvp} - P_{Cvp}P_{Bvp} \ge \ge 2\left(1 - \frac{4}{9\rho^2}\right) - \left(1 - \frac{4}{9\rho^2}\right) = 0{,}972$$

Полученная оценка даёт возможность сделать результат точнее при достаточном значении ρ.

Анализ вероятности успеха атаки, когда нарушители имеют информацию о новых уязвимостях

Опишем процесс получения оценки защищенности информации в облачной системе, когда на исследуемом интервале времени нарушители получают доступ к открытой уязвимости. Введём уравнение для времени пребывания в состояниях системы нарушителей

$$B_0, B_{11}, B_{12}, B_{21}, B_{22}C_0, C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}, BC_{13}, BC_{23}.$$

Предположим также, что нарушители начинают эксплуатировать новую уязвимость, в условиях, когда пройдены состояния B_0, B_{11}, C_0, C_{11} и нарушитель к этому моменту ещё не нашёл уязвимость независимо от нахождения новой уязвимости. В таком случае время перехода в критическое состояние находится с помощью приведённых далее соотношений:

$$\begin{cases} \tau'_{B,2} = \tau_{B0} + \tau_{B11} + \sum\limits_{i=1}^{N_{22}}\sum\limits_{j=1}^{N_{12,i}}\left(\tau_{B12,i,j} + \tau_{BC13,i,j}\right) + \\ + \sum\limits_{i=1}^{N_{22}}\tau_{21,i} + \sum\limits_{i=1}^{N_{22}}\tau_{22,i},\ t_0 \in \Omega_0, \\ \tau''_{B,2} = t_0 + \tau_{B21} + \tau_{B22} + \\ + N_v\left(\begin{array}{l}\sum\limits_{i=1}^{N_{22}}\sum\limits_{j=1}^{N_{12,i}}\left(\tau_{B12,i,j} + \tau_{BC132,i,j}\right) + \\ + \sum\limits_{i=1}^{N_{22}}\left(\tau_{B22,i,j} + \left(\tau_{BC23,i}\right)\right)\end{array}\right),\ t_0 \in \Omega_1 \end{cases} \quad (9)$$

где τ_{B21}, τ_{B22} — интервалы времени работы в состояниях, отвечающих за анализ обнаруженной уязвимости и за использование найденной уязвимости, в момент времени t_0, после обнаружения;

$N_v \in \{0,1\}$ — значение, определяющее то, что нарушители использовали найденную уязвимость в t_0,

$\Omega_0 = \left[0 < \tau_{B0} + \tau_{B11}\right] \cup \left[\tau'_{B,2}, T\right]$ и $t_0 \in \Omega_1 = \left[\tau_{B0} + \tau_{B11}, \tau'_{B,2}\right]$ — временные интервалы, когда найденная уязвимость не используется и используется соответственно.

Временной диапазон, в который нарушители могут использовать найденную уязвимость, определяется исходя из математических ожиданий

$$m_I = \min\left(t_0\right) = \min\left(M\left[\tau_{B0} + \tau_{B11}\right]\right),$$

$$M\left[\tau_{C0} + \tau_{C11}\right],\ m_A = \max\left(t_0\right) = \max\left(M\left[\tau'_{B,2}\right]\right),\ M\left[\tau'_{C,2}\right]$$

В случае, когда найденная уязвимость не была закрыта компонентами системы облака до конца времени $\tau_{B21} + \tau_{B22}$, $\tau_{C21} + \tau_{C22}$ выполняется неравенство:

$$t_0 + \min\left(\tau_{B21} + \tau_{B22}, \tau_{C21} + \tau_{C22}\right) < t_0 + \tau_{A21} + \sum_{t=1}^{q_{22}}\tau_{A22,t} \quad (10)$$

где $q_{22} \in \{1, 2, \ldots, \infty\}$ — случайное значение, отвечающее за число циклов работы в состоянии A_{22}.

В случае, когда найденная уязвимость не закрыта, нарушитель может использовать уязвимость с вероятностью p_{bv} или с вероятностью 1 — p_{bcv} вернуться в состояние B_{12}, C_{12}.

Получим выражение для плотности распределения времени $\tau_{B,2}$, а также первых двух моментов этого распределения при фиксированном значении t_0. Пусть $t_0 \in \Omega_0$, тогда

$$P_B(\tau_B / V, t_0 \in \Omega_0) = P_{B21}\left(\frac{\tau'_{B,2}}{t_0 \in \Omega_0}\right) =$$
$$= \sum_{\{N_2, N_{22}\}} P(N_{12}, N_{22}) P_{B2}(\tau'_{B,2}/N_{12}, N_{22}) = \qquad (11)$$
$$= \sum_{N_{22}=1}^{\infty}\sum_{N_{12}=1}^{\infty}(1-p_{bd})^{N12-1} p_{bd}(1-p_{bv})^{N-1} p_{bv} P_{B2}(\tau'_{B,2}/N_{12}, N_{22}).$$

Так же для автомата С.

Пусть $t_0 \in \Omega_0$, тогда для плотности распределения $\tau_{BC,2}$ можно представить в виде, где для B и C:

$$P_B(\tau_B / V, t_0 \in \Omega_1) = P_{B2_2}(\tau''_{B,2}/t_0) =$$
$$= P_{B2_2}(\tau''_{B,2}/v_a, t_0) P(v_a) + P_{B2_2}(\tau''_{B,2}/v_b, t_0) P(v_b),$$
$$t_0 \in \Omega_1,\ P(v_a) = \Pr(\delta_{ba} \geq 0),\ P(v_b) = \Pr(\delta_{ba} < 0), \qquad (12)$$
$$\delta_{ba} = \tau_{B21} + \tau_{B22} - \tau_{A21} + \sum_{t=1}^{q22}\tau_{A22,t}$$

где v_a — обозначает, что уязвимость была закрыта компонентами системы облака до того, как суммарное время $\tau_{B21} + \tau_{B22}$ закончилось с вероятностью в $P(v_a)$;

v_b — обозначает, что компоненты системы облака находятся в незащищённом от уязвимости состоянии с вероятностью в $P(v_b)$. Очевидно, что, следуя (10), выполняется:

$$v_a : \tau_{bv} = \tau_{B21} + \tau_{B22} \geq \tau_{av} =$$
$$= \tau_{A21} + \sum_{t=1}^{q22}\tau_{A22,t} v_b : \tau_{bv} = \tau_{B21} + \tau_{B22} < \tau_{av} =. \qquad (13)$$
$$= \tau_{A21} + \sum_{t=1}^{q22}\tau_{A22,t}$$

Неравенства (13) определяют, что взаимодействие между компонентами системы облака и нарушителем конфликтно. Учитывая введённые обозначения для (12), получим:

$$P_{B22}(\tau''_{B,2}/v_a, t_0) =$$
$$= \sum_{N_{22}=1}^{\infty}\sum_{N_{12}=1}^{\infty}(1-p_{bd})^{N12-1} p_{bd}(1-p_{bv})^{N22-1} p_{bv} P_{B2} * \qquad (14a)$$
$$*(\tau''_{B,2}/v_a, N_v = 1, N_{12}, N_{22}, t_0),$$

$$P_{B22}(\tau''_{B,2}/v_b, t_0) =$$
$$= p_{bv} P_{B2}\left(\tau''_{B,2} = t_0 + \tau_{B21} + \frac{\tau_{B22}}{v_b}, N_v = 0, t_0\right) + \qquad (14b)$$
$$+(1-p_{bv})\sum_{N_{22}=1}^{\infty}\sum_{N_{12}=1}^{\infty}(1-p_{bd})^{N12-1} p_{bd}(1-p_{bv})^{N22-1} p_{bv} P_{B2} *$$
$$*(\tau''_{B,2}/v_b, N_v = 1, N_{12}, N_{22}, t_0).$$

В результате, на основе полученных соотношений можно оценить вероятность выигрыша при фиксированных границах областей Ω_0, Ω_1 для t_0 как:

$$P_B^{(2)} = \Pr(\tau'_{B,2} < T / t_0 \in \Omega_0) P(t_0 \in \Omega_0) +$$
$$+\Pr(\tau''_{B,2} < T / t_0 \in \Omega_1) P(t_0 \in \Omega_1), \qquad , (15)$$
$$\Pr(\tau'_{B,2} < T / t_0 \in \Omega_0) = \int_0^T P_{B21}(u / t_0 \in \Omega_0) du,$$
$$\Pr(\tau''_{B,2} < T / t_0 \in \Omega_1) = \Pr(\tau''_{B,2} < T / v_a, t_0 \in \Omega_1) P(v_a) +$$
$$+\Pr(\tau''_{B,2} < T / v_b, t_0 \in \Omega_1) P(v_b) = \int_{\Omega_1}\frac{1}{V_{\Omega 1}}\int_{t_0}^{T} P_{B22}(u / t_0) du dt_0 =$$
$$\int_{\Omega_1}\frac{1}{V_{\Omega 1}}\int_{t_0}^{T}\left[P_{B22}(u / v_a, t_0) P(v_a) + P_{B22}(u / v_b, t_0) P(v_b)\right] du dt_0,$$
$$P(t_0 \in \Omega_0) = V_{\Omega 0} / (V_{\Omega_0} + V_{\Omega_1}), P(t_0 \in \Omega_1) = V_{\Omega 1} / (V_{\Omega_0} + V_{\Omega_1}),$$

где V_{Ω_0}, V_{Ω_1} — размеры областей Ω_0, Ω_1.

Для автомата С.

В (15) первое слагаемое для фиксированных Ω_0, Ω_1 рассчитывается или оценивается нижними границами так же, как и для события $\bar{V}$, на основе соотношений (3)–(10).

Второе слагаемое в (15) определяется с использованием распределений $P_{V2_2}(\tau''_{B,2}/v_a, t_0)$, $P_{V2_2}(\tau''_{B,2}/v_b, t_0)$, описываемых выражениями (9), (14a) и (14b). При получении гарантированных оценок вероятности выигрыша для $P_{B2_2}(\tau''_{B,2}/v_b, t_0)$ можно ввести определённые приближения, которые упростят вычисления. При p_{bv} = 1 — ε, где ε ≥ 0 выполняется:

$$P_{B22}(\tau''_{B,2}/v_b, t_0) \cong p_{bv} P_{B2}(t_0 + \tau_{vb} / v_b, C_v = 0, t_0)$$

и слагаемым при сомножителе 1 — p_{bv} при расчёте плотности в (14b) можно пренебречь.

При вычислении соответствующей составляющей вероятности $\Pr(\tau''_{B,2} < T / \mathrm{v}_b, t_0 \in \Omega_1)$ в (15) для этой же плотности можно учесть, что в соответствие с (13) $v_b : \tau_{bv} < \tau_{av}$ и при вычислении второго интеграла использовать $P_{B22}(t_0 + \tau_{va} / v_b, C_v = 0, t_0)$.

Расчёт вероятностей событий $P(v_a) = \Pr(\delta_{ba} \geq 0)$, $P(v_b) = \Pr(\delta_{ba} < 0)$ может быть проведён стандартным образом на основе соотношений:

$$P(v_a) = \Pr(\tau_{av} \le \tau_{bv}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\tau av}(u)\left(\int_{u}^{\infty} P_{\tau bv}(v)dv\right)du,$$
$$P(v_b) = \Pr(\tau_{av} > \tau_{bv}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\tau bv}(v)\left(\int_{u}^{\infty} P_{\tau av}(u)du\right)dv, \quad (16)$$

где $P_{\tau av}(u)P_{\tau bv}(v)$ — соответствующие плотности распределения, получаемые как композиции плотностей для слагаемых в выражении для δ_{ba}

$$\delta_{ba} = \tau_{bv} - \tau_{av} = \tau_{B21} + \tau_{B22} - \tau_{A21} + \sum_{t=1}^{q22} \tau_{A22,t}.$$

Заключение

В результате, разработанная модель даёт возможность производить расчёт вероятности победы одной из сторон в конфликте, где конкурирующие стороны — группа нарушителей и облачная система. Модель состоит из трёх гибридных автоматов, где один — облако, два других — нарушители системы безопасности. Полученная система уравнений даёт возможность моделировать действия конкурирующих сторон для определённых допущений. Так же нужно сказать, что при моделировании конфликта есть возможность задавать любое количество нарушителей для оценки вероятности их победы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Grzyl B., Apollo M., Kristowski A. Application of game theory to conflict management in a construction contract //Sustainability. — 2019. — Т. 11. — №. 7. — С. 1983.
2. Гончаров А.А. и др. Развитие методов и построение алгоритмов поиска и классификации деструктивного контента, циркулирующего в социальной сети // Информация и безопасность. — 2019. — Т. 22. — №. 3. — С. 345–360.
3. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Модели репутации и информационного управления в социальных сетях //Управление большими системами: сборник трудов. — 2009. — №. 26–1. — С. 209–234.
4. Коцыняк М.А. и др. Методика оценки защищенности информационно-телекоммуникационной сети в условиях информационного противодействия // Радиолокация, навигация, связь. — 2017. — С. 83–89.
5. Вакуленко А.А., Шевчук В.И. Математическая модель динамики конфликта радиоэлектронных систем //Радиотехника. — 2011. — №. 1. — С. 56–59.
6. Радзиевский В.Г., Сирота А.А. Теоретические основы радиоэлектронной разведки. 2-е изд, испр, и доп. (1-е издание «Информационное обеспечение радиоэлектронных систем в условиях конфликта») — М. «Радиотехника», 2004–432 с.
7. Андреещев И.А., Будников С.А., Пиндус Я.М. Полумарковская модель оценки надежности функционирования информационно-телекоммуникационных систем в органах внутренних дел //Охрана, безопасность, связь. — 2016. — №. 1–2. — С. 41–48.
8. Вялых А.С., Вялых С.А. Динамика уязвимостей в современных защищенных информационных системах //Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. — 2011. — №. 2. — С. 59–63.
9. Сирота, А.А. Модели информационных процессов несимметричного конфликтного взаимодействия систем и их применение в задачах исследования безопасности использования облачных технологий / А.А. Сирота, Н.И. Гончаров // Вестник ВГУ (системный анализ и информационные технологии). — 2018. — № 3. — С. 103–118. URL — http://www.vestnik.vsu.ru/pdf/analiz/2018/03/2018-03-12.pdf
10. Сирота А.А., Гончаров Н.И. Модели информационных процессов нессиметричного конфликтного взаимодействия систем и их применение в задачах исследования безопасности использования облачных технологий //Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. — 2018. — №. 3. — С. 103–118.
11. Тонких А.С., Авксентьева Е.Ю. Математическая модель конфликта системы облака и нарушителей безопасности информации // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки — 2023. — № 6–2. — С. 160–163
12. Сирота А.А., Гончаров Н.И. Исследование конфликта коалиций систем с использованием формализма гибридных автоматов //Вестник воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. — 2017. — №. 4. — С. 56–70.
13. Смирнов А.В. и др. Онтологический подход к организации взаимодействия сервисов интеллектуального пространства при управлении гибридными системами //Искусственный интеллект и принятие решений. — 2014. — №. 4. — С. 42–51.
14. Сирота А.А., Гончаров Н.И. Исследование конфликтных взаимодействий систем с использованием формализма гибридных автоматов //Математическое моделирование и информационные технологии в инженерных и бизнес-приложениях. — 2018. — С. 313–332.

© Тонких Андрей Сергеевич (astonkikh@mail.ru); Авксентьева Елена Юрьевна
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»